

Mô hình giàn ảo cải tiến xác định khả năng chịu xoắn dầm bê tông cốt sợi thép

Nguyễn Vĩnh Sáng^{1*}, Võ Nhật Linh¹, Lê Thị Thanh Hiếu¹, Vũ Hoàng Minh Khang¹

¹Phân hiệu Trường Đại học Thủy lợi

TỪ KHOÁ

Xoắn thuần túy
Khả năng chịu xoắn
Bê tông cốt sợi thép
Mô hình giàn ảo

TÓM TẮT

Bài báo này đề xuất mô hình giàn ảo cải tiến (MSTM) nhằm dự báo khả năng chịu xoắn thuần túy của dầm bê tông cốt sợi thép (SFRC), các tiêu chuẩn hiện hành chưa cung cấp hướng dẫn đầy đủ và thống nhất trong thiết kế kháng xoắn cho loại kết cấu này. Mô hình MSTM được phát triển trên cơ sở lý thuyết giàn ảo không gian và lý thuyết ống thành mỏng tương đương, đồng thời xét đến đóng góp sau nứt của sợi thép thông qua các thành phần chịu kéo tương đương theo phương dọc và phương đứng, từ đó xác lập sức kháng xoắn theo điều kiện giới hạn bởi các cơ chế chịu lực chi phối của hệ giàn. Độ tin cậy của mô hình đề xuất được kiểm chứng bằng cơ sở dữ liệu gồm 86 dầm SFRC tổng hợp từ các nghiên cứu thực nghiệm trước đây và so sánh với các mô hình giàn ảo theo tiêu chuẩn ACI 318-19. Kết quả tính toán cho thấy mô hình giàn ảo theo ACI 318-19 có xu hướng dự báo thiên về an toàn; việc hiệu chỉnh góc nghiêng θ cho dự báo phù hợp hơn nhưng vẫn thấp hơn thực nghiệm. Trái lại, mô hình MSTM cho ước tính phù hợp nhất và dự báo gần sát thực nghiệm đối với dầm SFRC chịu xoắn thuần túy.

KEYWORDS

Pure torsion
Torsional strength
Steel fiber-reinforced concrete
Strut-and-tie model

ABSTRACT

This paper proposes a modified strut-and-tie model (MSTM) to predict the pure torsional capacity of steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams, for which current design standards do not provide sufficiently comprehensive and consistent guidance for torsion-resistant design. The MSTM is developed based on three-dimensional space truss theory and an equivalent thin-walled tube approach, while explicitly accounting for the post-cracking contribution of steel fibers through equivalent tensile components in both the longitudinal and transverse directions. Accordingly, the torsional resistance is established by enforcing limit-state conditions governed by the controlling load-carrying mechanisms of the truss system. The reliability of the proposed model is assessed using a database of 86 SFRC beams compiled from previous experimental studies and by comparison with ACI 318-19 strut-and-tie-based models. The results indicate that the ACI 318-19 model tends to produce conservative predictions; adjusting the strut inclination angle (θ) improves the agreement but the estimates remain lower than the experimental results. In contrast, the proposed MSTM provides the best overall agreement and yields predictions that are closest to experimental observations for SFRC beams subjected to pure torsion.

1. Giới thiệu

Việc nghiên cứu dầm bê tông cốt sợi thép (SFRC) chịu xoắn bắt nguồn từ những yêu cầu thực tiễn trong kiến trúc hiện đại, những hạn chế của bê tông truyền thống và chưa được đề cập trong các tiêu chuẩn thiết kế hiện nay [1]. Trong các công trình hiện đại, các thiết kế kiến trúc ngày càng trở nên phức tạp với nhiều hình dáng bất thường, kết cấu mảnh và nhịp lớn [2, 3]. Điều này dẫn đến việc các dầm biên, dầm công xôn hoặc các cấu kiện dạng cong chịu tác động xoắn lớn do tải trọng lệch tâm, lực ly tâm hoặc tải trọng động đất gây ra [4]. Lịch sử cho thấy trước những năm 1960, các kỹ sư thường bỏ qua tác động xoắn trong thiết kế đã dẫn đến nhiều sự cố hư hỏng nghiêm trọng [5]. Do đó, việc hiểu rõ và dự báo chính xác khả năng chịu xoắn là yêu cầu cần thiết để đảm bảo an toàn cho các công trình hiện đại.

Bê tông thông thường có cường độ chịu nén cao nhưng cường độ kéo thấp và xảy ra sự phá hoại giòn, đột ngột khi chịu xoắn [6]. Khi xuất hiện vết nứt xoắn, độ cứng của dầm bê tông cốt thép thông thường suy giảm nghiêm trọng, dẫn đến biến dạng lớn và phá hoại [7]. Bê tông cốt sợi thép (SFRC) như một giải pháp khả thi để khắc phục những hạn chế trên, việc bổ sung sợi thép giúp tạo ra cơ chế "đan" qua vết nứt (crack-bridging), giúp kiểm soát chiều rộng và mở rộng các vết nứt, chuyển đổi ứng xử của kết cấu từ ứng xử giòn sang cơ chế dẻo, tăng khả năng hấp thụ năng lượng và độ dẻo, đặc biệt quan trọng cho các kết cấu chịu nổ hoặc động đất [8-10]. Khả năng kiểm soát sự hình thành và phát triển vết nứt của SFRC làm giảm đáng kể độ thấm nước của bê tông, hạn chế sự xâm nhập của các tác nhân ăn mòn đến cốt thép, từ đó nâng cao độ bền cũng như tuổi thọ của công trình.

Mặc dù tiềm năng ứng dụng của SFRC trong kết cấu chịu xoắn là rất lớn, các quy chuẩn thiết kế lớn hiện nay như ACI 318-19 [11],

*Liên hệ tác giả: sangnv@tlu.edu.vn

Nhận ngày 28/12/2025, sửa xong ngày 30/01/2026, chấp nhận đăng ngày 02/02/2026

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.02.2026.1237>

Eurocode 2 [12] và Model Code 2010 [13] vẫn chưa đưa ra được các hướng dẫn đầy đủ và thống nhất cho việc tính toán kháng xoắn của dầm SFRC. Các công thức hiện có trong các quy chuẩn thường dựa trên các mô hình uốn hoặc cắt đơn giản, và trong một số trường hợp không đảm bảo an toàn khi chịu tác dụng xoắn phức tạp [14]. Để kháng xoắn theo cách truyền thống, các quy chuẩn yêu cầu một lượng lớn cốt thép đai kín và cốt thép dọc bố trí dày ở góc và các thành dầm [11, 15]. Điều này thường gây ra hiện tượng không đảm bảo khoảng hở cốt thép, khó khăn cho quá trình đổ và đầm nén bê tông, ảnh hưởng đến chất lượng thi công. Hơn nữa, việc bố trí quá nhiều cốt thép tại một vùng hẹp có thể dẫn đến hiện tượng ứng suất tập trung và giảm hiệu quả làm việc của kết cấu [1]. Các nghiên cứu gần đây cho thấy sợi thép có tiềm năng thay thế một phần hoặc hoàn toàn lượng cốt thép đai tối thiểu, giúp đơn giản hóa quy trình thi công và tối ưu hóa chi phí vật liệu [15]. Việc xây dựng một mô hình toán học thống nhất, chính xác và dễ áp dụng cho kỹ sư thực hành là giải pháp cần thiết để đưa SFRC ứng dụng rộng rãi hơn.

Trong nghiên cứu này, trình bày mô hình giàn ảo theo tiêu chuẩn ACI-318-19 [11] và mô hình MSTM để xác định khả năng chịu xoắn thuần túy của dầm SFRC. Trong mô hình MSTM, ứng xử chịu kéo của sợi thép được kể đến theo các phương làm việc do xoắn. Tám mươi sáu dầm SFRC của các nghiên cứu thực nghiệm trước đây được thu thập, để đánh giá với các mô hình giàn ảo theo các tiêu chuẩn hiện hành và MSTM.

2. Mô hình giàn ảo theo ACI-318-19 [11]

Lý thuyết giàn ảo là lý thuyết được sử dụng rất phổ biến trên toàn thế giới để xác định khả năng chịu xoắn, được phát triển đầu tiên bởi Rausch [16] và được hiệu chỉnh bởi Lampert và Thürliemann [17], cùng với nhiều nhà nghiên cứu khác. Ví dụ, dạng cải tiến của lý thuyết này đã được đưa vào tiêu chuẩn ACI-318-19 [11], CEB-FIP-90 [18], CAN3-A23.3-04 [19] và EN-1992-1-1:2004 [12]. Trong mô hình giàn ảo này, giả định rằng chỉ các vùng biên có chiều dày hiệu dụng (t_d) của mặt cắt ngang có khả năng chịu lực xoắn, và dựa trên cơ sở này, các mặt cắt đặc và rỗng được lý tưởng hóa thành một mặt cắt rỗng giả định có thành mỏng với độ dày không đổi (t_d). Một dòng ứng suất cắt (q) không đổi được giả định trên độ dày thành hiệu quả (t_d) theo lý thuyết xoắn của Bredt [20] (Hình 1) và được thể hiện qua phương trình (1).

$$q = \frac{T}{2A_o} \quad (1)$$

Trong phương trình (1), T biểu thị mô men xoắn và A_o là diện tích bên trong đường trung tuyến của mặt cắt rỗng giả định, bao gồm cả các vùng lõi rỗng bên trong (diện tích của dòng cắt). Hơn nữa, các thành của mặt cắt rỗng giả định này được lý tưởng hóa bằng mô hình giàn không gian. Các thanh chống chịu nén của bê tông, nghiêng theo chu vi với góc θ , ở trạng thái cân bằng với các thanh giằng chịu kéo dọc và ngang, bao gồm cốt thép dọc và cốt thép ngang (Hình 2). Cốt thép dọc được giả định tập trung tại các góc, trong khi cốt thép ngang được xem bố trí theo phương đương của các mặt cắt. Khả năng chịu tải xoắn được

xác định thông qua các lực trong thanh chống; ứng suất cắt không được kể đến. Các lực trong thanh chống có thể được xác định từ các quan sát cân bằng tại một nút giàn. Để đơn giản hóa, việc triển khai mặt cắt rỗng giả định của dầm bê tông cốt thép và được gọi là mô hình tường cắt được xem xét (Hình 2). Với mô hình tường cắt, khả năng chịu tải xoắn của cốt thép dọc được xác định như sau:

$$T_{sl} = \frac{2A_o A_{sl} f_{yl}}{P_h} \tan \theta \quad (2)$$

và khả năng chịu xoắn của cốt thép đai (ngang) được xác định bằng:

$$T_{st} = \frac{2A_o A_{st} f_{yt}}{s} \cot \theta \quad (3)$$

Hơn nữa, theo ACI 318-19 [11] chỉ ra rằng trong trường hợp xoắn thuần túy, độ bền xoắn được đánh giá bị giới hạn bởi khả năng chịu nén của bê tông (T_c), có thể được biểu thị cho bê tông cường độ thông thường như sau:

$$T_c = \frac{17\sqrt{f'_c A_{oh}^2}}{12P_h} \quad (4)$$

trong đó: f'_c là cường độ nén mẫu trụ của bê tông; A_{st} và A_{sl} lần lượt là diện tích của một nhánh đai kín và tổng diện tích cốt thép dọc; f_{yt} và f_{yl} là cường độ chảy dẻo của thép đai và thép dọc; s là khoảng cách cốt thép đai; $A_o = 0.85A_{oh}$ là diện tích được bao quanh dòng cắt; A_{oh} là diện tích phần lõi bên trong tính từ tâm cốt đai; P_h là chu vi phần lõi được bao bởi cốt đai kín.

Với giả định bê tông không đóng góp vào sức kháng cắt ($V_c = 0$) trong trường hợp xoắn thuần túy. Đây là giới hạn trên về khả năng chịu xoắn do phá hoại ép vỡ bê tông ở thanh chống nghiêng, độc lập với sự làm việc của cốt thép. Giá trị ($T_{u,ACI}$) phản ánh khả năng chịu nén của bê tông dưới tác động của trạng thái ứng suất hai trục, trong đó bê tông chịu nén dọc theo thanh chống nghiêng và đồng thời chịu kéo theo phương dọc và đứng của cốt thép dọc và đai tường ứng. Cường độ xoắn thiết kế cuối cùng được lấy bằng giá trị nhỏ nhất trong ba giá trị dưới đây:

$$T_{u,ACI} = \min\{T_{st}, T_{sl}, T_c\} \quad (5)$$

2.1. Góc nghiêng θ theo ACI 318-19 [11]

Góc nghiêng θ xuất hiện trong các biểu thức đánh giá độ bền xoắn trước đây cho dầm bê tông cốt thép (BTCT) được thể hiện vật lý là góc giữa dọc trục dầm và các thanh chống chịu nén bê tông của giàn không gian lý tưởng được sử dụng để mô hình hóa ứng xử của dầm dưới lực xoắn. Trong khi các giới hạn ($22^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$) được khuyến nghị bởi EC2-04 [12] đã quy định rằng giá trị của θ phải bằng 45° đối với thiết kế dầm bê tông cốt thép trong vùng địa chấn chính. Theo ACI 318-19 [11] thì góc nghiêng θ thay đổi từ 30° đến 60° . Đối với các cấu kiện không ứng lực trước thì ACI 318-19 [11] khuyến cáo lấy $\theta = 45^\circ$, đối với các cấu kiện ứng lực trước thì lấy $\theta = 37,5^\circ$. Trong khi đó, TCVN 5574-2018 [21] xét góc nghiêng θ dựa trên chiều dài hình chiếu của cạnh chịu nén của tiết diện không gian lên trục dọc cấu kiện. Giá

trị của $\theta = 45^\circ$ được xem xét trong nghiên cứu này cho hai tiêu chuẩn ACI 318-19 [11] và EC2-04 [12] đối với dầm BTCT chịu xoắn.

2.2. Xác định góc nghiêng θ theo mô hình giàn ảo

Góc nứt nghiêng bê tông (θ) là yếu tố rất quan trọng đối với cấu kiện BTCT chịu cắt và xoắn, và ảnh hưởng đáng kể đến khả năng chịu xoắn của cấu kiện BTCT [22, 23]. Góc nghiêng trong trường hợp này tuân thủ các hướng dẫn riêng biệt cho các cấu kiện BTCT dưới tác dụng xoắn thuần túy [11, 12]. Các tiêu chuẩn này quy định rằng phạm vi góc nghiêng của các cấu kiện BTCT chịu xoắn được giới hạn bởi: $1,0 \leq \cot(\theta) \leq 2,5$. Mặt khác, các khái niệm được quy định trong NCHRP Report 655 [24] tương thích với các thông số kỹ thuật trong tiêu chuẩn AASHTO LRFD [25] để đánh giá khả năng chịu cắt và xoắn. Do đó, giá trị chính xác của θ cho ước tính trong thông số kỹ thuật của NCHRP Report 655 [24] được tính toán và giới hạn bởi $\cot(\theta) \leq 1,8$ [25]. Trong phần này, mô hình giàn ảo (thanh chống - giằng) được đề xuất để tính toán góc nghiêng này của dầm BTCT xoắn (Hình 3). Mô hình này được cấu tạo bởi các thanh chống bê tông theo phương nghiêng, cốt thép dọc và cốt thép đai đóng vai trò là thanh chịu kéo theo cả hai phương dọc và đứng. Góc nghiêng tối ưu θ được xác định dựa trên điều kiện cân bằng và tương thích biến dạng giữa cốt thép và bê tông. Ta có thể thiết lập mối quan hệ giữa lực trong cốt đai và cốt thép dọc như sau:

$$F_{sl} \tan \theta = F_{st} \cot \theta \quad (6)$$

trong đó F_{st} là lực kéo trong cốt đai theo phương vuông góc với trục dầm; F_{sl} là lực kéo trong cốt thép dọc theo phương dọc trục của dầm. Các lực này được xác định như sau:

$$F_{st} = \frac{A_{st} f_{yt}}{s} \quad (7)$$

$$F_{sl} = \frac{A_{sl} f_{yl}}{P_h} \quad (8)$$

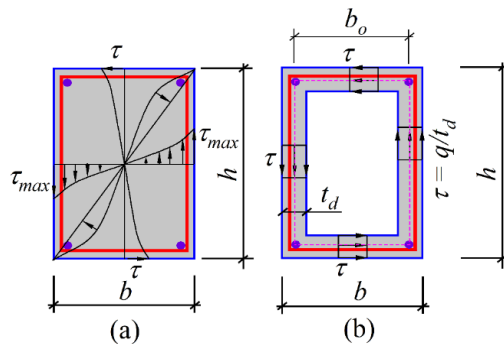
Từ điều kiện cân bằng lực (9), ta có:

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{F_{st}}{F_{sl}}} \quad (9)$$

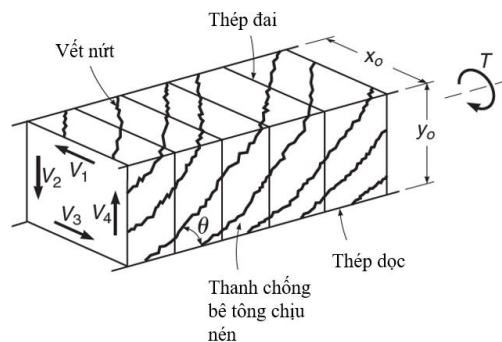
Thay các biểu thức của (7) và (8) vào phương trình (9), góc nghiêng tối ưu được xác định bởi:

$$\theta = \arctan \sqrt{\frac{F_{st}}{F_{sl}}} = \arctan \sqrt{\frac{A_{st} f_{yt} P_h}{A_{sl} f_{yl} s}} \quad (10)$$

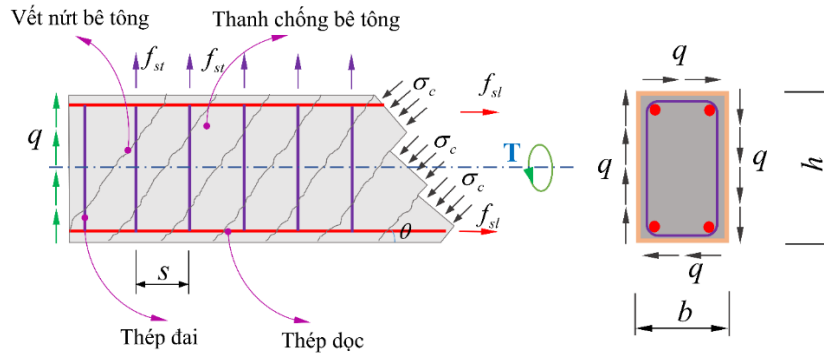
Phương trình (10) cho thấy góc θ phụ thuộc vào tỷ số giữa lượng cốt thép dọc và cốt đai. Khi hàm lượng cốt thép dọc tăng (hoặc cốt đai giảm), góc θ có xu hướng giảm và ngược lại. Điều này phù hợp với quan sát thực nghiệm rằng các dầm có nhiều cốt thép dọc thường có vết nứt với góc nghiêng nhỏ hơn.



Hình 1. Trạng thái ứng suất cắt do xoắn thuần túy: (a) dầm hồi trước nứt, (b) theo lý thuyết ống thành mỏng sau nứt.



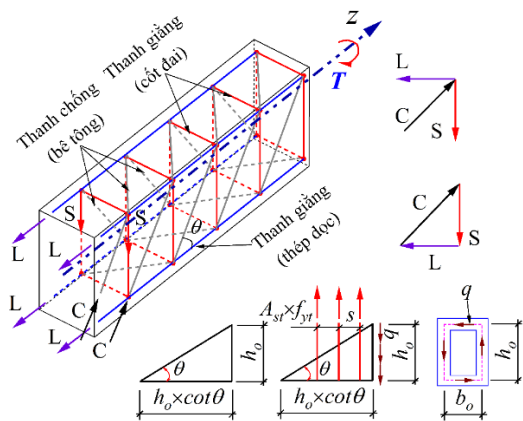
Hình 2. Mô hình giàn ảo sau nứt theo ACI 318-19 [11].



Hình 3. Mô hình giàn ảo xác định góc nghiêng θ .

3. Mô hình giàn ảo cải tiến (MSTM)

Mô hình giàn ảo đơn giản theo ACI 318-19 đã trình bày ở Mục 2, chưa kể đến ảnh hưởng của sợi thép trong kết cấu bê tông cốt sợi thép chịu xoắn. Do đó, mô hình giàn ảo cần có các hiệu chỉnh để phù hợp hơn trong cơ cấu giàn. Trong phần này, ảnh hưởng của sợi thép làm tăng khả năng chịu kéo của bê tông sợi thép so với bê tông thông thường được kể đến.

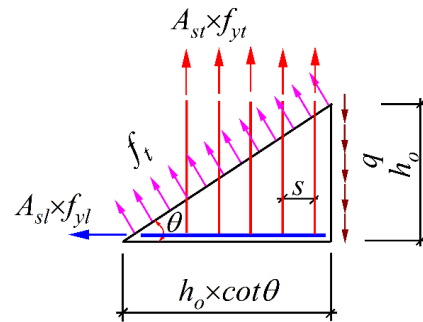


Hình 4. Sơ đồ phân tích của mô hình giàn ảo cải tiến (MSTM).

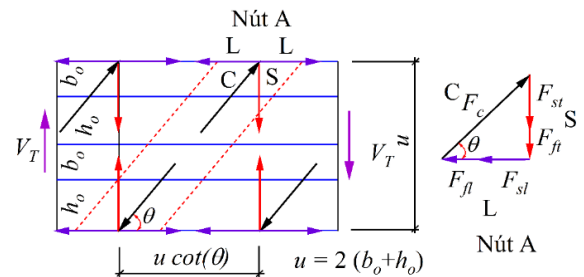
Trong mô hình giàn ảo đề xuất (MSTM), khả năng chịu mô men xoắn (T_u) của dầm SFRC được thực hiện dựa trên lý thuyết giàn ảo không gian [26] và lý thuyết thành mỏng [20, 27]. Khả năng chịu xoắn của dầm SFRC được xem gồm hai thành phần: phần cốt thép và phần bê tông cốt sợi. Trong mô hình giàn ảo không gian với góc nghiêng θ , nội lực trong thanh giàn chịu kéo bao gồm thanh biên là cốt thép dọc, thanh bụng là cốt thép đai, và thanh chống nghiêng bê tông chịu nén lần lượt được ký hiệu là L , S và C . Các thành phần lực của nội lực C theo phương X và Y được cân bằng bởi S , trong khi thành phần lực theo phương Z được cân bằng bởi L , được minh họa ở Hình 4.

Ngoài ra, để tính đến hiệu ứng chịu lực của sợi thép, mô hình giàn không gian cần phải được điều chỉnh. Các sợi thép “đan” các vết nứt giữa các thanh chống nghiêng bê tông chịu nén và cho phép truyền lực qua các vết nứt, do đó hiệu ứng chịu tải của sợi thép có thể được

chia thành hai thành phần: dọc và ngang (Hình 5). Nếu hiệu ứng chịu lực của chúng được hiểu như các thanh chống chịu kéo bổ sung theo phương dọc và ngang, mô hình tấm tường phẳng chịu cắt của dầm SFRC được thể hiện trong Hình 6 sẽ được hình thành [1]. Các lực thanh giàn chịu kéo bổ sung bởi bê tông sợi thép thông qua F_{fl} và F_{ft} được đưa vào các nút (nút A) khi xét cân bằng theo hệ giàn.



Hình 5. Sơ đồ phân tích ứng suất của mô hình ống thành mỏng.



Hình 6. Cân bằng nút kê để thanh giàn kéo do bê tông sợi thép gây ra.

Dòng ứng suất cắt (τ) do xoắn thuần túy gây ra (xem phương trình 1) có thể được tổng hợp thông qua chiều cao của tấm tường chịu cắt (u) thành lực cắt V_T , (u – cũng chính là chu vi hiệu dụng kể đến trọng tâm của dòng ứng suất cắt (τ) như sau:

$$V_T = qu = \frac{Tu}{2A_o} \quad (11)$$

Lực cắt tác động tác dụng được xác định bằng cách lấy cân bằng bởi đóng góp của thanh cốt thép chịu lực (thép dọc và đai) và thành phần bê tông sợi thép theo các phương dọc trục và phương đứng [1].

Đối với các thanh chống chịu kéo của sợi thép theo phương dọc, dựa trên hình chiếu cân bằng lực theo phương dọc ta xác định được:

$$F_{fl} = V_T \cot \theta = \frac{Tu}{2A_o} \cot \theta \quad (12)$$

Đối với các thanh giằng của bê tông sợi thép theo phương đứng:

$$F_{ft} = V_T = \frac{Tu}{2A_o} \quad (13)$$

Với giả thiết tổng hợp lực được phân bố đều và vuông góc với bề mặt vết nứt như trên Hình 5 và Hình 6, ta có:

$$A_{fl} = ut_d \quad (14)$$

Và diện tích bê tông sợi thép theo phương đứng xác định bởi (Hình 4):

$$A_{ft} = u \cot \theta t_d \quad (15)$$

Từ phương trình (12) và (13), ta xác định được ứng suất gây ra trên bề mặt vết nứt nghiêng này theo phương dọc trục như sau:

$$\sigma_{fl} = \frac{F_{fl}}{A_{fl}} = \frac{T \cot \theta}{t_d 2A_o} \quad (16)$$

Tương tự, từ phương trình (13) và (15), ta xác định được ứng suất gây ra trên bề mặt vết nứt nghiêng này theo phương đứng như sau:

$$\sigma_{ft} = \frac{F_{ft}}{A_{ft}} = \frac{T}{t_d 2A_o \cot \theta} \quad (17)$$

Nếu phương trình (16) và (17) được chuyển đổi sang T và các ứng suất được thay thế bằng cường độ chịu kéo sau nứt tương ứng của bê tông sợi thép ($\sigma_{fl} = f_{l,ft}$ và $\sigma_{ft} = f_{t,ft}$) [28], khả năng chịu tải xoắn của các thanh chống riêng lẻ tại trạng thái phá hủy được xác định. Đối với cường độ xoắn của bê tông sợi thép theo phương dọc:

$$T_{fl} = f_{l,ft} t_d 2A_o \tan \theta \quad (18)$$

Đối với cường độ xoắn của bê tông sợi thép theo phương đứng:

$$T_{ft} = f_{t,ft} t_d 2A_o \cot \theta \quad (19)$$

Trong mô hình MSTM này, $f_{l,ft}$ và $f_{t,ft}$ sử dụng từ các mô hình kéo trực tiếp mẫu thử SFRC đã được phát triển, hiệu chỉnh và kiểm chứng trong các nghiên cứu trước. Cụ thể, mô hình kéo hai trục cho bê tông thông thường do Vecchio và Collins [29] phát triển; được hiệu chỉnh bởi Susetyo [30, 31] thực hiện tại Đại học Toronto cho tấm panel SFRC khi xem xét đến ảnh hưởng của sợi thép thông qua hệ số sợi (F_f); gần đây, được mở rộng và kiểm chứng cho cấu kiện SFRC chịu xoắn bởi Ju và cộng sự [28, 32-34]. Hơn nữa, $f_{l,ft}$ và $f_{t,ft}$ trong MSTM được hiểu là cường độ kéo sau nứt tương đương theo hai phương làm việc do xoắn (phương dọc và phương đứng), ký hiệu bởi $f_{cr,sfrc}$, được lấy theo đường bao kéo của mô hình kéo SFRC tương ứng với bộ tham số sợi (ρ_p , d_p , l_p , V_p) của đầm xét đến, thể hiện qua phương trình (20) dưới đây [28]:

$$f_{cr,sfrc} = \frac{f_{cr} + 3.5F_f}{1 + (500\varepsilon_{cr})^{0.5(1-F_f)}} \quad (20)$$

trong đó f_{cr} và ε_{cr} lần lượt là cường độ nứt và biến dạng nứt của bê tông thường [29].

Hệ số sợi (F_f) là hàm của các tham số đặc trưng vật liệu sợi như hệ số bám dính (ρ_p), đường kính sợi thép (d_p), chiều dài sợi thép (l_p) và

hàm lượng thể tích sợi thép (V_p) [28], xác định bởi:

$$F_f = \frac{l_p}{d_p} V_p \rho_p \quad (21)$$

Từ đó, khả năng chịu xoắn theo các phương bằng tổng khả năng chịu lực của các thanh cốt thép (phương trình (2) và (3)) và bê tông sợi thép (phương trình (18) và (19)). Đối với phương dọc, khả năng chịu xoắn bằng tổng khả năng chịu xoắn của cốt thép dọc và bê tông sợi thép theo phương dọc như sau:

$$T_{sfl} = T_{sl} + T_{fl} \quad (22)$$

$$T_{sfl} = \frac{A_{sl}}{u} f_{yl} 2A_o \tan \theta + f_{l,ft} t_d 2A_o \tan \theta \quad (23)$$

Và cốt thép đai và bê tông sợi thép theo phương đứng:

$$T_{sft} = T_{st} + T_{ft} \quad (24)$$

$$T_{sft} = \frac{A_{st}}{s} f_{yt} 2A_o \cot \theta + f_{t,ft} t_d 2A_o \cot \theta \quad (25)$$

Do cường độ chịu nén của bê tông chịu ít ảnh hưởng bởi sợi thép [13], vì vậy phương trình (5) được áp dụng làm giới hạn chịu lực cho thanh chống nghiêng trong bê tông cốt sợi thép do xoắn thuần túy gây ra. Do vậy, trong mô hình MSTM đề xuất này, khả năng chịu xoắn của đầm được xác định là giá trị nhỏ nhất bởi (T_{sfb} , T_{sft} , và T_c) được thể hiện trong phương trình (26) dưới đây:

$$T_{u,MSTM} = \min \{ T_{sft}, T_{sfl}, T_c \} \quad (26)$$

4. Đánh giá mô hình

4.1. Thông số các đầm SFRC

Để xác định độ chính xác và tin cậy của mô hình đề xuất trong dự báo khả năng chịu xoắn đầm SFRC. Tổng cộng 86 đầm thử nghiệm được thu thập trong đó 82 đầm tiết diện đặc và 4 mẫu thử nghiệm đầm tiết diện rỗng của các công bố của các tác giả trên thế giới được sử dụng để đánh giá [1, 7, 8, 31, 34-45]. Các đầm có hàm lượng cốt thép (ρ_{sb} , ρ_{st}), tỉ lệ kích thước hình học (b , h), các loại sợi thép (ρ_p) khác nhau. Ngoài ra, cường độ chịu nén bê tông (f_c) trong khoảng từ 17 MPa đến 53 MPa, và hàm lượng thể tích sợi thép (V_p) từ 0,30 % đến 3,0 %.

4.2. Khả năng chịu xoắn

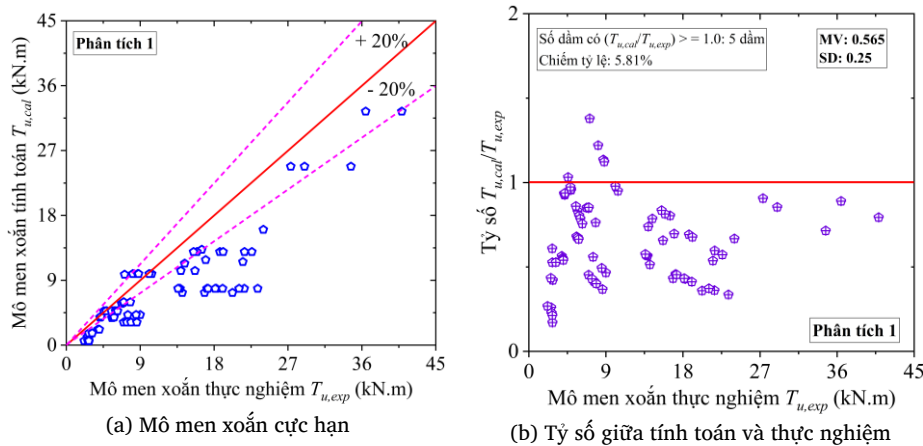
Trong phần này, kết quả phân tích dự báo khả năng chịu xoắn (T_u) của đầm SFRC được chia làm ba trường hợp như sau: Phân tích 1 – dựa trên mô hình giàn ở của Tiêu chuẩn ACI 318-19 [11]; Phân tích 2 – mô hình giàn ảo theo tiêu chuẩn ACI 318-19 [11] nhưng xét đến cái tiến góc nghiêng (θ), đã được trình bày ở Mục 2.2; và Phân tích 3 – mô hình giàn ảo cái tiến (MSTM) được đề xuất bởi nghiên cứu này. Đối với 4 đầm rỗng, chiều dày hiệu dụng (t_d) được lấy không lớn hơn chiều dày thực của thành đầm (t_H), nghĩa là ($t_d \leq t_H$). Kết quả tính toán dự báo khả năng chịu xoắn (T_u) theo Phân tích 1, 2 và 3 lần lượt thể hiện trên các Hình 7, Hình 8 và Hình 9.

Hình 7 trình bày kết quả dự báo khả năng chịu xoắn (T_u) của phương pháp Phân tích 1 thông qua so sánh trực tiếp giữa giá trị tính toán ($T_{u,cal}$) và giá trị đo được từ thực nghiệm ($T_{u,exp}$), đồng thời đánh giá bằng tỷ số ($T_{u,cal}/T_{u,exp}$). Trên đồ thị tương quan (Hình 7a), phần lớn các điểm dữ liệu nằm dưới đường đẳng trị ($T_{u,cal} = T_{u,exp}$), cho thấy mô hình có xu hướng dự đoán thấp hơn thực nghiệm; nhiều điểm còn nằm dưới cả dải sai lệch -20 %, cho thấy sai số không chỉ mang tính ngẫu nhiên mà chênh lệch thấp hơn rõ rệt. Nhận định này được củng cố bởi đồ thị tỷ số (Hình 7b), trong đó đa số mẫu cho ($T_{u,cal}/T_{u,exp} < 1,0$), và chỉ có 5 dầm đạt hoặc vượt mức 1,0 (chiếm 5,81 %), tức là khả năng dự đoán lớn hơn thực nghiệm rất hạn chế. Giá trị trung bình (MV) của tỷ số ($T_{u,cal}/T_{u,exp}$) bằng 0,565; đồng thời độ lệch chuẩn (SD) đạt được bằng 0,25 phản ánh độ phân tán đáng kể của kết quả. Ngoài ra, phân bố tỷ số theo $T_{u,exp}$ cho thấy độ phân tán lớn hơn với các dầm có giá trị mô men nhỏ và vẫn duy trì xu thế dự đoán thấp hơn ở các mức mô men trung bình và lớn. Dựa trên kết quả tính toán, phương pháp Phân tích 1 thể hiện xu hướng dự báo thiên về an toàn khi thấp hơn kết quả đo được từ nghiên cứu thực nghiệm ở phần lớn các dầm SFRC.

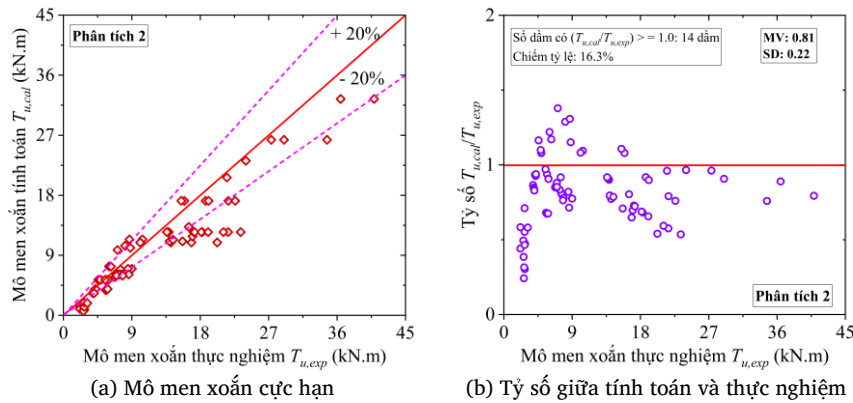
Hình 8 trình bày kết quả dự báo (T_u) của phương pháp Phân tích 2 thông qua quan hệ giữa giá trị tính toán ($T_{u,cal}$) và giá trị thực nghiệm ($T_{u,exp}$), đồng thời đánh giá bằng tỷ số ($T_{u,cal}/T_{u,exp}$). Trên đồ thị tương quan (Hình 8a), các điểm dữ liệu nhìn chung cho dự báo tốt hơn và gần hơn so với đường đẳng trị ($T_{u,cal} = T_{u,exp}$) và phân bố tập trung hơn trong dải sai lệch ± 20 %, cho thấy mức độ phù hợp giữa tính toán và thí nghiệm tốt hơn so với Phân tích 1; tuy nhiên, xu hướng dự báo mô men xoắn cực hạn (T_u) vẫn thấp hơn so với thực nghiệm. Điều này được thể hiện trên biểu đồ tỷ số (Hình 8b) với giá trị trung bình MV = 0,81, trong khi độ lệch chuẩn SD = 0,22. Mặt khác, số mẫu có ($T_{u,cal}/T_{u,exp} \geq 1,0$) là 14 dầm (chiếm 16,3 %), cho thấy một tỷ lệ nhất định các trường

hợp dự đoán lớn hơn thực nghiệm và tập trung chủ yếu ở vùng ($T_{u,exp}$) nhỏ nơi tỷ số có xu hướng phân tán rộng hơn; ngược lại, khi ($T_{u,exp}$) tăng, các điểm dữ liệu có xu hướng hội tụ trong khoảng (0,7 – 1,0) và chủ yếu thấp hơn 1,0. Kết quả phân tích cho thấy, phương pháp Phân tích 2 cho thấy độ chính xác và độ tập trung của dự báo tốt hơn, giảm đáng kể sai lệch dự đoán nhỏ hơn so với mức trung bình.

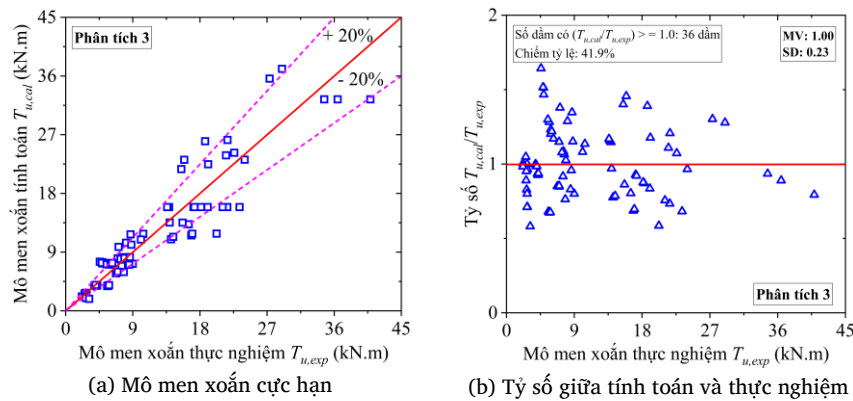
Hình 9 trình bày mức độ phù hợp giữa khả năng chịu xoắn tính toán theo phương pháp Phân tích 3 ($T_{u,cal}$) và giá trị thực nghiệm ($T_{u,exp}$), đồng thời đánh giá bằng tỷ số ($T_{u,cal}/T_{u,exp}$). Trên biểu đồ tương quan (Hình 9a), các điểm dữ liệu phân bố tương đối đối xứng quanh đường đẳng trị ($T_{u,cal} = T_{u,exp}$) và phần lớn nằm trong dải sai lệch ± 20 %, cho thấy mô hình dự báo tốt xu hướng tăng của khả năng chịu xoắn theo thực nghiệm và giảm đáng kể thiên lệch hệ thống so với các phương pháp trước (Phân tích 1 và Phân tích 2). Điều này được xác nhận bởi thống kê trên đồ thị tỷ số (Hình 9b) với giá trị trung bình MV = 1,00, nghĩa là về mặt trung bình phương pháp cho dự báo gần như không sai lệch so với thực nghiệm. Tuy nhiên, độ lệch chuẩn SD = 0,23 cho thấy sai số vẫn tồn tại ở mức vừa, phản ánh độ phân tán nhất định giữa các mẫu do khác biệt về đặc trưng hình học, vật liệu và bố trí cốt thép trong cơ sở dữ liệu thử nghiệm. Đáng chú ý, số mẫu có ($T_{u,cal}/T_{u,exp} \geq 1,0$) là 36 dầm, chiếm 41,9 %, tức tỷ lệ dự đoán vượt thực nghiệm tương đối lớn. Phân bố tỷ số theo ($T_{u,exp}$) cho thấy mức phân tán lớn hơn ở vùng mô men nhỏ, trong khi ở miền mô men trung bình và lớn các giá trị tỷ số có xu hướng hội tụ hơn quanh 1,0. Kết quả phân tích cho thấy, phương pháp Phân tích 3 đạt độ chính xác trung bình tốt nhất (MV xấp xỉ bằng 1,0), đồng thời duy trì mức phân tán gần với hai phương pháp Phân tích 1 và 2 thể hiện qua hệ số SD bằng 0,23.



Hình 7. Kết quả tính toán phương pháp Phân tích 1.



Hình 8. Kết quả tính toán phương pháp Phân tích 2.



Hình 9. Kết quả tính toán phương pháp Phân tích 3.

5. Kết luận

Trong nghiên cứu này, mô hình MSTM được đề xuất để dự báo khả năng chịu xoắn đầm SFRC, trong đó ảnh hưởng của sợi thép sau nứt được kể đến thông qua các thành phần chịu kéo tương đương, giúp mô hình phản ánh tốt hơn cơ chế truyền lực trong đầm chịu xoắn. Độ chính xác và tin cậy được đánh giá thông qua cơ sở dữ liệu gồm 86 đầm thử nghiệm có tiết diện chữ nhật (82 đầm tiết diện đặc và 4 đầm tiết diện rỗng) tổng hợp từ các nghiên cứu đã được công bố trước đây. Kết quả dự báo khả năng chịu xoắn (T_u) được phân tích theo ba phương pháp: Phân tích 1 dựa theo mô hình giàn ảo của ACI 318-19; Phân tích 2 vẫn theo ACI 318-19 nhưng có cải tiến góc nghiêng θ ; và Phân tích 3 là mô hình MSTM đề xuất bởi nghiên cứu này, các kết luận chính được rút ra dưới đây:

- Kết quả tính toán dự báo khi so với thực nghiệm cho thấy, mô hình ACI 318-19 thể hiện xu hướng dự báo thiên về an toàn; việc hiệu chỉnh góc nghiêng θ cải thiện kết quả nhưng vẫn cho ước tính thấp hơn thực nghiệm. Ngược lại, MSTM cho mức độ phù hợp tổng thể tốt nhất và dự báo gần sát thực nghiệm đối với đầm SFRC chịu xoắn thuần túy.
- Các kết quả cho thấy MSTM có tiềm năng áp dụng trong tính toán, thiết kế đầm SFRC chịu xoắn, đặc biệt trong trường hợp sử dụng mô hình đơn giản nhưng vẫn xét được đóng góp của sợi thép.

- Số lượng đầm rỗng trong nghiên cứu này thu thập khá hạn chế. Các nghiên cứu trong tương lai nên mở rộng dự báo khả năng chịu xoắn cho các cấu hình tiết diện đa dạng hơn, cũng như xem xét các trạng thái chịu tải kết hợp (xoắn, cắt và uốn) để tăng tính tổng quát và khả năng ứng dụng của mô hình MSTM.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Nguồn ngân sách khoa học và công nghệ Trường Đại học Thủy lợi trong đề tài cấp cơ sở năm 2026, mã số CS2026-41.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Oettel, V. (2022). Steel fiber reinforced RC beams in pure torsion—Load-bearing behavior and modified space truss model. *Structural Concrete*. 24(1): 1348–1363. doi: <https://doi.org/10.1002/suco.202200031>
- [2]. Kryzhanovskiy, K., Zhang, D., Ju, H., & Kim, J. (2023). Development of Torsional Strength Model for Steel Fiber Reinforced Concrete Beams with Transverse Reinforcement. *International Journal of Civil Engineering*. 21(7): 1123–1139. doi:10.1007/s40999-023-00816-6
- [3]. T.D. Gunneswara Rao, R. S. S., Warnitchai. (2010). Effect of Steel Fibers on the Behavior of Over-Reinforced Beams Subjected to Pure Torsion. *Civil Engineering Dimension* 12(1). doi:10.9744/ced.12.1.44-51

- [4]. Amin A, B. E. (2018). Strength of steel fiber reinforced concrete beams in pure torsion. *Structural Concrete*. 19: 684–694. doi: <https://doi.org/10.1002/suco.201700183>
- [5]. Vivek V. Mane, N. K. P. (2021). A review on “torsional behavior of rectangular reinforced concrete beams with encased welded wire mesh fiber. *RT&A*. 1(60).
- [6]. Mu, R., Li, H., Qing, L., Lin, J., & Zhao, Q. (2017). Aligning steel fibers in cement mortar using electro-magnetic field. *Construction and Building Materials*. 131: 309-316. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.11.081>
- [7]. Fuad Okay, S. E. (2012). Torsional behavior of steel fiber reinforced concrete beams. *Construction and Building Materials*. 28(1): 269-275. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.08.062>
- [8]. T.D. Gunneswara Rao, D. R. S. (2005). Analytical model for the torsional response of steel fiber reinforced concrete members under pure torsion. *Cement and Concrete Composites*. 27(4): 493-501. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2004.03.006>
- [9]. Rao, T. D. G., & Seshu, D. R. (2006). Torsional response of fibrous reinforced concrete members: Effect of single type of reinforcement. *Construction and Building Materials*. 20(3): 187-192. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2005.01.017>
- [10]. Rao, T. D. G., & Seshu, D. R. (2003). Torsion of steel fiber reinforced concrete members. *Cement and Concrete Research*. 33(11): 1783-1788. doi: [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(03\)00174-1](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(03)00174-1)
- [11]. ACI-318-19. (2019). *Building code requirements for structural concrete and commentary* American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.
- [12]. [EN-1992-1-1:2004. (2004). *Design of Concrete Structures, Reinforced Concrete Standards; Reinforced Concrete Construction Standards*. European Committee for Standardization.
- [13]. [Fib. (2010). *fib Model Code for Concrete Structures 2010*.
- [14]. Ju, H., Lee, D. H., & Kim, K. S. (2019). Minimum torsional reinforcement ratio for reinforced concrete members with steel fibers. *Composite Structures*. 207: 460-470. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.09.068>
- [15]. Facconi, L., Minelli, F., Ceresa, P., & Plizzari, G. (2021). Steel fibers for replacing minimum reinforcement in beams under torsion. *Materials and Structures*. 54(1): 34. doi: [10.1617/s11527-021-01615-y](https://doi.org/10.1617/s11527-021-01615-y)
- [16]. Rausch, E. (1929). *Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung (Design of reinforced concrete in torsion)*. Berlin.
- [17]. Lampert, P., Thurlimann, B. (1971). Torsion und Biegung von Stahlbetonbalken (Torsion and Bending of Reinforced Concrete Beams). *Bericht Nr 6506-2. Institut für Baustatik, ETH Zurich*: 101.
- [18]. CEB-FIP-90. (1990). *Comite Euro-International du Beton. CEB-FIP model code 1990*. Thomas Telford, London.
- [19]. CAN3-A23.3-04. (2004). *Design of concrete structure for buildings*. Canadian Standards Association, Mississauga, Canada.
- [20]. Bredt, R. (1896). Kritische Bemerkungen zur drehungselastizitat. *Z. Ver. Dtsch. Ing.* 40(28): 785-790.
- [21]. TCVN-5574-2018. (2018). *Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép – Tiêu chuẩn thiết kế*. Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng - Bộ Xây dựng
- [22]. Mahshid Abdoli, D. M., Mohamadza Eftekar, Alireza Saljoughian. (2024). Torsional strengthening of T-shaped RC members with FRP composites using EBROG method: Experimental investigation and analysis. *Construction and Building Materials*. 437: 136829. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.136829>
- [23]. Mahshid Abdoli, D. M., Mohammadreza Eftekhari. (2024). Aggregate interlock and effective strain of FRP-strengthened flanged RC members subjected to torsion: Experimental evaluation and analytical modeling. *Construction and Building Materials*. 437: 136865. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.136865>
- [24]. Abdul-Hamid Zureick, B. R. E., Andrzej S. Nowak, Dennis R. Mertz, Thanasis C. Triantafillou. (2010). *Recommended Guide Specification for the Design of Externally Bonded FRP Systems for Repair and Strengthening of Concrete Bridge Elements*. Transportation Research Board.
- [25]. AASHTO-LRFD. (2014). *Bridge Design Specifications*. American Association of State Highway and Transportation Officials.
- [26]. Hsu, T. T., Mo, Y. L. (2010). *Unified theory of concrete structures*. Wiley, West Sussex, U.K.
- [27]. Imjong Kwahk, C. J., Jung Woo Lee. (2015). Torsional behavior design of UHPC box beams based on thin-walled tube theory. *Engineering and Technology Journal*. 7(3): 101-114. doi: [0.4236/eng.2015.73009](https://doi.org/10.1016/j.eng.2015.73009)
- [28]. Ju, H., Lee, D. H., Hwang, J.-H., Kang, J.-W., Kim, K. S., & Oh, Y.-H. (2013). Torsional behavior model of steel-fiber-reinforced concrete members modifying fixed-angle softened-truss model. *Composites Part B: Engineering*. 45(1): 215-231. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.09.021>
- [29]. Vecchio, F. J., Collins. M. P. (1986). The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI J*. 83(2): 219–231.
- [30]. Susetyo, J. (2009). *Fibre Reinforcement for Shrinkage Crack Control in Prestressed*. (phD). University of Toronto.
- [31]. Susetyo J, G. P., Vecchio FJ. (2011). Effectiveness of Steel Fiber as Minimum Shear Reinforcement. *Structural Journal*. 108(4): 488-496. doi: [10.14359/51682990](https://doi.org/10.14359/51682990)
- [32]. Lee, D. H., Hwang, J.-H., Ju, H., Kim, K. S., & Kuchma, D. A. (2012). Nonlinear finite element analysis of steel fiber-reinforced concrete members using direct tension force transfer model. *Finite Elements in Analysis and Design*. 50: 266-286. doi: <https://doi.org/10.1016/j.finel.2011.10.004>
- [33]. Ju, H., Lee, D. H., Hwang, J.-H., Kim, K. S., & Oh, Y.-H. (2013). Fixed-Angle Smeared-Truss Approach with Direct Tension Force Transfer Model for Torsional Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Members. *Journal of Advanced Concrete Technology*. 11(9): 215-229. doi: <https://doi.org/10.3151/jact.11.215>
- [34]. Ju, H., Kim, K. S., Lee, D. H., Hwang, J.-H., Choi, S.-H., & Oh, Y.-H. (2015). Torsional responses of steel fiber-reinforced concrete members. *Composite Structures*. 129: 143-156. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.04.003>
- [35]. Mansur, M. A., & Paramasivam, P. (1982). Steel fibre reinforced concrete beams in pure torsion. *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*. 4(1): 39-45. doi: [https://doi.org/10.1016/0262-5075\(82\)90006-9](https://doi.org/10.1016/0262-5075(82)90006-9)
- [36]. Said, M., Salah, A., Erfan, A., & Esam, A. (2023). Experimental analysis of torsional behavior of hybrid fiber reinforced concrete beams. *Journal of Building Engineering*. 71: 106574. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jobee.2023.106574>
- [37]. Kaushik SK, S. P. (1989). *Simply supported steel fibre reinforced concrete beams under combined torsion, bending and shear*. UK: University of Wales College of Cardiff.
- [38]. Constantin E. Chalioris, C. G. K. (2009). Effectiveness of the use of steel fibres on the torsional behaviour of flanged concrete beams. *Cement and Concrete Composites*. 31(5): 331-341. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2009.02.007>
- [39]. Soon Poh Yap, K. R. K., U. Johnson Alengaram, Mohd Zamin Jumaat. (2015). Effect of fibre aspect ratio on the torsional behaviour of steel fibre-reinforced normal weight concrete and lightweight concrete. *Engineering Structures*. 101: 24-33. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.07.007>

- [40]. Rafea F. Hassan, N. H. A.-S., Nisreen S. Mohammed, Husam H. Hussein. (2022). Experimental study and theoretical prediction on torsional strength with different steel fiber reinforced concretes and Cross-Section areas. *Engineering Structures*. 251: 113559. doi:https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113559
- [41]. Rafea F. Hassan, M. H. J., Nabeel H. Al-Salim, Husam H. Hussein (2020). Experimental research on torsional strength of synthetic/steel fiber-reinforced hollow concrete beam. *Engineering Structures*. 220: 110948. doi:https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110948
- [42]. [Craig RJ, D. S., Riaz J, Shirazi H. (1984). *Torsional behavior of reinforced fibrous concrete beams*. American Concrete Institute, Detroit.
- [43]. Rangachari Narayanan, A. S. K. P. (1986). Torsion in Beams Reinforced with Bars and Fibers. *Journal of Structural Engineering*. 112(1): 53-66. doi:https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1986)112:1(53)
- [44]. Al-Ausi MA, A.-W. H., Khidair RM. (1989). *Effect of fibres on the strength of reinforced concrete beams under combined loading*. The international conference on recent developments in fibre reinforced cements and concretes.
- [45]. Chaliotis, C. E., & Karayannis, C. G. (2009). Effectiveness of the use of steel fibres on the torsional behaviour of flanged concrete beams. *Cement and Concrete Composites*. 31(5): 331-341. doi:https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2009.02.007