

# Ứng dụng thuật toán SHAMODEWO trong tối ưu hóa đa mục tiêu kết cấu khung thép cao tầng với phân tích phi tuyến

Hồ Ngọc Khoa<sup>1</sup>, Lưu Văn Thực<sup>1</sup>, Lê Ngọc Thanh<sup>1</sup>, Cao Tuấn Anh<sup>1</sup>, Nguyễn Quang Đạt<sup>1</sup>, Trần Hồng Hải<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Bộ môn Công nghệ và Quản lý Xây dựng, Khoa Xây dựng dân dụng và công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội

## TỪ KHOÁ

Tối ưu  
Đa mục tiêu  
SHAMODEWO  
Khung thép  
Phân tích trực tiếp

## TÓM TẮT

Tối ưu hóa đa mục tiêu kết cấu khung thép cao tầng là một bài toán phức tạp, đòi hỏi cân bằng giữa trọng lượng vật liệu và chuyển vị, đồng thời xét đến ứng xử phi tuyến và các ràng buộc thực tế. Bài báo đề xuất ứng dụng thuật toán SHAMODEWO (Success-History based Adaptive Multi-Objective Differential Evolution with Weighted Operators) để giải quyết vấn đề này, kết hợp phân tích trực tiếp (direct analysis) theo các tiêu chuẩn thiết kế AISC. SHAMODEWO là thuật toán lai dựa trên SHADE, kết hợp kỹ thuật p-best từ DE và xếp hạng không trội từ NSGA-II, sử dụng kho lưu trữ ngoài để tăng đa dạng tập nghiệm Pareto và điều chỉnh tham số tự động nhằm cải thiện hiệu suất hội tụ. Phương pháp này vượt trội so với các thuật toán truyền thống nhờ khả năng xử lý không gian giải không lồi, giảm số lượng đánh giá hàm mục tiêu và đảm bảo phân bố giải pháp tối ưu đều đặn. Hiệu quả của thuật toán được đánh giá thông qua trường hợp nghiên cứu khung  $5 \times 14$ , với các mục tiêu tối thiểu hóa trọng lượng và độ lệch tầng của kết cấu dưới tác dụng của tải trọng. Kết quả nghiên cứu chứng tỏ SHAMODEWO là công cụ hiệu quả cho thiết kế kết cấu phức tạp, góp phần tiết kiệm tài nguyên và nâng cao độ tin cậy trong kỹ thuật xây dựng.

## KEYWORDS

Optimization  
Multi-objective  
SHAMODEWO  
Steel frame  
Direct analysis

## ABSTRACT

Multi-objective optimization of high-rise steel frame structures is a complex problem that requires balancing material weight and displacement while considering nonlinear behavior and practical constraints. This paper proposes the application of the SHAMODEWO algorithm (Success-History based Adaptive Multi-Objective Differential Evolution with Weighted Operators) to address this issue, combined with direct analysis according to AISC design standards. SHAMODEWO is a hybrid algorithm based on SHADE, incorporating p-best techniques from DE and non-dominated ranking from NSGA-II, utilizing an external archive to enhance the diversity of the Pareto solution set and automatically adjusting parameters to improve convergence performance. This method outperforms traditional algorithms due to its ability to handle non-convex solution spaces, reduce the number of objective function evaluations, and ensure an even distribution of optimal solutions. The algorithm's effectiveness is evaluated through a case study of a  $5 \times 14$  frame, with objectives to minimize weight and story drift of the structure under load effects. The research results demonstrate that SHAMODEWO is an effective tool for designing complex structures, contributing to resource savings and enhanced reliability in construction engineering.

## 1. Giới thiệu chung

Kết cấu khung thép cao tầng ngày càng đóng vai trò quan trọng trong các công trình dân dụng và công nghiệp nhờ vào độ bền vượt trội, khả năng chịu lực cao và tính linh hoạt trong thiết kế. Tuy nhiên, việc thiết kế tối ưu các kết cấu này đòi hỏi phải cân bằng giữa nhiều yếu tố như chi phí, an toàn, và hiệu suất sử dụng, đặc biệt trong bối cảnh yêu cầu về bền vững và tiết kiệm tài nguyên ngày càng được chú trọng. Bài toán tối ưu hóa kết cấu khung thép, đặc biệt là khung thép cao tầng, thường phức tạp do phải xét đến các ràng buộc phi tuyến tính về cường độ, chuyển vị, và khả năng thi công, cũng như ứng xử phi tuyến tính

phi đàn hồi của cấu trúc dưới các tải trọng phức tạp như tĩnh tải, hoạt tải, và/hoặc tải trọng gió.

Trong hơn 3 thập kỷ qua, các nghiên cứu tối ưu hóa khung thép thường tập trung vào đơn mục tiêu, chẳng hạn như tối thiểu hóa tổng khối lượng hoặc chi phí vật liệu dưới các ràng buộc thiết kế theo tiêu chuẩn như AISC-LRFD [1]. Ví dụ, nghiên cứu của Degertekin và cs. [2] sử dụng thuật toán tabu search và genetic algorithm để tối ưu hóa khung thép phi tuyến với các kết nối bán cứng. Truong và cs. [3] xây dựng thuật toán tiến hóa vi phân (DE) tự thích ứng để tối ưu khối lượng khung thép có xét đến thiết kế panel zone tại khu vực giao giữa dầm và cột. Pham và cs. [4] cũng đã ứng dụng thành công thuật toán DE để giải quyết vấn đề co ngắn cột trong quá trình thi công nhà cao tầng.

\*Liên hệ tác giả: haith@huce.edu.vn

Nhận ngày 03/09/2025, sửa xong ngày 16/10/2025, chấp nhận đăng ngày 17/10/2025

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.05.2025.1142>

Gần đây, trong nghiên cứu năm 2023, Vu và cs. [5] đã xây dựng bài toán tối ưu đơn mục tiêu cho khung thép với hàm mục tiêu là tối thiểu hóa tổng khối lượng của kết cấu. Ứng xử phi tuyến của công trình được xét đến trong nghiên cứu này. Tuy nhiên, trong thực tế, thiết kế khung thép cao tầng cần đáp ứng đồng thời nhiều tiêu chí, như giảm khối lượng để tiết kiệm chi phí và kiểm soát chuyển vị lệch tầng để đảm bảo an toàn và thoải mái sử dụng. Điều này dẫn đến sự phát triển của các bài toán tối ưu hóa đa mục tiêu, nơi nghiệm tối ưu không phải là một giải pháp duy nhất mà là một tập hợp các phương án Pareto, cung cấp cho kỹ sư thiết kế nhiều lựa chọn phù hợp với các ưu tiên cụ thể. Một số nghiên cứu nổi bật gần đây trong việc tối ưu đa mục tiêu kết cấu công trình có thể kể đến như là: giàn tuyến tính [6-8] và giàn phi tuyến [9-11]. Tuy nhiên, số lượng các công bố nghiên cứu về tối ưu đa mục tiêu cho khung thép vẫn còn hạn chế, không đáng kể. Điều này, chưa tương xứng với vai trò của kết cấu khung thép trong xây dựng dân dụng và công nghiệp, đặc biệt là kết cấu nhà cao tầng.

Phân tích phi tuyến tính là một công cụ quan trọng để mô tả chính xác ứng xử của kết cấu thép nói chung và khung thép cao tầng nói riêng, đặc biệt khi xét đến các hiệu ứng phi tuyến hình học (P- $\Delta$ , P- $\delta$ ) và phi tuyến vật liệu (đàn hồi-dẻo). So với phân tích tuyến tính, phân tích phi tuyến mang lại thiết kế thực tế hơn, như đã được chứng minh trong nghiên cứu của Truong và Kim [12] thông qua việc áp dụng thuật toán tìm kiếm hài hòa (HS) trong tối ưu khung thép phi tuyến có xét đến độ tin cậy của công trình. Tương tự, Nguyen và cs. [13] đã xây dựng bài toán tối ưu đa mục tiêu cho khung thép sử dụng phân tích trực tiếp, xem xét đồng thời tổng khối lượng và chuyển vị lệch tầng, với thuật toán tối ưu đa mục tiêu Rao-DE (RDMO) để tìm tập Pareto. Các nghiên cứu này chỉ ra rằng phân tích trực tiếp có thể mô phỏng chính xác ứng xử phi tuyến tính phi đàn hồi, dẫn đến các thiết kế nhẹ hơn và hiệu quả hơn.

Để giải quyết bài toán tối ưu hóa khung thép phi tuyến, nhiều thuật toán metaheuristic đã được áp dụng nhờ khả năng tìm kiếm nghiệm toàn cục trong không gian thiết kế phức tạp. Các thuật toán như DE [14], HS [15], và tối ưu bầy đàn (PSO) [16] đã được sử dụng rộng rãi trong tối ưu hóa kết cấu, bao gồm khung thép và giàn thép [3-5]. Ví dụ, Vu và cs. [5] phát triển biến thể 2EpDE dựa trên DE, giảm đáng kể số lượng phân tích kết cấu cần thiết cho đánh giá điều kiện ràng buộc trong quá trình tối ưu. Tương tự, Truong và cs. [3] đề xuất phương pháp mEpDE, tích hợp thiết kế vùng nút (panel zone) vào tối ưu hóa khung thép phi tuyến, cho thấy hiệu quả trong việc giảm chi phí tính toán và cải thiện chất lượng nghiệm. Gần đây, Nguyen và cs. [11, 13] giới thiệu phương pháp lai RDMO-XGBoost, kết hợp thuật toán Rao-DE với kỹ thuật học máy XGBoost để giảm hơn 55 % thời gian tính toán so với các thuật toán tối ưu đa mục tiêu thông thường như GDE3.

Mặc dù các phương pháp trên đã đạt được nhiều thành tựu, vẫn còn tồn tại một số hạn chế, đặc biệt liên quan đến thời gian tính toán cho chương trình. Bài toán tối ưu đa mục tiêu cho khung thép cao tầng với phân tích phi tuyến đòi hỏi số lượng lớn phân tích cấu trúc, đặc biệt với các khung lớn như 10 tầng trở lên, dẫn đến thời gian tính toán quá lâu. Bên cạnh đó, các thuật toán metaheuristic truyền thống như

NSGA-II hay DE tuy hiệu quả nhưng thường yêu cầu điều chỉnh tham số phức tạp, làm giảm tính tự động và khả năng thích ứng với các bài toán đa mục tiêu phức tạp. Việc tích hợp học máy để thay thế phân tích phi tuyến, như trong nghiên cứu của Nguyen và cs. [11, 13], tuy giảm thời gian tính toán nhưng cần cải tiến để đảm bảo độ chính xác và tránh lỗi dự đoán sai lệch, đặc biệt khi xét đến nhiều tổ hợp tải trọng.

Để khắc phục những hạn chế này, bài báo đề xuất ứng dụng thuật toán SHAMODEWO – một thuật toán metaheuristic lai dựa trên Tiến hóa khác biệt thích nghi dựa trên lịch sử thành công (Success-History based Adaptive Differential Evolution - SHADE) với các cải tiến dành riêng cho tối ưu đa mục tiêu. SHAMODEWO kết hợp cơ chế điều chỉnh tham số tự động từ SHADE với các yếu tố như kỹ thuật p-best trong DE và xếp hạng không trội (non-dominated sorting) từ NSGA-II, nhằm nâng cao khả năng tìm kiếm toàn cục, đa dạng hóa tập Pareto, và giảm số lượng phân tích kết cấu. Thuật toán này đặc biệt phù hợp cho bài toán tối ưu khung thép cao tầng với phân tích phi tuyến, vì nó có thể xử lý hiệu quả các ràng buộc phi tuyến tính và tạo ra tập hợp nghiệm Pareto chất lượng cao.

Đóng góp chính của bài báo bao gồm: (1) Xây dựng khung toán học cho bài toán tối ưu đa mục tiêu khung thép cao tầng sử dụng phân tích trực tiếp, với các hàm mục tiêu là tổng khối lượng và chuyển vị lệch tầng, biến thiết kế là tiết diện dầm/cột từ tập W theo AISC-LRFD, và các ràng buộc về khả năng thi công, cường độ, và sử dụng; (2) Tổng quan thuật toán SHAMODEWO và ứng dụng cụ thể vào bài toán tối ưu khung thép phi tuyến; (3) Minh họa hiệu quả của SHAMODEWO qua các ví dụ khung thép 5x14 tầng, so sánh với các thuật toán GDE3 và SHAMODE; (4) Thảo luận tiềm năng tích hợp SHAMODEWO với kỹ thuật học máy để tiếp tục giảm chi phí tính toán.

Cấu trúc bài báo được tổ chức như sau: Phần 2 trình bày công thức toán học của bài toán tối ưu hóa. Phần 3 mô tả chi tiết thuật toán SHAMODEWO. Phần 4 giới thiệu các ví dụ minh họa. Phần 5 đưa ra kết luận và hướng nghiên cứu tương lai. Bài báo này không chỉ góp phần nâng cao hiệu quả tối ưu hóa khung thép cao tầng mà còn mở ra hướng nghiên cứu mới trong việc kết hợp các thuật toán metaheuristic tiên tiến với phân tích phi tuyến, hỗ trợ thiết kế các công trình bền vững và kinh tế hơn.

## 2. Thiết lập bài toán tối ưu đa mục tiêu cho khung thép sử dụng phân tích phi tuyến

Bài toán tối ưu đa mục tiêu cho khung thép cao tầng được xây dựng nhằm tối thiểu hóa đồng thời hai hàm mục tiêu: tổng khối lượng của kết cấu và chuyển vị lệch tầng lớn nhất của công trình. Các biến thiết kế là tiết diện ngang của dầm và cột, được lựa chọn từ tập tiết diện W theo tiêu chuẩn AISC-LRFD [1]. Các ràng buộc bao gồm điều kiện về khả năng thi công, cường độ và sử dụng theo các tổ hợp tải trọng quy định trong tiêu chuẩn thiết kế. Phân tích trực tiếp (direct analysis) được sử dụng để đánh giá ứng xử phi tuyến tính phi đàn hồi của công trình, đảm bảo tính chính xác và thực tế trong thiết kế.

## 2.1. Hàm mục tiêu

Hai hàm mục tiêu được xem xét trong bài toán tối ưu đa mục tiêu là tổng khối lượng của kết cấu  $F_1$  và chuyển vị lệch tầng lớn nhất  $F_2$ , được thiết lập như sau:

$$F_1 = \sum_{i=1}^{n_g} \rho A_i \sum_{j=1}^{n_{m,i}} L_{i,j} \quad (1)$$

$$F_2 = \max_{k=1}^{n_f} |\Delta_k| \quad (2)$$

trong đó:  $n_g$  là số lượng nhóm phần tử kết cấu (nhóm dầm và cột);  $\rho$  là khối lượng riêng của thép;  $A_i$  là diện tích tiết diện ngang của nhóm thứ  $i$ ;  $n_{m,i}$  là số lượng thanh trong nhóm thứ  $i$ ;  $L_{i,j}$  là chiều dài của thanh thứ  $j$  trong nhóm thứ  $i$ ;  $n_f$  là số lượng tầng của khung;  $\Delta_k$  là chuyển vị lệch tầng của tầng thứ  $k$ , được xác định từ phân tích trực tiếp.

Biến thiết kế trong bài toán là các số nguyên biểu thị vị trí của tiết diện được chọn từ tập tiết diện  $W$  cho trước. Các hàm mục tiêu này thường mâu thuẫn lẫn nhau: giảm khối lượng có thể dẫn đến tăng chuyển vị, và ngược lại, đòi hỏi phải tìm tập nghiệm Pareto để cân bằng.

## 2.2. Các điều kiện ràng buộc

Bài toán tối ưu phải thỏa mãn các ràng buộc về khả năng thi công, cường độ và sử dụng. Các ràng buộc này được đánh giá dựa trên phân tích trực tiếp, xem xét ứng xử phi tuyến tính phi đàn hồi của khung thép.

a) Ràng buộc về khả năng thi công: Để đảm bảo tính khả thi thực tế, tại mỗi mối nối cột với cột, chiều cao tiết diện cột dưới phải lớn hơn hoặc bằng chiều cao cột trên. Tại mỗi mối dầm với cột, bề rộng bản cánh dầm phải nhỏ hơn bề rộng cột nếu nối với bản cánh, hoặc nhỏ hơn chiều cao bản bụng cột nếu nối với bản bụng. Các ràng buộc này được biểu diễn như sau:

$$h_{c,lower} \geq h_{c,upper}, \quad \forall \text{mối nối cột - cột} \quad (3)$$

$$h_{f,b} \geq h_{f,c}, \quad \text{nếu nối với bản cánh cột} \quad (4)$$

$$h_{f,b} \leq h_{w,c}, \quad \text{nếu nối với bản bụng cột} \quad (5)$$

trong đó:  $h_c$  là chiều cao tiết diện cột;  $b_{f,b}$  và  $b_{f,c}$  là bề rộng bản cánh của dầm và cột;  $h_{w,c}$  là chiều cao bản bụng cột.

b) Ràng buộc về cường độ và sử dụng: Các ràng buộc này được xác định theo tiêu chuẩn AISI-LRFD [1], bao gồm kiểm tra khả năng chịu lực của công trình và chuyển vị lệch tầng. Đối với mỗi tổ hợp tải trọng  $l$  (từ tổng số  $n_l$  tổ hợp), các ràng buộc được biểu diễn dưới dạng bất đẳng thức:

$$g_{s,l}(X) \leq 0, \quad l = 1, \dots, n_l \quad (6)$$

$$g_{d,k,l}(X) \leq 0, \quad m = 1, \dots, n_f, \quad l = 1, \dots, n_l \quad (7)$$

trong đó:  $g_{s,m,l}$  là ràng buộc cường độ của công trình dưới tổ hợp tải trọng thứ  $l$ ;  $g_{d,k,l}$  là ràng buộc chuyển vị lệch tầng cho tầng thứ  $k$  dưới tổ hợp tải trọng thứ  $l$ ;  $X$  là vector biến thiết kế.

Các ràng buộc này được đánh giá thông qua phân tích trực tiếp, nhằm xem xét các hiệu ứng thứ cấp (P-Δ và P-δ), ổn định tổng thể và cục bộ, cũng như ứng xử đàn hồi-dẻo của vật liệu thép.

## 2.3. Phân tích phi tuyến và xử lý ràng buộc

Phân tích trực tiếp được thực hiện bằng phần mềm PAAP (Practical Advanced Analysis Program) [17], tích hợp phương pháp kiểm soát dịch chuyển tổng quát (Generalized Displacement Control - GDC) [18] để giải hệ phương trình phi tuyến. Ứng xử phi tuyến vật liệu được mô hình hóa bằng bề mặt chảy dẻo Orbison [19], cho phép xác định chính xác sức chịu tải và chuyển vị của khung thép dưới các tổ hợp tải trọng.

Để xử lý các ràng buộc trong bài toán tối ưu đa mục tiêu, phương pháp so sánh mức độ vi phạm trực tiếp giữa 2 cá thể được áp dụng. Cụ thể là, cá thể  $X$  được xem là tốt hơn cá thể  $Y$  nếu như:

Trường hợp 1: Cả 2 cá thể không vi phạm điều kiện ràng buộc: Mọi hàm mục tiêu của  $X$  không kém hơn hàm mục tiêu của  $Y$  và có ít nhất 1 hàm mục tiêu của  $X$  tốt hơn hàm mục tiêu tương ứng của  $Y$ .

Trường hợp 2:  $X$  không vi phạm ràng buộc và  $Y$  vi phạm ràng buộc thì  $X$  tốt hơn  $Y$ .

Trường hợp 3: Cả  $X$  và  $Y$  cùng vi phạm điều kiện ràng buộc: Tổng vi phạm của  $X$  nhỏ hơn tổng vi phạm của  $Y$  thì  $X$  tốt hơn  $Y$ .

Bài toán tối ưu đa mục tiêu được giải quyết bằng thuật toán SHAMODEWO, được trình bày chi tiết ở phần sau, nhằm tìm tập nghiệm Pareto bao gồm các phương án thiết kế cân bằng giữa hai hàm mục tiêu, đồng thời thỏa mãn tất cả các ràng buộc.

## 3. Thuật toán SHAMODEWO

Thuật toán SHAMODEWO (Success-History based Adaptive Multi-Objective Differential Evolution with Weighted Operators) là một thuật toán metaheuristic lai được phát triển dựa trên nền tảng của Success-History based Adaptive Differential Evolution (SHADE) [20], với các cải tiến dành riêng cho bài toán tối ưu đa mục tiêu. SHADE là biến thể của DE nổi bật nhờ cơ chế điều chỉnh tham số tự động dựa trên lịch sử thành công, giúp thuật toán thích ứng tốt với các bài toán phức tạp mà không cần điều chỉnh thủ công. Tuy nhiên, SHADE ban đầu được thiết kế cho tối ưu đơn mục tiêu, do đó SHAMODEWO mở rộng bằng cách tích hợp kỹ thuật p-best từ DE để tăng cường khả năng tìm kiếm cục bộ, và cơ chế xếp hạng không trội (non-dominated sorting) cùng khoảng cách chen chúc (crowding distance) từ NSGA-II [21] để xử lý tập Pareto trong tối ưu đa mục tiêu. Các cải tiến này giúp SHAMODEWO duy trì đa dạng nghiệm, hội tụ nhanh chóng và phân bố đều đặn trên biên Pareto, đồng thời giảm số lượng đánh giá hàm mục tiêu – một yếu tố quan trọng trong bài toán khung thép với phân tích phi tuyến tốn kém.

### 3.1. Các thành phần cơ bản của SHAMODEWO

Thuật toán SHAMODEWO hoạt động dựa trên dân số (population) ban đầu gồm NP cá thể, mỗi cá thể đại diện cho một vector biến thiết kế  $X$ . Quá trình tiến hóa bao gồm các bước: khởi tạo, đột biến, lai chéo, chọn lọc và cập nhật lịch sử.

a) Khởi tạo dân số: Dân số ban đầu được tạo ngẫu nhiên trong không gian thiết kế rời rạc (tiết diện W từ AISC-LRFD). Kích thước dân số NP được điều chỉnh động dựa trên độ đa dạng của tập Pareto, bắt đầu từ giá trị mặc định (ví dụ: 100) và giảm dần khi thuật toán hội tụ.

b) Đột biến (Mutation): Sử dụng chiến lược "current-to-pbest/1" từ DE, kết hợp với điều chỉnh tham số từ SHADE:

$$v_j^g = x_j^g + F_i^g(x_{pbest}^g - x_i^g) + F_i^g(x_{r1}^g - x_{r2}^g) \quad (8)$$

trong đó:  $v_j^g$  là vector đột biến cho cá thể  $i$  ở thế hệ  $g$ ;  $x_{pbest}^g$  là một trong các cá thể tốt nhất (p-best, với  $p = NP \times p_{rate}$ ,  $p_{rate}$  điều chỉnh từ 0,05 đến 0,2 dựa trên lịch sử);  $x_{r1}^g, x_{r2}^g$  là hai cá thể ngẫu nhiên;  $F_i^g$  là hệ số đột biến được lấy từ phân bố Cauchy dựa trên lịch sử thành công  $M_F$ .

c) Lai chéo (Crossover): Áp dụng lai chéo nhị phân với tỷ lệ  $CR_i^g$  từ phân bố chuẩn dựa trên lịch sử  $M_{CR}$ :

$$u_{i,j}^g = \begin{cases} v_{i,j}^g & \text{nếu } rand \leq CR_i^g \text{ hoặc } j = j_{rand} \\ x_{i,j}^g & \text{ngược lại} \end{cases} \quad (9)$$

trong đó  $u_{i,j}^g$  là thành phần thứ  $j$  của vector thử nghiệm;  $j_{rand}$  đảm bảo ít nhất một thành phần được đột biến.

d) Chọn lọc và cập nhật lịch sử: So sánh vector thử nghiệm  $u_i^g$  với cá thể  $x_i^g$  dựa trên quy tắc ở phần 2.3 (xử lý ràng buộc và mục tiêu). Nếu  $u_i^g$  tốt hơn, cập nhật dân số và lưu  $F_i^g, CR_i^g$  vào lịch sử thành công để điều chỉnh cho thế hệ sau.

### 3.2. Cải tiến cho tối ưu đa mục tiêu

Để xử lý đa mục tiêu, SHAMODEWO sử dụng xếp hạng không trội (non-dominated sorting) để phân loại dân số thành các lớp không trội, nơi lớp không trội 1 chứa các nghiệm Pareto tốt nhất. Khoảng cách chen chúc được tính để ưu tiên các nghiệm đa dạng:

$$CD_i = \sum_{m=1}^M \frac{f_m(i+1) - f_m(i-1)}{f_m^{max} - f_m^{min}} \quad (10)$$

trong đó  $M=2$  (hai mục tiêu),  $f_m$  là hàm mục tiêu thứ  $m$ . Khi dân số vượt quá NP, ưu tiên chọn các nghiệm có thứ hạng lớp không trội thấp và CD cao.

Ngoài ra, SHAMODEWO sử dụng kho lưu trữ ngoài (external archive) để lưu trữ tập Pareto, cập nhật sau mỗi thế hệ bằng cách loại bỏ nghiệm trội và duy trì đa dạng. Điều chỉnh kích thước dân số động: Nếu độ đa dạng (đo bằng khoảng cách trung bình trên Pareto) giảm dưới ngưỡng, tăng NP để khám phá; ngược lại, giảm để khai thác.

### 3.3. Thuật toán giả và ứng dụng cho bài toán khung thép

Dưới đây là thuật toán giả của SHAMODEWO:

1. Khởi tạo dân số  $P^0$  với NP cá thể ngẫu nhiên; khởi tạo tập chứa lịch sử F và CR:  $M_F, M_{CR}$ ; kho lưu trữ Pareto rỗng.
2. Đánh giá hàm mục tiêu và ràng buộc cho  $P^0$  sử dụng phân tích trực tiếp.
3. Thực hiện xếp hạng không trội và tính khoảng cách chen chúc.
4. Trong khi chưa đạt tiêu chí dừng (số thế hệ tối đa hoặc độ hội tụ của Pareto):
  - a. Tạo dân số con  $Q^s$  bằng đột biến và lai chéo (sử dụng F và CR hiệu chỉnh dựa trên lịch sử giá trị lưu trong  $M_F, M_{CR}$ ).

b. Đánh giá  $Q^s$  bằng phân tích trực tiếp.

c. Kết hợp  $R^s = P^s \cup Q^s$ ; thực hiện xếp hạng không trội và chọn  $P^{s+1}$  dựa trên các lớp không trội và khoảng cách chen chúc.

d. Cập nhật  $M_F, M_{CR}$  nếu có cải thiện.

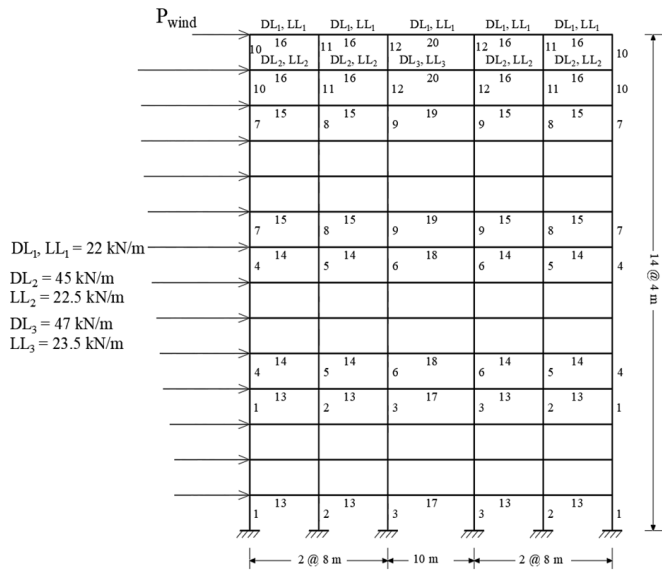
e. Cập nhật kho lưu trữ Pareto.

5. Trả về tập Pareto từ kho lưu trữ.

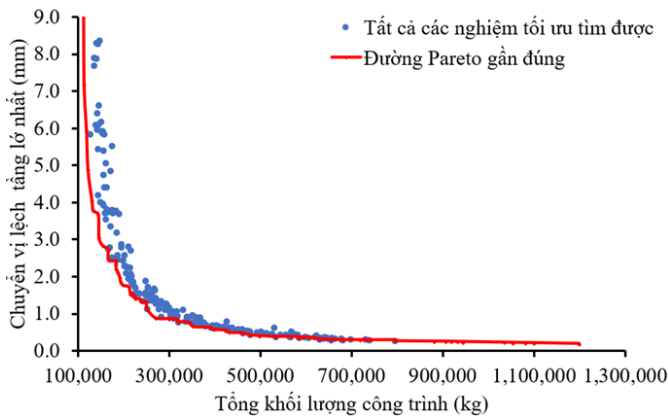
### 4. Ví dụ nghiên cứu: Khung thép phẳng $5 \times 14$ tầng

Khung thép phẳng  $5 \times 14$  được trình bày trong Hình 1 được giới thiệu trong tài liệu [22]. Khung này gồm 174 thanh, được phân loại thành 20 nhóm thiết kế, trong đó có 12 nhóm cho các thanh cột và 8 nhóm cho các thanh dầm. Hai hàm mục tiêu được xem xét là tối thiểu hóa tổng khối lượng của công trình và tối thiểu hóa độ lệch tầng lớn nhất của công trình. Tập dữ liệu thiết kế cho cột bao gồm 169 tiết diện từ W10, W12, W14, W18, W21, W24, W27 và cho dầm là 267 tiết diện từ W10 – W44, được lấy từ tập dữ liệu của tiêu chuẩn AISC-LRFD. Do đó, không gian thiết kế có hơn  $1.402 \times 10^{46}$  hoán vị. Vật liệu thép là A992 với cường độ chảy 344.7 MPa, mô đun đàn hồi 200000 MPa, và khối lượng riêng 7850 kg/m<sup>3</sup>. Một tổ hợp tải trọng cường độ và một tổ hợp tải trọng dịch vụ được xem xét, bao gồm (1,2D + 0,5L + 1,6W) và (1,0D + 0,5L + 0,7W). Trong đó, D, L và W lần lượt là tĩnh tải, hoạt tải và tải trọng gió. Giới hạn của chuyển vị lệch tầng là  $h/400$ . Tải trọng gió ngang  $P_{wind}$  được áp dụng dưới dạng tải trọng tập trung theo từng tầng, với cường độ được đưa ra trong Bảng 1. Tĩnh tải và hoạt tải được phân bố đều và tác dụng lên tất cả các dầm ở hai tầng trên cùng, như trình bày trong Hình 1. Số lượng ràng buộc về khả năng thi công, cường độ và sử dụng lần lượt là 13, 1 và 1. Các thông số của thuật toán GDE3, SHAMODE và SHAMODEWO bao gồm: số biến thiết kế là 20 (12 cho cột và 8 cho dầm), số lượng cá thể (NP) là 50, số thế hệ tối đa là 200. Phân tích trực tiếp được thực hiện dựa trên chương trình PAAP [17]. Các chỉ số hiệu suất bao gồm khoảng cách thế hệ (GD), khoảng cách thế hệ nghịch (IGD) và thể tích siêu khối (HV) (có thể tham khảo công thức tính các chỉ số này trong tài liệu [6]), được tính toán trên máy tính có cấu hình Core i7-8700 3.2 GHz với 32 GB RAM. Mỗi thuật toán được chạy độc lập 10 lần.

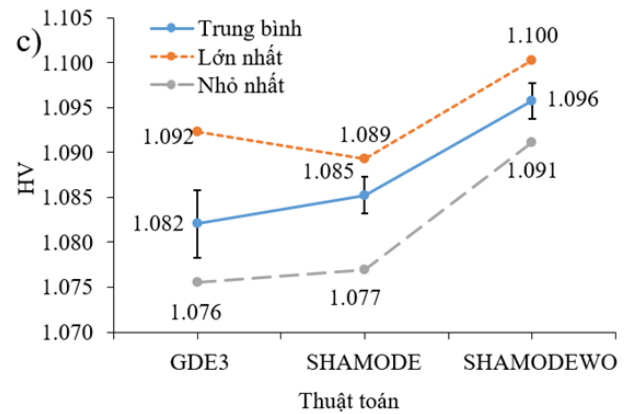
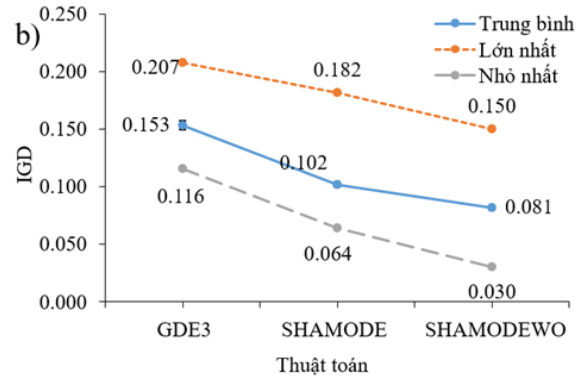
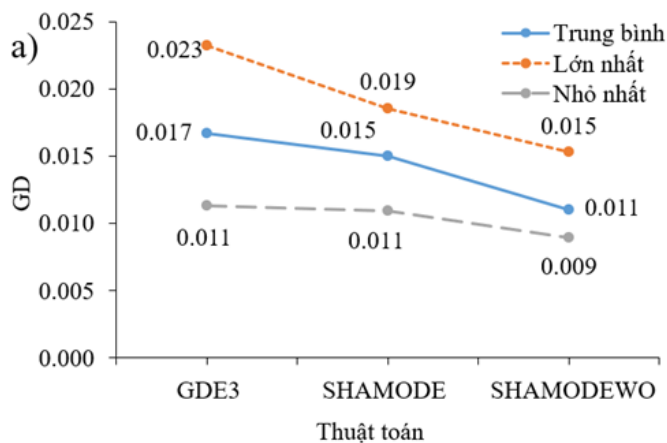
Đối với các bài toán tối ưu đa mục tiêu cho công trình, đường Pareto chính xác là không có trước. Do vậy, để có đường Pareto làm cơ sở so sánh hiệu suất các thuật toán, đường Pareto gần đúng ước lượng dựa trên tập hợp các nghiệm không trội tốt nhất từ tất cả các thuật toán. Kết quả được trình bày trong Hình 2. Từ Hình 2, có thể thấy rằng 2 đường Pareto là đường cong thể hiện rõ sự mâu thuẫn giữa 2 hàm mục tiêu là tổng khối lượng nhỏ nhất của khung thép và chuyển vị lệch tầng lớn nhất. Điều đó cho thấy rằng việc áp dụng nghiên cứu đa mục tiêu trong trường hợp này là hợp lý và cần thiết.



Hình 1. Khung thép phẳng 5 x 14 tầng.



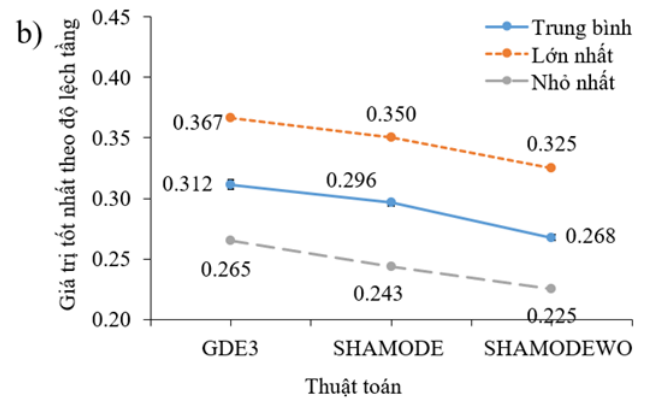
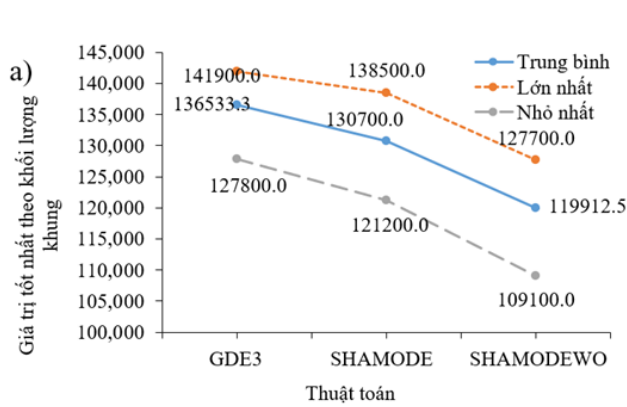
Hình 2. Đường Pareto gần đúng từ kết quả tối ưu khung thép phẳng 5 x 14 tầng.



Hình 3. Chỉ số GD, IGD và HV của kết quả tối ưu khung thép phẳng 5 x 14 tầng.

Hình 3 trình bày các chỉ số so sánh hiệu suất của các thuật toán, trong đó các chỉ số GD và IGD được tính dựa trên đường Pareto gần đúng và đã hiệu chỉnh về khoảng giá trị [0, 1]. Chỉ số HV được xác định giữa theo điểm tham chiếu là [1.1, 1.1] và các giá trị được hiệu chỉnh về khoảng [0,1] dựa trên 2 giá trị lớn nhất tương ứng với 2 hàm mục tiêu trong tập tất cả các nghiệm tối ưu của các thuật toán tìm được. Từ Hình 3 ta thấy rằng SHAMODEWO đạt giá trị GD thấp nhất (khoảng 0,011), cho thấy các nghiệm của nó gần với đường Pareto thực hơn so với GDE3 (GD  $\approx$  0,017) và SHAMODE (GD  $\approx$  0,015). Tương tự, IGD của SHAMODEWO là khoảng 0,081; thấp hơn đáng kể so với các thuật toán còn lại, phản ánh sự phân bố đều đặn và hội tụ tốt. Chỉ số HV của SHAMODEWO cao nhất (khoảng 1.096), chứng minh thuật toán bao phủ thể tích lớn hơn trong không gian mục tiêu, nghĩa là cung cấp tập Pareto chất lượng cao hơn. Điều này cho thấy SHAMODEWO tìm kiếm được nghiệm Pareto tốt hơn so với GDE3 và SHAMODE.

Hình 4 so sánh giá trị tốt nhất (best values) của hai hàm mục tiêu từ các thuật toán. Đối với mục tiêu tổng khối lượng, SHAMODEWO đạt giá trị thấp nhất (109100 kg), tốt hơn GDE3 (127800 kg) và SHAMODE (121200 kg). Đối với độ lệch tầng lớn nhất, SHAMODEWO tìm kiếm được giá trị nhỏ nhất là 0,225 m, trong khi GDE3 và SHAMODE lần lượt là 0,265 m và 0,243 m. Điều này cho thấy SHAMODEWO cũng tốt hơn GDE3 và SHAMODE ở khả năng tìm các điểm cực trị theo các hàm mục tiêu.



**Hình 4.** Giá trị tốt nhất của 2 hàm mục tiêu tìm được từ kết quả tối ưu khung thép 5 × 14 tầng.

**Bảng 1.** Tải trọng gió quy đổi cho khung 5x14 tầng (kN).

| Tầng       | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13   | 14    |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| $P_{wind}$ | 17,37 | 17,37 | 18,46 | 20,09 | 20,82 | 21,54 | 22,63 | 23,54 | 23,54 | 24,45 | 25,17 | 25,17 | 25,9 | 13,22 |

## 5. Kết luận

Bài báo đã đề xuất và áp dụng thuật toán SHAMODEWO, một thuật toán metaheuristic lai dựa trên SHADE với các cải tiến dành cho tối ưu hóa đa mục tiêu, để giải quyết bài toán tối ưu hóa khung thép cao tầng với phân tích phi tuyến. Thông qua việc xây dựng khung toán học bao gồm hai hàm mục tiêu (tổng khối lượng và chuyển vị lệch tầng lớn nhất), các ràng buộc thực tế theo tiêu chuẩn thiết kế, và sử dụng phân tích trực tiếp bằng phần mềm PAAP, phương pháp này đã chứng minh khả năng xử lý hiệu quả không gian thiết kế phức tạp và tạo ra tập nghiệm Pareto chất lượng cao.

Kết quả từ ví dụ nghiên cứu khung thép phẳng 5 × 14 tầng cho thấy SHAMODEWO vượt trội hơn các thuật toán so sánh như GDE3 và SHAMODE về các chỉ số hiệu suất: GD thấp hơn (0,011 so với 0,017 và 0,015), IGD thấp hơn (0,081), HV cao hơn (1,096), cũng như khả năng tìm các giá trị cực trị tốt hơn cho từng hàm mục tiêu (tổng khối lượng 109100 kg và chuyển vị lệch tầng 0,225 m). Những kết quả này khẳng định tính ưu việt của SHAMODEWO trong việc duy trì đa dạng nghiệm, hội tụ nhanh chóng, và đảm bảo tính khả thi thực tế, góp phần tiết kiệm tài nguyên vật liệu và nâng cao độ an toàn, bền vững cho các công trình khung thép cao tầng.

Nghiên cứu này không chỉ cung cấp một công cụ hiệu quả cho kỹ sư thiết kế mà còn mở ra các hướng nghiên cứu tương lai, chẳng hạn như tích hợp SHAMODEWO với kỹ thuật học máy để giảm thêm chi phí tính toán, mở rộng bài toán cho các cấu trúc không gian ba chiều, hoặc xem xét thêm các mục tiêu như chi phí thi công và độ tin cậy dưới tải trọng động đất. Việc tiếp tục phát triển các thuật toán metaheuristic như SHAMODEWO sẽ hỗ trợ mạnh mẽ cho lĩnh vực kỹ thuật xây dựng trong bối cảnh đô thị hóa và yêu cầu bền vững ngày càng cao.

## Tài liệu tham khảo

- [1]. ANSI/AISC 360-16 (2016). Specification for structural steel buildings. Chicago (IL): American Institute of Steel Construction.
- [2]. Degertekin, S.O., Saka, M.P., Hayalioglu, M.S. (2008). Optimal load and resistance factor design of nonlinear steel space frames via Tabu search and genetic algorithm. Eng Struct 30, 197–205.
- [3]. Truong, V. H., Ha, M.H., Pham, H.A., Tran, D.H. (2020). Optimization of steel moment frames with panel-zone design using an adaptive differential evolution. Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE)-HUCE 14(2), 65-75.
- [4]. Pham, H.A., Nguyen, D.X., Truong, V.H. (2021). An efficient differential-evolution-based moving compensation optimization approach for controlling differential column shortening in tall buildings. Expert Systems with Applications 169, 114531.
- [5]. Vu, Q.A., Cao, T.S., Nguyen, H.H., Truong, V.H., Ha, M.H. (2023). An efficient differential evolution-based method for optimization of steel frame structures using direct analysis. Structures 51, 67-78.
- [6]. Cao, T. S., Pham, H. A., Truong, V. H. (2024). An efficient algorithm for multi-objective structural optimization problems using an improved pbest-based differential evolution algorithm. Advances in Engineering Software 197, 103752.
- [7]. Truong, V. H., Tangaramvong, S., Pham, H. A., Nguyen, M.C., Su, R. (2025). An efficient archive-based parameter-free multi-objective Rao-DE algorithm for bi-objective optimization of truss structures. Computers & Structures 308, 107647.
- [8]. Nguyen, M.C., Pham, H. A., Truong, V. H. (2025). An efficient multi-objective algorithm based on Rao and differential evolution for solving bi-objective truss optimization. Engineering Optimization, 1-31 (Online).
- [9]. Truong, V. H., Pham, H. A., Tangaramvong, S. (2025). An efficient method for nonlinear inelastic truss optimization based on improved k-nearest neighbor comparison and Rao algorithm. Structures 71, 108158.

- [10]. Truong, V. H., Cao, T. S., Tangaramvong, S. (2024) A robust machine learning-based framework for handling time-consuming constraints for bi-objective optimization of nonlinear steel structures. *Structures* 62, 106226.
- [11]. Nguyen, M.C., Ha, M.H., Nguyen, N.T., Dinh, V.T., Truong, V.H. (2025). A robust XGBoost-based multi-objective optimization algorithm for nonlinear truss structures. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE)-HUCE*, 19(1), 131–141.
- [12]. Truong, V.H., Kim, S.E. (2017). An efficient method for reliability-based design optimization of nonlinear inelastic steel space frames. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 56 (2), 331-351.
- [13]. Nguyen, M.C., Le, M.T., Vu, Q.A., Nguyen, N.T., Truong, V.H. (2025). Multi-objective optimization for nonlinear steel frames using a parameter-less MOO algorithm and XGBoost. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (JSTCE)-HUCE*, 19(2), 48-61.
- [14]. Storn, R., Price, K. (1997). Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *J. Glob. Optim.*, 11(4), 341-359.
- [15]. Lee, K.S., Geem, Z.W. (2004). A new structural optimization method based on the harmony search algorithm. *Computers and Structures*, 82, 781–98.
- [16]. Kennedy, J., Eberhart, R.C. (1995) Particle swarm optimization. in *Proceeding of IEEE International Conference Neural Networks 1995*, 1942–1948.
- [17]. Thai, H.T., Kim, S.E. (2011) Practical advanced analysis software for nonlinear inelastic dynamic analysis of space steel structures. *Journal of Constructional Steel Research* 67(3), 453-461.
- [18]. Yang, Y.B., Shieh, M.S. (1990) Solution method for nonlinear problems with multiple critical points. *AIAA Journal* 28(12), 2110-2116.
- [19]. Orbison, J.G., McGuire, W., Abel, J.F. (1982) Yield surface applications in nonlinear steel frame analysis. *Computer Methods for Applied Mechanical Engineering* 33, 557-573.
- [20]. Tanabe, R., Fukunaga, A. (2013). Success-history based parameter adaptation for Differential Evolution. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 71-78.
- [21]. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197.
- [22]. Alberdi, R., Khandelwal, K. (2015) Comparison of robustness of metaheuristic algorithms for steel frame optimization. *Engineering Structures*, 102, 40-60.