

Phát sinh trường ngẫu nhiên của các thông số đất trong các bài toán địa kỹ thuật xây dựng có xét sự tương quan theo không gian

Võ Thị Tuyết Giang^{1,2}, Nguyễn Võ Trọng^{1,2*}

¹ Khoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Bách khoa (HCMUT)

² Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh Chi Minh (VNU-HCM)

TỪ KHOÁ

Địa kỹ thuật xây dựng
Trường ngẫu nhiên
Độ dài tương quan
Phương pháp phân chia trung bình cục bộ

TÓM TẮT

Việc sử dụng trường ngẫu nhiên để mô tả các thông số đất trong các bài toán địa kỹ thuật đã trở thành một xu hướng phổ biến gần đây. Điều này đặc biệt cần thiết trong việc phân tích độ tin cậy và đánh giá rủi ro. Trong đó, việc xem xét tính tương quan theo không gian của các trường ngẫu nhiên đóng vai trò quan trọng. Nghiên cứu này tập trung vào phương pháp Phân chia Trung bình Cục bộ (Local Average Subdivision - LAS), một phương pháp với nhiều ưu điểm khi áp dụng vào các bài toán địa kỹ thuật có tính tương quan theo không gian. Bài nghiên cứu đã trình bày cơ sở lý thuyết và giải thuật của phương pháp LAS, đồng thời xây dựng một chương trình tính toán bằng ngôn ngữ lập trình Python. Chương trình này đã được sử dụng để mô phỏng và thực hiện các so sánh sau: so sánh với trường ngẫu nhiên không xem xét tính tương quan, cho thấy mô hình LAS thể hiện rõ tính tương quan này; so sánh các trường hợp khác nhau liên quan đến thông số như phương sai và độ dài tương quan; thực hiện 100.000 lần mô phỏng để so sánh các kết quả đầu vào với kết quả kỳ vọng, phương sai và độ dài tương quan. Kết quả cho thấy mô hình phát sinh đạt mức độ chấp nhận được. Tuy nhiên, chương trình tính này mới chỉ áp dụng cho bài toán một chiều (1-D) và nhóm tác giả đang tiếp tục phát triển để áp dụng vào các bài toán nhiều chiều hơn.

KEYWORDS

Geotechnical engineering
Random field
Correlation length
Local average subdivision method

ABSTRACT

The use of random fields to describe soil parameters in geotechnical problems has become a popular trend in recent years. This approach is particularly essential in reliability analysis and risk assessment. Among the key aspects is the consideration of spatial correlation in random fields, which plays a crucial role. This study focuses on the Local Average Subdivision (LAS) method, which offers several advantages when applied to geotechnical problems involving spatial correlation. The research presents the theoretical foundation and algorithm of the LAS method and develops a computational program using the Python programming language. This program has been used to perform simulations and conduct the following comparisons: comparison with random fields that do not consider spatial correlation, which shows that the LAS model clearly demonstrates such correlation; comparison of different cases involving parameters such as variance and correlation length; and execution of 100,000 simulations to compare input results with expected values, variance, and correlation length. The results indicate that the generated model achieves an acceptable level of accuracy. However, the current program has only been applied to one-dimensional (1-D) problems, and the research team is continuing to develop it for application to higher-dimensional problems.

1. Giới thiệu

Trong các bài toán địa kỹ thuật xây dựng, ví dụ như bài toán thẩm qua nền công trình, việc tính toán dựa vào các phương pháp tiếp cận tất định mặc dù đã có nhiều đóng góp nhưng việc sử dụng các tham số cố định như hệ số thấm có thể là không phù hợp và việc sử dụng các trường ngẫu nhiên của thông số đất đã được đề xuất [1]. Việc sử dụng tính ngẫu nhiên trong phân tích cơ học đất nói chung và thẩm qua công trình đất nói riêng là một xu hướng phổ biến gần đây. Trường ngẫu nhiên đã trở thành công cụ quan trọng trong việc mô phỏng sự biến

thiên không gian trong nhiều lĩnh vực khoa học và kỹ thuật, bao gồm kỹ thuật địa kỹ thuật, thủy văn và khoa học môi trường ([1],[2]). Việc triển khai hợp lý các trường ngẫu nhiên là rất cần thiết trong phân tích độ tin cậy và đánh giá rủi ro, vì nó cho phép mô phỏng thực tế sự biến thiên theo không gian của các tham số như tính chất đất, cường độ vật liệu và độ thấm ([3]).

Nhiều phương pháp số đã được phát triển để tạo ra các trường ngẫu nhiên như phương pháp Trung bình Trượt (Moving Average - MA), Phân tích Ma trận Hiệp phương sai (Covariance Matrix Decomposition); Biến đổi Fourier Rời rạc (Discrete Fourier Transform -

*Liên hệ tác giả: nguyenvotrong@hcmut.edu.vn

Nhận ngày 11/06/2025, sửa xong ngày 16/06/2025, chấp nhận đăng ngày 17/06/2025

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.03.2025.1032>

DFT); Biến đổi Fourier Nhanh (Fast Fourier Transform - FFT); Phương pháp Dải Xoay (Turning-Bands Method - TBM); Phân chia Trung bình Cục bộ (Local Average Subdivision - LAS) ([4],[5]). Mỗi phương pháp đều có ưu điểm và hạn chế riêng về hiệu quả tính toán, tính dễ dàng triển khai. Tuy nhiên, như phân tích của [1, 6], phương pháp Phân chia Trung bình Cục bộ (Local Average Subdivision - LAS) (kể từ đây, phương pháp này được gọi tắt là LAS) có nhiều ưu điểm khi áp dụng vào các bài toán địa kỹ thuật xây dựng có kết hợp tương quan theo không gian.

Tại Việt Nam, mô hình phát sinh trường ngẫu nhiên có tiềm năng ứng dụng trong phân tích rủi ro địa kỹ thuật của các công trình như đê biển, móng cọc trên nền yếu, và kết cấu ngầm đô thị. Phương pháp LAS đặc biệt phù hợp với các khu vực có địa chất biến động lớn, như đồng bằng sông Cửu Long, nơi có tính bất định trong đặc trưng đất nền là đáng kể.

Trên cơ sở đó, nghiên cứu này tập trung xây dựng và kiểm nghiệm phương pháp LAS cho bài toán một chiều. LAS được lựa chọn nhờ tính đơn giản trong triển khai, hiệu quả tính toán cao và chính xác khi phát sinh các hiện thực rời rạc của quá trình ngẫu nhiên. Bên cạnh đó, phương pháp này tỏ ra thích hợp khi kết hợp với mô hình phần tử hữu hạn ngẫu nhiên, vốn thường sử dụng các hàm nội suy bậc thấp để đảm bảo hiệu năng tính toán.

Bài báo trình bày cơ sở lý thuyết, thuật toán LAS và các ví dụ minh họa nhằm đánh giá hiệu quả của phương pháp. Một chương trình tính toán cũng được phát triển bằng Python để triển khai và kiểm nghiệm kết quả. Việc tích hợp yếu tố bất định vào mô hình địa chất góp phần phản ánh đúng thực tế phức tạp tại hiện trường, đồng thời nâng cao tính khoa học so với các mô hình truyền thống vốn còn đơn giản hóa.

2. Cơ sở lý thuyết

Trường ngẫu nhiên khi xem xét trong các bài toán địa kỹ thuật xây dựng được giả thiết để đơn giản hơn nhằm có tính khả thi trong việc áp dụng [1, 6]. Các giả thiết đó là: tuân theo quy trình Gaussian tức là đường phân phối xác suất đồng thời (joint probability density function) là quá trình ngẫu nhiên nhiều biến với phân phối chuẩn đa biến (multivariate normal distribution); có tính dừng hoặc tính đồng nhất thống kê (stationarity or statistical homogeneity) tức là kỳ vọng (mean), hiệp phương sai (covariance) và các mô-men bậc cao hơn là không đổi theo không gian và do đó hàm mật độ xác suất biên (hoặc tại một điểm) cũng không thay đổi theo không gian; tính đẳng hướng (isotropy) tức là sự tương quan giữa hai điểm chỉ phụ thuộc vào khoảng cách chứ không liên quan đến phương. Trên cơ sở đó, khi xem xét trường ngẫu nhiên, chúng ta chỉ quan tâm đến ba yếu tố: giá trị kỳ vọng của trường ngẫu nhiên μ_X ; phương sai trường ngẫu nhiên σ_X^2 ; và mức độ biến thiên trong không gian.

Hàm hiệp phương sai (covariance function) thể hiện bản chất moment bậc hai của trường ngẫu nhiên Gaussian:

$$C(t', t'') = E[(X(t')X(t'')) - \mu_X(t')\mu_X(t'')] \quad (1)$$

trong đó, $\mu_X(t)$ là kỳ vọng của biến X tại vị trí t .

Một công cụ khác là hàm tương quan (correlation function):

$$\rho(t', t'') = \frac{C(t', t'')}{\sigma_X(t')\sigma_X(t'')} \quad (2)$$

trong đó, $\sigma_X(t)$ là độ lệch chuẩn của biến X tại vị trí t ; $-1 \leq \rho(t', t'') \leq 1$ và khi $\rho(t', t'') = 0$, tức là $X(t')$ và $X(t'')$ là không có tương quan với nhau.

Đối với các trường ngẫu nhiên có tính dừng, kỳ vọng và hiệp phương sai không phụ thuộc vào vị trí nên ta có

$$C(t', t'') = \text{Cov}[X(0), X(\tau)] = E[(X(0)X(\tau)) - \mu_X^2] \quad (3)$$

$$\rho(\tau) = \frac{C(\tau)}{\sigma_X^2} \quad (4)$$

trong đó, τ là khoảng cách của hai vị trí đang xem xét. Do $C(t', t'') = C(t'', t')$ nên $C(\tau) = C(-\tau)$ khi trường có tính dừng và tương tự ta có $\rho(\tau) = \rho(-\tau)$.

Hàm giảm phương sai (variance function) xem xét trung bình cục bộ trượt:

$$X_T(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} X(\xi) d\xi \quad (5)$$

Cụ thể, $X_T(t)$ là trung bình cục bộ của biến $X(t)$ trong cửa sổ có chiều rộng T có vị trí trung tâm là t . Khi cửa sổ này di chuyển theo không gian, biến trung bình cục bộ $X_T(t)$ biến thiên ít hơn (xem Hình 1). Tiến trình ngẫu nhiên thể hiện ở hình trên (a) và được trung bình trong cửa sổ rộng T và được thể hiện trong hình bên dưới (b). Lúc này, quá trình trung bình làm trơn quá trình này và giảm phương sai:

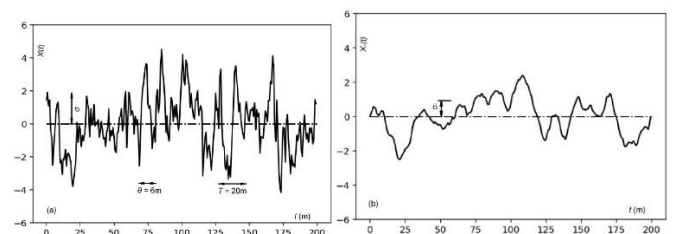
$$\text{Var}[X_T(t)] = \sigma_X^2 \gamma(T) \quad (6)$$

trong đó, $\gamma(T)$ được gọi là hàm giảm phương sai (variance function) và có giá trị bằng 1.0 khi $T = 0$. Hàm này được biểu diễn dưới dạng toán như sau

$$\gamma(T) = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \rho_X(\xi - \eta) d\xi d\eta \quad (7)$$

Một công cụ dùng đánh giá tính biến thiên của trường ngẫu nhiên là độ dài tương quan (correlation length) θ . Có thể hiểu là θ là khoảng cách mà trong đó các điểm sẽ tương quan với nhau lớn (có thể lớn hơn 10%). Ngược lại, hai điểm mà cách nhau lớn hơn θ thì không tương quan với nhau nhiều. Về mặt toán học, θ được định nghĩa là:

$$\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) d\tau = 2 \int_0^{+\infty} \rho(\tau) d\tau \quad (8)$$



Hình 1. Ảnh hưởng của trung bình cục bộ lên phương sai (T là chiều dài cửa sổ di chuyển).

3. Phát sinh trường ngẫu nhiên

Phần này trình bày cơ sở lý thuyết phương pháp LAS và cơ sở lý thuyết này được tham khảo chính từ [1, 6]. Để đơn giản và cũng không

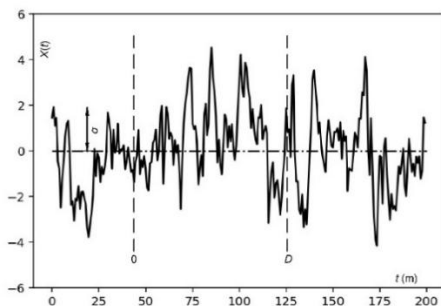
mất tính tổng quát, miền xem xét có kỳ vọng $\mu_X = 0$, phương sai σ_X^2 và độ dài tương quan θ . Khi kỳ vọng $\mu_X \neq 0$ thì các kỹ thuật để chuyển đổi cũng không quá phức tạp. Việc xây dựng quá trình trung bình cục bộ theo LAS được tiến hành theo cách chia đôi từ trên xuống như trong Hình 2. Ở giai đoạn 0, xem xét cho toàn miền (từ đây một vùng được gọi ô) và ta tìm cách xác định giá trị cần quan tâm cho ô này (ví dụ hệ số thẩm). Do giá trị này đại diện cho toàn một ô nên đây là giá trị trung bình trên toàn ô đó. Giai đoạn tiếp theo (giai đoạn 1), ô này (ô mẹ) được chia thành hai ô con với các giá trị tương ứng cho mỗi ô con và phải thỏa điều kiện là trung bình các giá trị của hai ô con phải bằng với giá trị của ô mẹ.

Giai đoạn 0	Z^0			
Giai đoạn 1	Z^1_1		Z^1_2	
Giai đoạn 2	Z^2_1	Z^2_2	Z^2_3	Z^2_4

Hình 2. Cách tiếp cận từ trên xuống trong xây dựng quá trình ngẫu nhiên trung bình cục bộ theo phương pháp LAS.

Theo đó, thuật toán được tiến hành như sau: 1. Phát sinh giá trị (trung bình) trong toàn miền tính toán (được ký hiệu là Z^0_1 như trong Hình 2) với kỳ vọng và phương sai tương ứng được xác định từ lý thuyết trung bình cục bộ [Phương trình (6)]; 2. Chia miền này thành hai ô bằng nhau; 3. Phát sinh hai giá trị cho hai ô con này theo phân phối chuẩn (normally distributed), Z^1_1 và Z^1_2 , với kỳ vọng và phương sai thỏa ba điều kiện sau: (a) chúng thể hiện phương sai theo lý thuyết trung bình cục bộ; (b) chúng có các mối tương quan với nhau; (c) thể hiện mối quan hệ trung bình $\frac{1}{2}(Z^1_1 + Z^1_2) = Z^0_1$; 4. Phân chia mỗi ô này thành hai ô giống nhau; 5. Phát sinh hai giá trị cho hai ô này theo phân phối chuẩn, Z^2_1 và Z^2_2 , với kỳ vọng và phương sai thỏa bốn điều kiện sau: chúng thể hiện phương sai theo lý thuyết trung bình cục bộ; (b) chúng có các mối tương quan với nhau; (c) thể hiện mối quan hệ trung bình, $\frac{1}{2}(Z^2_1 + Z^2_2) = Z^1_1$; (d) chúng có mối tương quan với Z^2_3 và Z^2_4 .

Các phép xấp xỉ trong thuật toán xuất hiện theo hai cách: thứ nhất, mối tương quan với các ô lân cận qua các ranh giới của ô mẹ được thực hiện thông qua các giá trị của ô mẹ (những giá trị này đã được biết); thứ hai, phạm vi các ô mẹ dùng để tính toán các phân phối sẽ bị giới hạn trong một vùng lân cận nhất định (không phải tất cả các ô mẹ được dùng).



Hình 3. Sự thực hiện (realization) của hàm ngẫu nhiên liên tục $Z(t)$ trong vùng tính toán $(0, D]$.

Để xác định kỳ vọng và phương sai của giai đoạn 0 cho Z^0_1 , xem xét hàm vô hướng ngẫu nhiên liên tục $Z(t)$ một phương, một mẫu được thể hiện trong Hình 3 và xác định vùng tính toán $(0, D]$, trong đó một sự thực hiện (realization) được thiết lập. Xem xét trường hợp tổng quát tại giai đoạn $i + 1$ đang được phát sinh. Từ lúc này chỉ số trên i quy định cho giai đoạn đang xem xét. Ta có, chiều rộng của ô tại giai đoạn i

$$D^i = \frac{D}{2^i} \quad i = 0, 1, 2 \dots L \quad (9)$$

trong đó, L là số thứ tự giai đoạn cuối cùng; tổng số ô của giai đoạn cuối cùng là $N = 2^L$, và Z^i_k là giá trị trung bình của hàm ngẫu nhiên $Z(t)$ trong khoảng $(k-1)D^i < t \leq kD^i$ có trọng tâm tại $t_k = (k - \frac{1}{2})D^i$ là

$$Z^i_k = \frac{1}{D^i} \int_{(k-1)D^i}^{kD^i} Z(\xi) d\xi \quad (10)$$

trong đó $E[Z^i_k] = E[Z] = 0$. Hàm hiệp phương sai giữa hai giá trị trung bình cục bộ (local average) phân chia bởi mD^i giữa hai trọng tâm là:

$$E[Z^i_k Z^{i+1}_{k+m}] = E \left[\left(\frac{1}{D^i} \right)^2 \int_{(k-1)D^i}^{kD^i} \int_{(k+m-1)D^i}^{(k+m)D^i} Z(\xi) Z(\xi') d\xi d\xi' \right] \quad (11)$$

$$[Z^i_k Z^{i+1}_{k+m}] = \left(\frac{1}{D^i} \right)^2 \int_0^{D^i} \int_{mD^i}^{(m+1)D^i} C(\xi - \xi') d\xi d\xi'$$

và có thể được tính toán dựa vào tích phân số Gaussian.

	j		$j+1$	
	$2j-1$	$2j$	$2j+1$	$2j+2$

Hình 4. Chỉ số theo phương pháp LAS 1-D của giai đoạn i (ở trên) và giai đoạn $i + 1$ (ở dưới).

Dựa vào Hình 4, việc tính toán cho giai đoạn $i + 1$ khi đã biết thực hiện trước giai đoạn i có thể thực hiện thông qua tính toán kỳ vọng của Z^{i+1}_{2j+1} và thêm vào một nhiễu trắng rời rạc có giá trị trung bình bằng không (a zero mean discrete white noise) $c^{i+1}U^{i+1}_{j+1}$ [tức là có phương sai $(c^{i+1})^2$].

$$Z^{i+1}_{2j+1} = M^{i+1}_{2j+1} + c^{i+1}U^{i+1}_{j+1} \quad (12)$$

Ước lượng tuyến tính tốt nhất cho kỳ vọng M^{i+1}_{2j+1} có thể thực hiện bằng cách tổ hợp các tuyến tính của các giá trị giai đoạn i (giai đoạn mẹ) với vài ô mẹ lân cận $j - n, \dots, j + n$,

$$M^{i+1}_{2j+1} = \sum_{k=j-n}^{j+n} a^i_{k-j} Z^i_k \quad (13)$$

Nhân Phương trình (12) với Z^i_m và thực hiện phép lấy kỳ vọng và lưu ý U^{i+1}_{j+1} không có tương quan với các giá trị của giai đoạn i nên ta có thể xác định các hệ số a^i_l như sau:

$$E[Z^{i+1}_{2j+1} Z^i_m] = \sum_{k=j-n}^{j+n} a^i_{k-j} E[Z^i_k Z^i_m] \quad (14)$$

Đây là hệ các phương trình ($m = j - n, \dots, j + n$) để có thể xác định các hệ số a^i_l ($l = -n, \dots, n$). Ma trận hiệp phương sai nhân với vector $\{a^i_l\}$ có tính đối xứng và Toeplitz (các phần tử nằm trên mỗi đường chéo là bằng nhau). Với $U^{i+1}_{j+1} \sim N(0,1)$ thì phương sai của nhiễu trắng là $(c^{i+1})^2$ có thể được xác định bằng cách bình phương Phương trình (12), thực hiện phép kỳ vọng và sử dụng kết quả của Phương trình (14):

$$(c^{i+1})^2 = E[(Z^{i+1}_{2j+1})^2] - \sum_{k=j-n}^{j+n} a^i_{k-j} E[Z^{i+1}_{2j+1} Z^i_k] \quad (15)$$

Ô lân cận, Z_{2j-1}^{i+1} , được xác định dựa vào quy định bảo toàn sự trung bình giữa ô mẹ và hai ô con:

$$Z_{2j-1}^{i+1} = 2Z_j^i - Z_{2j}^{i+1} \quad (16)$$

Việc xác định hiệp phương sai giữa các trung bình giữa hai giai đoạn được thực hiện qua:

$$E[Z_{2j}^{i+1}Z_m^i] = \frac{1}{2}E[Z_{2j}^{i+1}Z_{2m-1}^{i+1}] + \frac{1}{2}E[Z_{2j}^{i+1}Z_{2m}^{i+1}] \quad (17)$$

và được sử dụng cho Phương trình (14). Các kỳ vọng của Phương trình (14)-(17) được thực hiện thông qua Phương trình (11) với giai đoạn tương ứng. Với các quá trình có tính dừng, tập hợp các hệ số $\{a_l^i\}$ và c^{i+1} là độc lập theo vị trí nên các kỳ vọng trong các Phương trình Eqs. (14) và (15) chỉ phụ thuộc vào khoảng cách các trung bình.

Lúc này, quy trình phát sinh được trình bày lại như sau: 1. Với $i = 0, 1, 2, \dots, L$ tính toán các hệ số $\{a_l^i\}$ ($l = -n, \dots, n$) theo Phương trình (14) và c^{i+1} theo Phương trình (15). 2. Bắt đầu từ $i = 0$, phát sinh giá trị trung bình tổng thể với các đặc trưng là kỳ vọng bằng không và phương sai dựa vào Phương trình (6). 3. Phân chia thành hai ô con. 4. Với mỗi $j = 1, 2, \dots, 2^i$, phát sinh cho Z_{2j}^{i+1} và Z_{2j-1}^{i+1} thông qua Phương trình (12) và (16). 5. Tăng i và nếu chưa lớn hơn L thì quay lại bước 3.

Khi số phần tử lân cận $2n + 1$ lớn hơn 1 ($n > 0$) thì khi tính toán các giá trị sát biên có thể cần thêm giá trị của giai đoạn trước đó nằm bên ngoài biên. Vấn đề này có thể được giải quyết với giả thiết là các giá trị nằm ngoài vùng $(0, D]$ không có tương quan với các giá trị nằm trong vùng. Sự phát sinh [Phương trình (12)] có các ô sát biên trở thành

$$Z_{2j}^{i+1} = c^{i+1}U_j^{i+1} + \sum_{k=j-p}^{j+q} a_{k-j}^i Z_k^i \quad (18)$$

trong đó $p = \min(n, j - 1)$, $q = \min(n, 2^i - j)$, và các hệ số a_l^i chỉ cần tính cho $l = -p, \dots, q$. Trong việc triển khai LAS trong bài nghiên cứu này, số lượng các ô lân cận được dùng là 3 ($n = 1$), tức ô mẹ và hai ô hai bên.

4. Kết quả tính toán và thảo luận

Trên cơ sở các lý thuyết đã trình bày, nhóm tác giả đã thiết lập một chương trình tính sử dụng ngôn ngữ Python. Phần này trình bày kết quả và các thảo luận liên quan. Các thực hiện đều có chung chiều dài vùng xem xét $D = 200$ m và số giai đoạn $L = 10$. Hàm tương quan được giả định là Markov [1]:

$$\rho(\tau) = \exp\left\{-\frac{2|\tau|}{\theta}\right\} \quad (19)$$

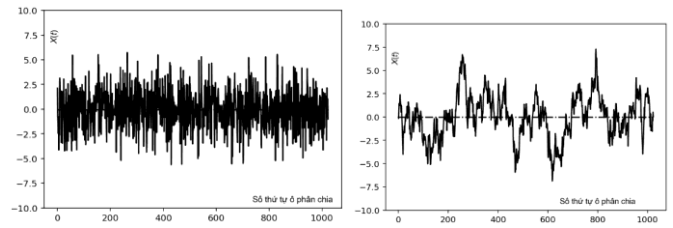
trong đó, τ là khoảng cách giữa hai điểm đang xét và θ là độ dài tương quan.

Trong các tính toán này, để dễ dàng so sánh, giá trị trung bình ban đầu của vùng tính toán (trong phạm vi chiều dài D) được định sẵn là 0. Theo lý thuyết, mặc dù kỳ vọng của trường ngẫu nhiên là 0 nhưng trong vùng D thì giá trị trung bình có thể khác 0 do tuân theo lý thuyết trung bình cục bộ như đã trình bày ở trên.

4.1. So sánh với quá trình ngẫu nhiên không có tính tương quan

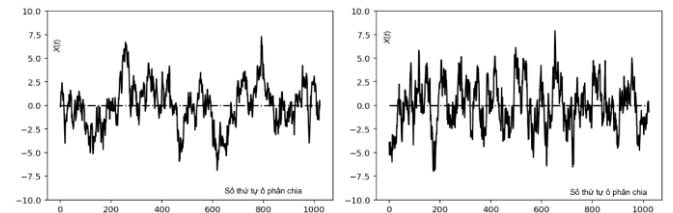
Xem xét hai thực hiện (realization) có chung các thuộc tính như

kỳ vọng $\mu_X = 0$ (không thứ nguyên) và giá trị phương sai $\sigma_X^2 = 4$ (không thứ nguyên). Tuy nhiên, thực hiện 1 là trường ngẫu nhiên không có tương quan theo không gian và thực hiện 2 có tính tương quan với độ dài tương quan $\theta = 5$ m. Kết quả thể hiện trong Hình 5. Một cách định tính, chúng ta thấy khi có sự tương quan, các giá trị phát sinh đi theo xu hướng (lên hay xuống) và các giá trị dao động quanh xu hướng này. Trong khi đó, khi không có sự tương quan, sự phát sinh không tạo ra một xu hướng nào rõ rệt.



Hình 5. So sánh hai thực hiện trường ngẫu nhiên có chung kỳ vọng μ_X và phương sai σ_X^2 . Trường ngẫu nhiên bên trên không có sự tương quan và hình dưới có sự tương quan.

4.2. Thay đổi phương sai

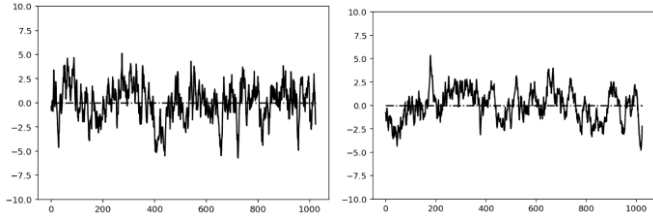


Hình 6. So sánh hai thực hiện trường ngẫu nhiên có chung kỳ vọng μ_X và độ dài tương quan θ . Trường ngẫu nhiên bên trên có phương sai $\sigma_X^2 = 4$ và trường bên dưới có phương sai $\sigma_X^2 = 9$ (không thứ nguyên).

Tiến hành hai thực hiện có chung kỳ vọng $\mu_X = 0$ (không thứ nguyên) và độ dài tương quan $\theta = 5$ m. Tuy nhiên, hai thực hiện có khác nhau giá trị phương sai. Cụ thể là $\sigma_X^2 = 4$ và $\sigma_X^2 = 9$ (không thứ nguyên). Kết quả thể hiện trong Hình 6. Chúng ta thấy rõ ràng là khi phương sai lớn hơn thì dao động của trường ngẫu nhiên đó cũng lớn hơn. Đánh giá này thông qua hình ảnh cũng chỉ mang tính định tính, phần 4.4 sẽ trình bày phân tích mang tính định lượng.

4.3. Thay đổi độ dài tương quan

Tiến hành hai thực hiện có chung kỳ vọng $\mu_X = 0$ (không thứ nguyên) và phương sai $\sigma_X^2 = 4$ (không thứ nguyên). Tuy nhiên, hai thực hiện có khác nhau giá trị độ dài tương quan. Cụ thể là $\theta = 3$ m và $\theta = 10$ m. Kết quả thể hiện trong Hình 7. Chúng ta thấy rõ ràng là khi độ dài tương quan lớn thì một xu hướng đi sẽ dài hơn. Đánh giá này thông qua hình ảnh cũng chỉ mang tính định tính, phần 4.4 sẽ trình bày phân tích mang tính định lượng.



Hình 7. So sánh hai thực hiện trường ngẫu nhiên có chung kỳ vọng μ_X và phương sai σ_X^2 . Trường ngẫu nhiên bên trên có độ dài tương quan $\theta = 3$ m và trường bên dưới có độ dài tương quan $\theta = 10$ m.

4.4. Phân tích định lượng

Để phân tích kết quả có tính định lượng hơn, nghiên cứu tiến hành mô hình hai tình huống với các thông số cho trong Bảng 1.

Tiến hành thí nghiệm với 100000 thực hiện cho mỗi trường hợp. Sử dụng các công cụ thống kê để tính toán giá trị trung bình, phương sai và độ dài tương quan trung bình của mẫu. Để dễ so sánh, trong Bảng 2, các giá trị đầu vào được để trong dấu ngoặc sát bên giá trị mới được tính toán. Kết quả thể hiện chương trình tính của bài nghiên cứu này sử dụng phương pháp LAS để phát sinh trường ngẫu nhiên 1-D cho kết quả chấp nhận được.

Bảng 1. Thông số đầu vào trường ngẫu nhiên.

Trường hợp	Kỳ vọng μ_X (không thứ nguyên)	Phương sai σ_X^2 (không thứ nguyên)	Độ dài tương quan θ (m)	Chiều dài vùng xem xét D (m)	Số giai đoạn L
1	0	4	4	200	10
2	0	4	6	200	10

Bảng 2. Kết quả phân tích.

Trường hợp	Giá trị trung bình của mẫu μ_X (không thứ nguyên)	Phương sai của mẫu σ_X^2 (không thứ nguyên)	Độ dài tương quan trung bình của mẫu $\bar{\theta}$ (m)
1	$0,46 \times 10^{-18}$ (0)	3,67 (4)	3,53 (4)
2	$0,14 \times 10^{-18}$ (0)	3,66 (4)	5,97 (6)

5. Kết luận

Việc phát sinh trường ngẫu nhiên của các thông số đất trong các bài toán địa kỹ thuật là một xu hướng phổ biến gần đây trong phân tích tính toán. Việc triển khai hợp lý các trường ngẫu nhiên là rất cần thiết trong phân tích độ tin cậy và đánh giá rủi ro. Bên cạnh đó, việc phát sinh trường ngẫu nhiên có xem xét tính tương quan theo không gian đóng vai trò quan trọng. Bài nghiên cứu này tập trung vào xem xét phương pháp Phân chia Trung bình Cục bộ (Local Average Subdivision - LAS) do đây là phương pháp có nhiều ưu điểm khi áp dụng vào các bài toán địa kỹ thuật xây dựng có xem xét tính tương quan theo không gian. Các cơ sở lý thuyết và giải thuật của phương pháp LAS đã được trình bày. Nhóm tác giả kết hợp cơ sở lý thuyết và giải thuật trên để xây dựng một chương trình tính sử dụng ngôn ngữ lập trình Python. Chương trình tính được sử dụng để mô phỏng và có các so sánh sau:

- So sánh với trường ngẫu nhiên không xem xét sự tương quan theo không gian. Kết quả biểu đồ cho thấy, mô hình phát sinh LAS cho thấy tính tương quan này.
- So sánh tình huống khác nhau về thông số như phương sai hay độ dài tương quan.
- Tiến hành phân tích 100.000 lần mô phỏng để so sánh kết quả đầu vào với kết quả mô phỏng. Các kết quả đó là kỳ vọng, phương sai và độ dài tương quan. Kết quả so sánh cho thấy mô hình phát sinh đạt kết quả chấp nhận được.

Tuy nhiên, chương trình tính chỉ khai triển cho bài toán 1-D và nhóm tác giả đang trong quá trình phát triển để ứng dụng trong bài toán nhiều phương hơn.

Lời cảm ơn

Chúng tôi xin cảm ơn Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HCM đã hỗ trợ cho nghiên cứu này.

Tài liệu tham khảo

- [1]. G. A. Fenton and D. V. Griffiths, *Risk assessment in geotechnical engineering* / Gordon A. Fenton, D. V. Griffiths. New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.
- [2]. E. Vanmarcke, *Random Fields: Analysis and Synthesis*. Singapore: World Scientific, 2010.
- [3]. K.-K. Phoon and F. H. Kulhawy, "Characterization of geotechnical variability," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 36, no. 4, pp. 612-624, 1999/11/22 1999, doi: 10.1139/t99-038.
- [4]. M. Shinozuka and G. Deodatis, "Simulation of Stochastic Processes by Spectral Representation," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 44, no. 4, pp. 191-204, 1991, doi: 10.1115/1.3119501.
- [5]. Y. Liu, J. Li, S. Sun, and B. Yu, "Advances in Gaussian random field generation: a review," *Computational Geosciences*, vol. 23, no. 5, pp. 1011-1047, 2019/10/01 2019, doi: 10.1007/s10596-019-09867-y.
- [6]. G. A. Fenton and E. H. Vanmarcke, "Simulation of Random Fields via Local Average Subdivision," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 116, no. 8, pp. 1733-1749, 1990, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1990)116:8(1733).