

Ứng xử chịu kéo khi uốn của dầm bê tông cốt sợi thép phân tán: Thí nghiệm và mô hình số

Lê Gia Khuyến¹, Vũ Việt Hưng^{1*}, Nguyễn Hoàng Quân², Trần Bảo Việt²

¹ Phân hiệu tại thành phố Hồ Chí Minh, Trường Đại học Giao thông vận tải, thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

² Trường Đại học Giao thông vận tải, Số 3 Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

TỪ KHOA

Phương pháp trường pha
Bê tông cốt sợi
Sợi thép
Ứng xử chịu kéo khi uốn
Mô hình số

TÓM TẮT

Thí nghiệm và mô hình số mô phỏng dầm bê tông cốt sợi thép phân tán (BTCSTPT) chịu uốn ba điểm theo EN 14651: 2005 được nghiên cứu trong bài báo này. Sợi thép tròn trơn mạ đồng (HF5913) có hàm lượng sợi khác nhau theo phần trăm thể tích (0%; 0,5%; 1% và 1,5%) được sử dụng cho các dầm bê tông có cường độ chịu nén 60 MPa. Mẫu thí nghiệm có kích thước 150x150x550 mm. Kết quả thí nghiệm cho thấy cường độ chịu kéo khi uốn của dầm bê tông thường chỉ đạt khoảng 1/12 cường độ chịu nén. Trong khi đó, dầm BTCSTPT thể hiện khả năng chịu kéo khi uốn cao hơn đáng kể, có thể đạt từ 1/9 đến 1/6 cường độ chịu nén, tùy thuộc vào hàm lượng sợi thép được sử dụng. Kết quả này cho thấy việc bổ sung sợi thép vào bê tông góp phần cải thiện đáng kể khả năng chịu kéo khi uốn của vật liệu. Sự phù hợp giữa kết quả thí nghiệm và mô hình số mô phỏng ứng xử cơ học của vật liệu BTCSTPT dựa trên phương pháp trường pha được nhóm chúng tôi xây dựng gần đây, chứng tỏ sự chính xác của mô hình. Thông qua mô hình, ứng xử chịu kéo khi uốn của BTCSTPT đã được phân tích và thảo luận thêm.

KEYWORDS

Phase-field method
Fiber reinforced concrete
Steel fiber
Flexural tensile behavior
Numerical model

ABSTRACT

The experimental and numerical modeling of steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams subjected to three-point bending according to EN 14651:2005 are presented in this paper. Smooth round copper-coated steel fibers (HF5913) with varying volume fractions (0%; 0,5%; 1% and 1,5%) were used in concrete beams with a compressive strength 60 MPa. The test specimens had dimensions of 150x150x550 mm. Experimental results showed that the flexural tensile strength of conventional concrete beams was approximately one-twelfth of their compressive strength. In contrast, steel fiber-reinforced concrete beams exhibited significantly higher flexural tensile capacity, reaching between one-ninth and one-sixth of the compressive strength, depending on the fiber content. These findings indicate that the incorporation of steel fibers into concrete considerably enhances its flexural tensile performance. The good agreement between the experimental results and the numerical simulations of the mechanical behavior of SFRC materials — based on the phase field method recently developed by our team — demonstrates the model's accuracy. Through this model, the flexural tensile behavior of SFRC was further analyzed and discussed.

1. Giới thiệu

Bê tông cốt sợi thép phân tán (BTCSTPT) là một vật liệu composite tiên tiến, trong đó các sợi thép ngắn, rời rạc được phân tán vào trong bê tông, giúp cải thiện đáng kể tính chất cơ học so với bê tông thông thường. Các sợi thép này làm tăng cường độ chịu kéo, chịu uốn và chịu cắt, đồng thời nâng cao khả năng chống nứt, chống va đập và độ bền phá hủy [1]. Các sợi hoạt động như một dạng cốt thép phân tán trong toàn bộ khối bê tông, liên kết các thành phần của bê tông và cho phép kiểm soát tốt hơn sự phát triển của vết nứt. Nhờ đó, BTCSTPT thể hiện độ bền lâu dài và khả năng chống môi vượt trội, đặc biệt phù hợp cho các ứng dụng yêu cầu khắt khe như sàn công nghiệp, bản mặt cầu, cấu kiện bê tông đúc sẵn và vỏ hầm [1]. Hơn nữa, việc sử dụng

BTCSTPT có thể đơn giản hóa quá trình thi công bằng cách giảm sự phụ thuộc vào cốt thép truyền thống, từ đó tiết kiệm chi phí nhân công và vật liệu mà vẫn duy trì hiệu suất cao.

Tính chất cơ học của bê tông cốt sợi thép phân tán nổi bật vượt trội so với bê tông truyền thống, đặc biệt là khả năng dẻo dai (ductility) và ứng xử chịu kéo khi uốn (flexural tensile behavior). Các nghiên cứu chỉ ra rằng việc bổ sung sợi thép vào bê tông làm tăng đáng kể độ cứng uốn và khả năng hấp thụ năng lượng (flexural toughness), nhờ cơ chế “bắc cầu” (fiber bridging) giữa các vết nứt [2,3]. Sau tải trọng cực đại, BTCSTPT còn thể hiện ứng xử hậu đỉnh (post-peak behavior) dẻo hơn, không gãy giòn ngay lập tức mà giảm tải từ từ, cho thấy năng lượng phá hủy cao hơn [2,4]. Khả năng kháng nứt và kiểm soát mở rộng vết nứt cũng được cải thiện rõ rệt nhờ sợi thép có vai trò truyền lực giữa

*Liên hệ tác giả: hungvv_ph@utc.edu.vn

Nhận ngày 15/10/2025, sửa xong ngày 04/11/2025, chấp nhận đăng ngày 05/11/2025

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.06.2025.1146>

các bề mặt bê tông khi bị nứt [2,5]. Những yếu tố như kích thước sợi, hàm lượng sợi và hình dạng sợi quyết định mức độ gia tăng tính dẻo dai và khả năng chịu kéo khi uốn của BTCSTPT [2,4]. Trong các ứng dụng yêu cầu chịu tải trọng động hay có điều kiện vận hành phức tạp, như sàn công nghiệp hay tấm bê tông chịu va đập, BTCSTPT là lựa chọn ưu việt nhờ khả năng duy trì hiệu năng cơ học sau khi nứt [2].

Thí nghiệm uốn ba điểm đóng vai trò quan trọng trong việc đánh giá và kiểm chứng độ chính xác của mô hình số mô phỏng ứng xử cơ học của bê tông cốt sợi thép phân tán. Đây là phương pháp thí nghiệm tiêu chuẩn giúp xác định trực tiếp khả năng chịu kéo khi uốn và đặc tính sau nứt của vật liệu, vốn là những thông số quan trọng đối với việc mô phỏng chính xác ứng xử của BTCSTPT. Việc thực hiện thí nghiệm uốn ba điểm cho phép thu được các dữ liệu thực nghiệm đáng tin cậy, phục vụ cho quá trình hiệu chỉnh và xác thực mô hình số mà nhóm nghiên cứu đã phát triển [6]. Khi mô hình số được đối chiếu và cho kết quả phù hợp với dữ liệu thí nghiệm, điều đó chứng minh tính đúng đắn của các giả thiết cơ học, mô hình vật liệu và phương pháp tính toán được áp dụng. Ngược lại, sự sai lệch giữa kết quả mô phỏng và thực nghiệm sẽ giúp nhóm nghiên cứu nhận diện các yếu tố cần điều chỉnh trong mô hình. Do đó, thí nghiệm uốn ba điểm không chỉ là công cụ kiểm chứng, mà còn là bước quan trọng trong việc hoàn thiện và nâng cao độ tin cậy của mô hình số. Việc kết hợp chặt chẽ giữa mô phỏng số và thí nghiệm thực nghiệm giúp đảm bảo rằng mô hình được phát triển có thể mô tả chính xác hơn ứng xử phi tuyến và khả năng chịu lực thực tế của vật liệu BTCSTPT trong các điều kiện làm việc khác nhau.

Để đánh giá khả năng chịu uốn và đặc tính dẻo dai của BTCSTPT sau khi đạt giá trị cường độ giới hạn (f_t), vật liệu được thử nghiệm theo tiêu chuẩn EN 14651:2005 [7]. Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả tiến hành thí nghiệm uốn ba điểm nhằm kiểm chứng và so sánh với mô hình số mô phỏng ứng xử cơ học của BTCSTPT do nhóm đã phát triển trước đây [6]. Các thí nghiệm được thực hiện trên dầm BTCSTPT có kích thước 150x150x550 mm, sử dụng sợi thép tròn trơn mạ đồng (HF5913) với hàm lượng sợi khác nhau theo phần trăm thể tích (0 %, 0,5 %, 1,0 % và 1,5 %) được sử dụng cho các dầm bê tông có cường độ chịu nén 60 MPa.

Cấu trúc của bài báo được trình bày như sau: Phần 1 giới thiệu tổng quan và đặt vấn đề nghiên cứu; Phần 2 mô tả chi tiết thí nghiệm uốn ba điểm được sử dụng để thu thập dữ liệu kiểm chứng; Phần 3 trình bày mô hình số mô phỏng thí nghiệm và so sánh kết quả với dữ liệu thực nghiệm; cuối cùng, Phần 4 tóm tắt các kết luận chính và đưa ra một số kiến nghị cho các hướng nghiên cứu tiếp theo.

2. Thí nghiệm uốn ba điểm

Để nghiên cứu các đặc trưng cơ học của vật liệu bê tông cốt sợi thép phân tán (BTCSTPT), có thể thực hiện nhiều dạng thí nghiệm khác nhau như thí nghiệm nén, kéo trực tiếp, thí nghiệm kéo trượt và uốn ba điểm. Trong số đó, các đường cong quan hệ ứng suất – biến dạng khi vật liệu chịu kéo và nén được xem là những đặc trưng cơ học quan trọng phản ánh rõ nhất ứng xử của BTCSTPT. Nhờ sự có mặt của sợi

thép, lực vẫn truyền được trong bê tông thông qua sợi thép, nhờ đó tránh được hiện tượng phá hoại đột ngột, tăng tính dẻo cho bê tông. Tuy nhiên, việc thực hiện thí nghiệm kéo trực tiếp hay kéo trượt trên mẫu BTCSTPT rất phức tạp và đòi hỏi độ chính xác cao trong chế tạo cũng như đo đạc.

Để thuận lợi hơn cho việc nghiên cứu sâu về các đặc tính cơ học của BTCSTPT, trong bài báo này chúng tôi đã lựa chọn phương pháp thí nghiệm uốn ba điểm trên dầm BTCSTPT nhằm khảo sát ảnh hưởng của hàm lượng sợi thép đến ứng xử chịu kéo khi uốn. Quá trình thí nghiệm được tiến hành tuân thủ theo tiêu chuẩn châu Âu EN 14651:2005 [7] và tiêu chuẩn quốc gia TCVN 12393:2018 [8], đảm bảo tính đồng bộ và độ tin cậy của kết quả.

2.1. Vật liệu thí nghiệm

Vật liệu được dùng trong nghiên cứu gồm: Xi măng Poóc-lăng (XM) Fico PCB40; cát vàng tự nhiên có khối lượng riêng 2,630 g/cm³, có kích cỡ 0-4 mm; tro bay loại F có khối lượng riêng 2,440 g/cm³; phụ gia siêu dẻo ViscoCrete 8186 hãng Sika (40 % solid) có màu nâu nhạt, khối lượng thể tích (ở 20 °C) là 0,700 g/cm³; cốt liệu đá dăm Granit được lấy tại mỏ đá Tân Uyên, tỉnh Bình Dương dùng trong thi công công trình, có khối lượng riêng 2,720 g/cm³, đá dăm cỡ hạt 4-9,5 mm có thành phần hạt đạt tiêu chuẩn TCVN 7570: 2006 [9]; sợi thép mạ đồng (HF5913) có cường độ chịu kéo 2800 MPa, khối lượng riêng 7,850 g/cm³, tiết diện hình tròn, chiều dài sợi 13 mm, đường kính 0,22 mm (Hình 1).



Hình 1. Sợi thép dùng trong thí nghiệm.

2.2. Thiết kế cấp phối bê tông và đúc mẫu

Trên cơ sở các loại vật liệu sử dụng để chế tạo bê tông thông thường, nhóm nghiên cứu đã kết hợp các loại vật liệu trên với cốt sợi thép mạ đồng (HF5913) để thiết kế BTCSTPT với yêu cầu của mẫu đối chứng có cường độ nén ở tuổi 28 ngày đạt M60 (MPa); hỗn hợp bê tông có tính linh động cao, không phân tầng, không tách nước, có độ nhớt phù hợp giúp sợi phân tán đều trong mẫu. Nhờ đó, tăng tính đồng nhất và phát huy hiệu quả sợi thép trong bê tông.

Bảng 1 trình bày kích thước mẫu và số lượng mẫu thí nghiệm uốn ba điểm, áp dụng cho bốn cấp phối BTCSTPT được ký hiệu lần lượt là SFRC0.0, SFRC0.5, SFRC1.0 và SFRC1.5, tương ứng với hàm lượng sợi thép theo thể tích là 0,0 %, 0,5 %, 1,0 % và 1,5 %. Kết quả thiết kế thành phần vật liệu cho các cấp phối bê tông được trình bày trong Bảng 2.

Hình 2 minh họa công tác chuẩn bị vật liệu thí nghiệm, bao gồm đá dăm, cát, xi măng, tro bay, phụ gia siêu dẻo, nước và sợi thép, cũng

như việc chuẩn bị khuôn đúc cho mẫu dầm (150x150x550 mm). Các cấp phối sau đó được trộn đều bằng máy trộn bê tông cường bức trực đứng (Hình 2d).

Để kiểm tra tính công tác của hỗn hợp bê tông, thí nghiệm đo độ sụt được thực hiện bằng côn Abrams. Kết quả đo cho bốn cấp phối SFRC0.0, SFRC0.5, SFRC1.0 và SFRC1.5 lần lượt là 17 cm, 12 cm, 9 cm và 7 cm (Hình 3). Trong quá trình đổ hỗn hợp vào khuôn, đầm dùi được sử dụng kết hợp với máy rung để đảm bảo cốt sợi thép phân bố đồng đều trong toàn dầm. Sau khi đúc, các dầm được bảo dưỡng trong điều kiện tiêu chuẩn về nhiệt độ và độ ẩm trong 28 ngày trước khi đưa ra thí nghiệm (Hình 4).

2.3. Tiến hành thí nghiệm

Để tiến hành thí nghiệm, một vết khía có bề rộng 5 mm và độ sâu 20 mm được tạo ra tại chính giữa dầm bằng máy cắt để cố định vị trí bắt đầu phát triển của vết nứt, với sơ đồ thí nghiệm được bố trí như Hình 5.

Thí nghiệm được thực hiện bằng máy uốn thủy lực tạo ra một lực tập trung tác dụng vào mặt trên của dầm tại chính giữa nhịp. Dầm bê tông cốt sợi thép được đặt trên hai gối tựa và có các thiết bị đo biến dạng, chuyển vị được lắp đặt như Hình 6. Trong quá trình thí nghiệm, lực tác dụng được điều khiển thông qua tốc độ mở của miệng vết nứt (CMOD) cho đến khi CMOD đạt giá trị là 3,5 mm, sau đó được điều khiển với tốc độ 1mm/phút cho đến khi kết cấu phá hủy hoàn toàn (Bảng 3). Kết quả thí nghiệm sẽ được trình bày trong phần tiếp theo.

2.4. Kết quả thí nghiệm

Kết quả thí nghiệm được ghi lại bằng máy tính có kết nối đến các thiết bị đo biến dạng được lắp trên dầm, sau đó dữ liệu về lực tác dụng F , CMOD và độ võng tại điểm giữa dầm được lưu lại. Để dễ dàng hơn trong việc phân tích và sử dụng cho mục đích nghiên cứu sau này, đường đặc trưng cơ học của vật liệu được biến đổi thành mối quan hệ giữa cường độ chịu kéo khi uốn (flexural tensile stress) với độ mở của miệng vết nứt CMOD. Bảng 4 tóm tắt kết quả thí nghiệm của dầm BTCSTPT chịu uốn ba điểm với các hàm lượng sợi thép khác nhau.

Một trong những kết quả thu được là giá trị cường độ giới hạn (f_L) – là giá trị ứng suất mà từ điểm đó vật liệu không còn tuân theo định luật Hooke, được đề xuất là giá trị ứng suất lớn nhất trong khoảng $CMOD \leq 0,05 \text{ mm}$.

Cường độ giới hạn f_L được tính bằng công thức sau:

$$f_L = \frac{3F_L L}{2bh^2_p} \quad (1)$$

Trong đó: F_L là giá trị lực tương ứng với cường độ giới hạn (Hình 7).

L là chiều dài dầm tính toán.

b là bề rộng mặt cắt ngang của dầm.

h_{sp} là chiều cao mặt cắt ngang tính từ rãnh vết khía (Hình 5).

Quan sát Bảng 4 và Bảng 5 cho thấy, vai trò của sợi thép trong việc cải thiện đáng kể tính năng cơ học so với bê tông thường, đặc biệt là nâng cao cường độ chịu kéo khi uốn và khả năng chống nứt. Kết quả

cũng có thể quan sát trực quan thông qua biểu đồ quan hệ cường độ chịu kéo khi uốn – CMOD của các dầm BTCSTPT với hàm lượng sợi khác nhau (Hình 8).

Quan sát Hình 9, chúng ta nhận thấy rằng đối với dầm không có sợi thép (SFRC0.0), sự phá hoại diễn ra đột ngột (Hình 9a), trong khi dầm với hàm lượng 0,5 % sợi thép (SFRC0.5), quá trình phá hoại xảy ra chậm hơn vì vết nứt đi dích dắc hơn (Hình 9b). Từ quan sát trực quan cho thấy việc bổ sung sợi thép đã giúp tăng độ dẻo dai của vật liệu BTCSTPT.

3. Mô hình số uốn ba điểm

Trong nghiên cứu gần đây của nhóm chúng tôi [6], một mô hình số kết hợp phương pháp trường pha với mô hình miền kết dính cho bài toán uốn ba điểm đã được giới thiệu đầy đủ. Độ chính xác của mô hình đã được kiểm chứng thông qua so sánh với kết quả thực nghiệm và mô hình hóa của Bitencourt và cộng sự [10], cũng như với các mô hình hóa gần đây của Ribeiro và cộng sự [11]. Vì vậy, trong bài báo này, phần xây dựng mô hình chỉ được trình bày tóm tắt, còn nội dung tập trung vào việc áp dụng mô hình và kiểm chứng với kết quả thí nghiệm đã trình bày trong phần 2.

3.1. Xây dựng mô hình

Xét một vật thể $\Omega \subset \mathbb{R}^D$, $D = 1, 2, 3$ là số chiều không gian. $\partial\Omega$ là biên của vật thể, $D = 1, 2, 3$ thể hiện số chiều không gian (Hình 10). Vật thể Ω gồm có nhiều pha, pha cốt kí hiệu Ω_i và pha nền kí hiệu Ω/Ω_i . Miền tiếp xúc giữa các vật liệu thành phần kí hiệu là Γ_β . Các pha vật liệu được giả thiết có ứng xử đàn hồi tuyến tính, đặc trưng bởi độ cứng $\mathbb{C}(\mathbf{x})$. Gọi Γ có kích thước $D - 1$ thể hiện hư hại bên trong miền Ω . Gọi năng lượng phá hủy các pha và năng lượng phá hủy miền tiếp xúc giữa các pha lần lượt là $g_c(\mathbf{x})$, $G(\llbracket \mathbf{u} \rrbracket, \kappa)$. Trong đó, $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ là bước nhảy chuyển vị tại miền tiếp xúc khi có hiện tượng bong tách xảy ra, κ là hệ số lịch sử tải trọng. Tổng năng lượng của vật thể nhiều pha có chứa vết nứt được tính theo công thức sau:

$$E = \int_{\Omega/\Gamma} \psi^e(\mathbf{u}) d\Omega + \int_\Gamma g_c d\Gamma + \int_{\Gamma_\beta} G(\llbracket \mathbf{u} \rrbracket, \kappa) d\Gamma_\beta \quad (2)$$

Trong phương trình (2), ψ^e là mật độ năng lượng đàn hồi.

Mối quan hệ giữa lực kéo theo phương pháp tuyến t_n và tiếp tuyến t_s với bước nhảy chuyển vị theo phương pháp tuyến $\llbracket u_n \rrbracket$ và tiếp tuyến $\llbracket u_s \rrbracket$ trên miền tiếp xúc như dưới đây:

$$t_n = \frac{G_u}{\delta_n} \frac{\llbracket u_n \rrbracket}{\delta_n} \exp\left(-\frac{\llbracket u_n \rrbracket}{\delta_n}\right) \exp\left(-\frac{\llbracket u_s \rrbracket^2}{\delta_s^2}\right) \quad (3)$$

$$t_s = \frac{2G_u}{\delta_s} \frac{\llbracket u_s \rrbracket}{\delta_s} \left(1 + \frac{\llbracket u_n \rrbracket}{\delta_n}\right) \exp\left(-\frac{\llbracket u_n \rrbracket}{\delta_n}\right) \exp\left(-\frac{\llbracket u_s \rrbracket^2}{\delta_s^2}\right) \quad (4)$$

Trong đó, δ_n và δ_s là các tham số độ dài được tính theo bằng $\delta_n = G_u/(t_u e)$ và $\delta_s = G_u/\left(t_u \sqrt{\frac{1}{2}e}\right)$ với $e = \exp(1)$, t_u và G_u là cường độ chịu kéo và năng lượng phá hủy tại miền tiếp xúc.

Như đã đề cập ở [6], nhờ kỹ thuật chuẩn hóa, các miền không liên tục như vết nứt, miền tiếp xúc được mô tả bằng bằng các trường vô hướng nhận giá trị trong khoảng từ 0 đến 1, gọi là trường ảo. Theo đó, vết nứt, miền tiếp xúc thật được mô tả thông qua trường vô hướng được

gọi là vết nứt ảo, miền tiếp xúc ảo. Cụ thể, vết nứt Γ được miêu tả bằng trường vô hướng vô hướng $d(x)$, gọi là trường pha, nhận giá trị 1 trên miền Γ và nhận giá trị bằng 0 khi tiến xa miền Γ . Tương tự, miền tiếp xúc Γ_β được miêu tả qua trường vô hướng $\beta(x)$ nhận giá trị 1 tại miền tiếp xúc và nhận giá trị bằng 0 khi tiến xa miền tiếp xúc. Gọi $\gamma_d(d, \nabla d)$ và $\gamma_\beta(\beta, \nabla \beta)$ lần lượt là hàm mật độ vết nứt và mật độ miền tiếp xúc trên một đơn vị thể tích. Bước nhảy chuyển vị $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ được thay thế bằng trường chuyển vị phụ thêm $\mathbf{v}(x)$ được xác định trên toàn miền vật thể. Từ đó, phương trình (3) có thể được viết lại dưới dạng như sau:

$$E = \int_\Omega \left(g(d) \psi^e(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + g_c \gamma_d(d, \nabla d) + G(\mathbf{v}, \kappa) \gamma_\beta(\beta, \nabla \beta) + \alpha \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_n} \right) d\Omega \quad (5)$$

Trong đó, α là hằng số nhận giá trị dương, được đưa vào nhằm đảm bảo điều kiện là trường phụ thêm $\mathbf{v}$ là hằng số theo phương vuông góc với vết nứt. $g(d) = (1 - d)^2 + k$, là hàm hư hại, đặc trưng cho sự suy giảm độ cứng khi có vết nứt xuất hiện, k là số thực rất bé, để đảm bảo điều kiện ổn định của bài toán khi vật thể bị hư hại hoàn toàn.

Áp dụng nguyên lý tiêu hao năng lượng tối đa và cực tiểu năng lượng cho phương trình (5), ta thu được các phương trình cho phép xác định trường pha $d(x)$, trường chuyển vị $\mathbf{u}(x)$ và trường chuyển vị phụ thêm $\mathbf{v}(x)$, như dưới đây:

$$\begin{cases} 2(1-d) \mathcal{H} - \frac{g_c}{\ell_d} (d - \ell_d^2 \Delta d) = 0 & (\Omega) \\ d(x) = 1 & (\Gamma) \\ \nabla d(x) \cdot \mathbf{n} = 0 & (\partial\Omega) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, d) = \mathbf{0} & (\Omega) \\ \mathbf{u}(x) = \bar{\mathbf{u}} & (\partial\Omega_u) \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{F}} & (\partial\Omega_F) \\ \gamma_\beta(\mathbf{t}(\mathbf{v}, \kappa) - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) = \alpha \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_n} & (\Gamma_\beta) \\ \frac{\partial \mathbf{v}(x_c)}{\partial x_n} = 0 & (\partial\Gamma_\beta) \end{cases} \quad (7)$$

Trong phương trình (6), $\mathcal{H}$ là hàm lịch sử mật độ năng lượng biến dạng, được tính theo công thức sau:

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, t) = \max_{\tau \in [0, t]} \{ \psi^{e+}(\mathbf{x}, \tau) \} \quad (8)$$

Trong đó, ψ^{e+} là phần chịu kéo của năng lượng mật độ đàn hồi, với giả thiết hư hại chỉ sinh ra do chịu kéo, được định nghĩa như sau:

$$\psi^e(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = g(d) \psi^{e+}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + \psi^{e-}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \quad (9)$$

$$\psi^{e\pm}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{\lambda}{2} [\langle \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \rangle_\pm]^2 + \mu \text{Tr}\{(\boldsymbol{\varepsilon}^\pm)^2\} \quad (10)$$

λ, μ là các hằng số Lamé

$\boldsymbol{\varepsilon}^e$ là ten-xơ biến dạng, được phân tách thành biến dạng kéo $\boldsymbol{\varepsilon}^{e+}$ và biến dạng nén $\boldsymbol{\varepsilon}^{e-}$.

Ứng suất Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ trong phương trình (7) được định nghĩa như sau:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi^e}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} = g(d) (\lambda \langle \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}^e \rangle_+ \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^{e+}) + (\lambda \langle \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}^e \rangle_- \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^{e-}). \quad (11)$$

Trong đó, biến dạng đàn hồi được thể hiện như sau:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p = \nabla \mathbf{u} - \mathbf{n}^{\Gamma_\beta} \otimes^s \mathbf{v} \gamma_\beta(\beta, \nabla \beta). \quad (12)$$

Bằng cách sử dụng biến phân trong trường pha, chuyển vị và trường chuyển vị phụ thêm, chúng ta thu được biểu thức dạng yếu (weak form) như sau:

$$\int_\Omega \left\{ \left(2\mathcal{H} + \frac{g_c}{\ell_d} \right) d \delta d + g_c \ell_d \nabla d \cdot \nabla d(\delta d) \right\} d\Omega = \int_\Omega 2 \delta \mathcal{H} d d\Omega \quad (13a)$$

$$\int_\Omega \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}^e(\delta \mathbf{u}) d\Omega = \int_{\partial\Omega_F} \bar{\mathbf{F}} \cdot \delta \mathbf{u} d\Gamma \quad (13b)$$

$$\int_\Omega \left\{ \gamma_\beta(\mathbf{t}(\mathbf{v}, \kappa) - \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}^p(\delta \mathbf{v})) - \alpha \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial x_n} \right\} d\Omega - \int_{\partial\Gamma_\beta} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_n} \delta \mathbf{v} d\Gamma = 0 \quad (13c)$$

Từ (13), chúng ta có thể chuyển về dạng rời rạc hóa và tính toán theo cơ sở của phương pháp phần tử hữu hạn. Việc triển khai đòi hỏi khá nhiều kỹ thuật tính toán khi phân tách biến dạng cũng như giải quyết đồng thời trường $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ tại phương trình (13b, c). Như đã đề cập ở trên, để hiểu rõ hơn độc giả có thể tham khảo công trình nghiên cứu trước của nhóm chúng tôi [6].

3.2. Kết quả mô phỏng

Áp dụng mô hình số đã được trình bày ở trên để nghiên cứu ảnh hưởng của hàm lượng sợi thép tới ứng xử chịu kéo khi uốn bằng cách mô phỏng một dầm uốn ba điểm có kích thước HxBxL = 150x150x550 mm. Với gối bên trái cố định chuyển vị theo phương đứng và phương ngang, trong khi gối bên phải di động có chuyển vị theo phương ngang. Chỉ có một đoạn dầm trong khu vực giữa dầm được mô phỏng để giảm chi phí tính toán (Hình 11). Dầm được gia tải với bước chuyển vị không đổi $\bar{u} = 0,005 \text{ mm}$.

Các thông số đặc trưng của mô hình được trình bày trong Bảng 6. Năng lượng phá hủy và cường độ dính bám được chọn theo nghiên cứu của Li và cộng sự [12], trong khi thông số đàn hồi của hạt và sợi được kế thừa từ các nghiên cứu trước về bê tông cốt sợi để đảm bảo tính nhất quán [13–15]. Các tham số đàn hồi của vữa được tính toán gián tiếp từ dữ liệu thực nghiệm thông qua hệ phương trình tự tương hợp dạng tổng quát. Cách tiếp cận này giúp mô hình phản ánh chính xác hơn sự phân bố ứng xử cơ học và gắn kết chặt chẽ giữa lý thuyết với dữ liệu thực nghiệm, từ đó tăng độ tin cậy của kết quả mô phỏng.

Sự phát triển vết nứt trong dầm với bốn tỷ lệ thể tích sợi khác nhau, được minh họa ở Hình 12 và Hình 13. Tất cả các mô phỏng đã được thực hiện trên máy tính LENOVO với bộ xử lý Intel(R) Core (TM) i5 CPU@2.1 GHz và 16 GB RAM. Mỗi mô phỏng mất khoảng 2 giờ. Quan sát Hình 12 và Hình 13 cho thấy vết nứt khởi phát từ vị trí môi, rồi lan dần theo phương thẳng đứng dọc theo chiều cao dầm. Quá trình này tiếp diễn đến khi dầm phá hoại hoàn toàn. Tỷ lệ thể tích sợi thép ảnh hưởng đến hình dạng và tốc độ lan truyền vết nứt.

Ở giai đoạn phá hoại, giá trị ứng suất cực đại trong mô phỏng không chênh lệch nhiều so với thí nghiệm (Bảng 7), sai số lớn nhất là 3,49 %. Kết quả này chứng tỏ các thông số mô hình được lựa chọn hợp lý và có khả năng dự báo tốt giá trị cường độ chịu kéo khi uốn (tại đỉnh đường cong) trước khi xuất hiện vết nứt. Ngoài ra, cũng có thể nhận thấy rằng khi tăng hàm lượng sợi, cường độ chịu kéo khi uốn của dầm tăng lên rõ rệt, đồng thời khả năng biến dạng dẻo được cải thiện đáng kể.

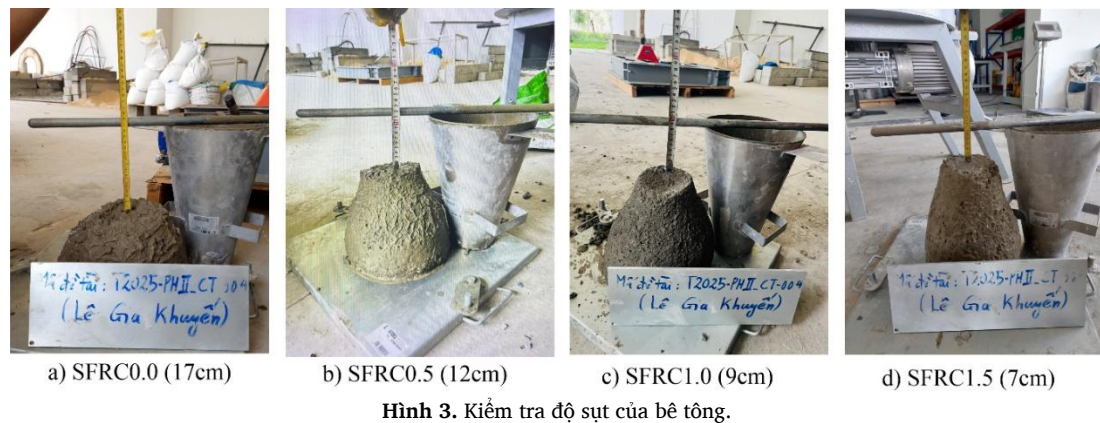
Quan sát Hình 14 cho thấy, biểu đồ thu được từ mô hình mô phỏng và kết quả thí nghiệm có sự tương đồng trong giai đoạn đàn hồi, tức là độ cứng khi chịu uốn gần như tương đương. Đường cong mô phỏng cũng phản ánh được sự thay đổi độ cứng của dầm khi xuất hiện vết nứt. Tuy nhiên, sau khi có vết nứt, mô hình mô phỏng thể hiện ứng xử chịu uốn mang tính giòn nhiều hơn, do bài toán được xây dựng dựa trên ứng xử đàn hồi của vật liệu kết hợp với sự suy giảm độ cứng thông qua biến hư hại, nên chưa thể hiện rõ tính dẻo của vật liệu BTCSTPT khi có biến dạng lớn.

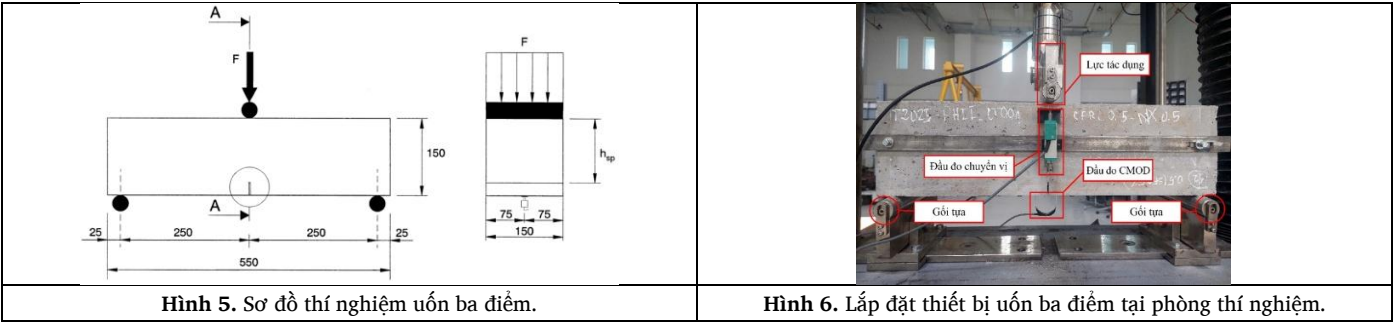
Bảng 1. Dữ liệu về mẫu BTCSTPT làm thí nghiệm uốn 3 điểm.

STT	Tên mẫu BTCSTPT	Hàm lượng sợi [kg/m ³] – [%]	Mẫu uốn [mm]	Số lượng
1	SFRC0.0	0 – (0,0 %)	150x150x550	3
2	SFRC0.5	39,25 – (0,5 %)	150x150x550	3
3	SFRC1.0	78,5 – (1,0 %)	150x150x550	3
4	SFRC1.5	117,75 – (1,5 %)	150x150x550	3

Bảng 2. Thành phần vật liệu cho 1m³ bê tông cốt sợi thép phân tán.

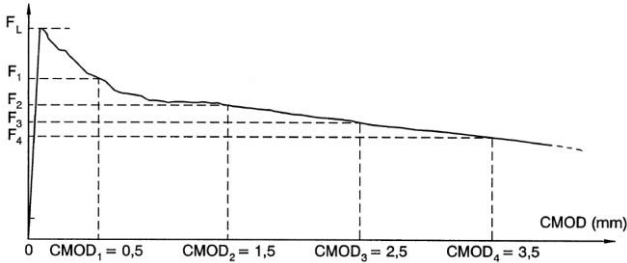
Tên mẫu BTCSTPT	Xi măng (kg)	Tro bay (kg)	Cát (kg)	Đá dăm (kg)	Phụ gia (kg)	Nước (lít)	Sợi thép (kg)	Tỉ lệ N/XM
SFRC0.0	300	90	800	1012	1,8	150	0	0,50
SFRC0.5	300	90	795	1004	1,8	150	39,3	0,50
SFRC1.0	300	90	789	997	1,8	150	78,5	0,50
SFRC1.5	300	90	783	989	1,8	150	117,8	0,50





Bảng 3. Quá trình tác dụng lực trong thí nghiệm kiểm soát theo CMOD.

CMOD (mm)	Tốc độ (mm/phút)
0 – 0,1	0,05
0,1 – 2,0	0,2
2,0 – 3,5	0,3



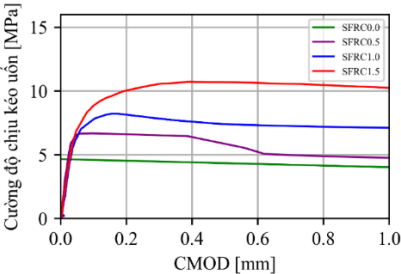
Hình 7. Biểu đồ lực và CMOD [7].

Bảng 4. Kết quả thí nghiệm uốn ba điểm.

STT	Tên mẫu BTCSTPT	Cường độ chịu kéo khi uốn (MPa)			
		Mẫu 1	Mẫu 2	Mẫu 3	Trung bình
1	SFRC0.0	4,68	4,58	4,70	4,65
2	SFRC0.5	6,67	6,43	6,75	6,62
3	SFRC1.0	8,21	8,15	8,19	8,18
4	SFRC1.5	10,16	10,07	10,69	10,31

Bảng 5. So sánh cường độ chịu kéo khi uốn giữa bê tông và BTCSTPT.

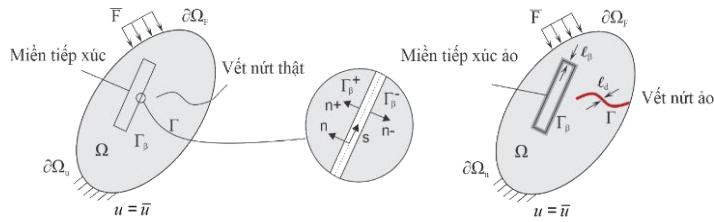
So sánh cường độ chịu kéo khi uốn của BTCSTPT so với bê tông			
SFRC0.0	SFRC0.5	SFRC1.0	SFRC1.5
0,0 %	Tăng 42,37 %	Tăng 75,91 %	Tăng 121,72 %



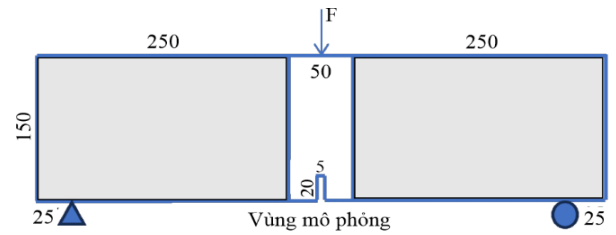
Hình 8. Đường quan hệ cường độ chịu kéo khi uốn- CMOD bằng thí nghiệm.



Hình 9. Hình ảnh dầm bị phá hoại trong hai trường hợp:
(a) Không có sợi thép; (b) Hàm lượng 0,5 % sợi thép.



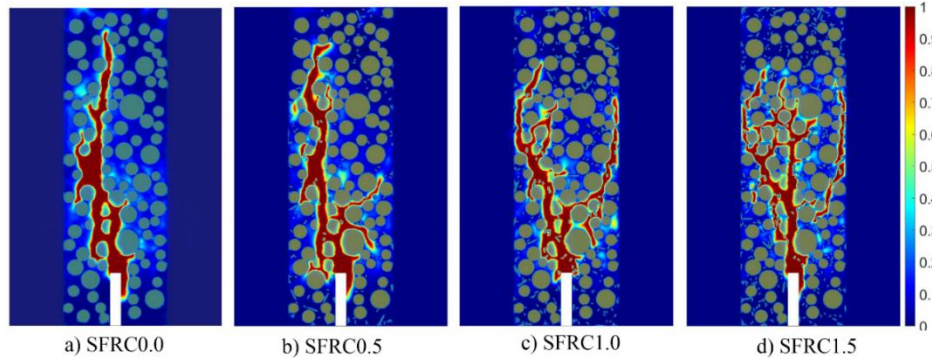
Hình 10. Chuẩn hóa vết nứt và miền tiếp xúc.



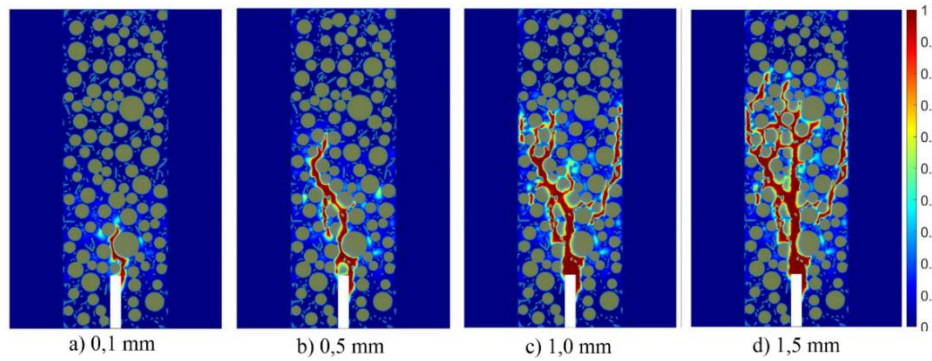
Hình 11. Mô phỏng bài toán uốn ba điểm.

Bảng 6. Các thông số vật liệu và thông số mô hình.

	Mô đun đàn hồi	Hệ số Poisson	Năng lượng phá hủy	Cường độ dính bám	Tham số vết nứt, miền tiếp xúc	Tỷ lệ thể tích	Kích thước lưới
Ký hiệu	E	ν	g_c, g_u	t_u	ℓ_d, ℓ_β	-	h
Đơn vị	GPa	-	kN/mm	GPa	mm	%	mm
Hạt cốt liệu	60	0,2	1.2e-5	-	0,5	40	0,5
Vữa XM	30	0,2	3e-6	-	0,5; 1	58,5-60	
Sợi thép	210	0,3	1e-2	-	0,5; 1	0; 0,5; 1,0; 1,5	
ITZ	-	-		1e-3	0,1	-	



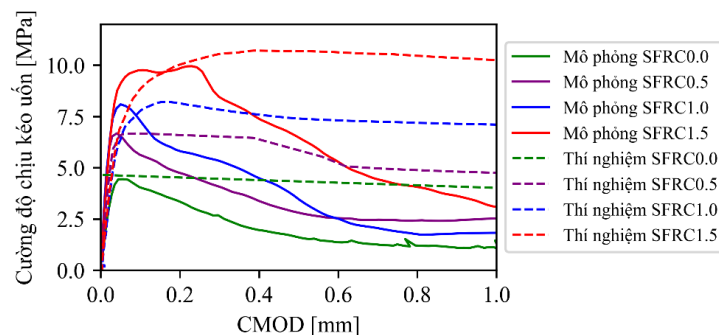
Hình 12. Đường nứt cho các tỷ lệ thể tích sợi khác nhau (CMOD = 1,0 mm).



Hình 13. Đường nứt cho các chuyển vị CMOD khác nhau (tỷ lệ thể tích sợi là 1,5 %).

Bảng 7. So sánh kết quả thí nghiệm và mô hình.

STT	Tên dầm BTCSTPT	Cường độ chịu kéo uốn (MPa)		
		Thí nghiệm	Mô hình	Sai số (%)
1	SFRC0.0	4,65	4,63	0,43
2	SFRC0.5	6,62	6,68	0,91
3	SFRC1.0	8,18	8,09	1,10
4	SFRC1.5	10,31	9,95	3,49



Hình 14. So sánh các đường quan hệ cường độ chịu kéo uốn – CMOD giữa mô phỏng và thí nghiệm.

4. Kết luận

Bài báo đã trình bày kết quả nghiên cứu thực nghiệm kết hợp với mô phỏng số về ứng xử chịu kéo khi uốn của dầm bê tông cốt sợi thép phân tán (BTCSTPT) với bốn hàm lượng sợi theo thể tích lần lượt là 0,0 %; 0,5 %; 1,0 % và 1,5 %. Kết quả cho thấy mô hình mô phỏng dự báo khá tốt ứng xử chịu kéo khi uốn vật liệu BTCSTPT, thể hiện qua sự tương đồng với thí nghiệm về dạng và quá trình phát triển vết nứt cũng như quan hệ cường độ kéo uốn – CMOD. Sai số giữa giá trị cường độ chịu kéo khi uốn lớn nhất của mô hình và thí nghiệm là nhỏ hơn 4 %. Nhìn chung, sự có mặt của sợi thép đã góp phần nâng cao đáng kể khả năng kháng nứt, đồng thời cải thiện độ dẻo dai của dầm trong suốt quá trình chịu tải.

Mô hình bài toán dựa trên cơ chế phá hủy tính của vật liệu tựa giòn không thể mô phỏng tính dẻo của BTCSTPT ở các biến dạng lớn. Do đó, việc mở rộng mô hình đến các ứng xử phi tuyến của vật liệu gia cường được xem xét cho các nghiên cứu tiếp theo. Đồng thời sẽ mở rộng khảo sát ảnh hưởng của một số tham số khác đến khả năng chịu kéo khi uốn của dầm, bao gồm hình dạng sợi thép, tỷ số chiều dài/đường kính của sợi, cũng như tỷ lệ nước/xi măng của hỗn hợp BTCSTPT. Những nghiên cứu này được kỳ vọng sẽ mang lại cái nhìn toàn diện hơn về các yếu tố ảnh hưởng đến ứng xử hư hại của dầm BTCSTPT, từ đó góp phần định hướng cho việc thiết kế và ứng dụng loại vật liệu này trong thực tiễn.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Giao thông vận tải (ĐH GTVT) trong đề tài mã số T2025-PHII_CT-004.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Li C, Gao L, Wang S. Review of Performance and Applications of Common Fiber-Reinforced Concrete. *Journal of Computing and Electronic Information Management* 2024; 14:16–20. <https://doi.org/10.54097/fpj5v757>.
- [2]. Zhao L, Chen G, Huang C. Experimental investigation on the flexural behavior of concrete reinforced by various types of steel fibers. *Frontiers in Materials* 2023; Volume 10-2023. <https://doi.org/10.3389/fmats.2023.1301647>.

- [3]. Mujalli, M.A.; Dirar, S.; Mushtaha, E.; Hussien, A.; Maksoud, A. Evaluation of the Tensile Characteristics and Bond Behaviour of Steel Fibre-Reinforced Concrete: An Overview. *Fibers* 2022, 10, 104. <https://doi.org/10.3390/fib10120104>.
- [4]. Yun, H.-D.; Choi, K.-B.; Choi, W.-C. Comparative Evaluation of Flexural Toughness of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams. *Materials* 2023, 16, 3789. <https://doi.org/10.3390/ma16103789>.
- [5]. Tadepalli P, Mo Y, Hsu T. Mechanical properties of steel fibre concrete. *Magazine of Concrete Research* 2013; 65:462–74. <https://doi.org/10.1680/mac.12.00077>.
- [6]. Nguyen H-Q, Le G-K, Le B-A, Tran B-V. A cohesive fracture-enhanced phase-field approach for modeling the damage behavior of steel fiber-reinforced concrete. *Engineering Fracture Mechanics* 2024; 311:110603. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2024.110603>.
- [7]. EN 14651:2005 E (2005) “Test method for metallic fibered concrete - Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)”.
- [8]. TCVN 12393:2018, Bê tông cốt sợi – Yêu cầu kỹ thuật và phương pháp thử.
- [9]. TCVN 7570:2006, Cốt liệu cho bê tông và vữa – Yêu cầu kỹ thuật.
- [10]. A. G. Bitencourt L, Manzoli OL, Bittencourt TN, Vecchio FJ. Numerical modeling of steel fiber reinforced concrete with a discrete and explicit representation of steel fibers. *International Journal of Solids and Structures* 2019; 159:171–90. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.09.028>.
- [11]. Ribeiro L, Mejia C, Roehl D. Multiphase and mesoscale analysis of the mechanical behavior of fiber reinforced concrete. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 2023; 125:103929. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2023.103929>.
- [12]. Li G, Yin BB, Zhang LW, Liew KM. A framework for phase-field modeling of interfacial debonding and frictional slipping in heterogeneous composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2021; 382:113872. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2021.113872>.
- [13]. Nguyen TT, Yvonnet J, Zhu Q-Z, Bornert M, Chateau C. A phase-field method for computational modeling of interfacial damage interacting with crack propagation in realistic microstructures obtained by microtomography. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2016; 312:567–95. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.10.007>.
- [14]. Pise M, Brands D, Gebuhr G, Sarhil M, Schröder J, Anders S. Elasto-plastic phase-field model for pullout tests of steel fiber embedded in high-performance concrete: numerical calibration and experimental validation. *PAMM* 2019;19. <https://doi.org/10.1002/pamm.201900255>.
- [15]. Nguyen HQ, Tran BV, Le BA, Nguyen TT. On the choice of a phase field model for describing fracture behavior of concrete. *Int J Comp Mat Sci Eng* 2024; 13:2350016. <https://doi.org/10.1142/S2047684123500161>.