

# Nghiên cứu thiết kế và đánh giá mô hình thí nghiệm xác định phản lực gối tựa của dầm chịu tải trọng tập trung

Nguyễn Ngọc Thắng<sup>1</sup>, Phạm Văn Trực<sup>1\*</sup>, Nguyễn Đức Nhật Minh<sup>1</sup>, Võ Duy Khánh<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Khoa Kỹ thuật và Công nghệ, Trường Đại học Quy Nhơn, tỉnh Gia Lai, Việt Nam

## TỪ KHOÁ

Phản lực gối tựa  
Dầm chịu tải trọng tập trung  
Mô hình thí nghiệm  
Cân bằng tĩnh học  
Đồng hồ điện tử

## TÓM TẮT

Nghiên cứu thiết kế và đánh giá mô hình thí nghiệm nhằm xác định phản lực gối tựa của dầm chịu tải trọng tập trung trên cơ sở các phương trình cân bằng tĩnh học. Mô hình gồm dầm thí nghiệm, hệ gối tựa, cơ cấu tạo tải trọng và các đồng hồ điện tử dùng để đo trực tiếp phản lực tại các vị trí liên kết. Trên mô hình đã chế tạo, các thí nghiệm được thực hiện với nhiều phương án bố trí tải trọng khác nhau nhằm khảo sát sự thay đổi phản lực gối theo vị trí tác dụng của tải trọng. Giá trị phản lực đo được từ mô hình được so sánh với kết quả tính toán lý thuyết để đánh giá mức độ phù hợp của hệ thí nghiệm. Kết quả thí nghiệm cho thấy mô hình có khả năng phản ánh đúng xu hướng biến thiên của phản lực gối tựa khi vị trí tải trọng thay đổi và cho phép xác định rõ mối quan hệ giữa tải trọng tác dụng, khoảng cách đến gối và giá trị phản lực tương ứng. Mô hình được đề xuất có tính khả thi về mặt kỹ thuật, có thể sử dụng như một công cụ hỗ trợ kiểm chứng thí nghiệm các bài toán dầm cơ bản và làm cơ sở phát triển các thiết bị thí nghiệm phục vụ đào tạo, nghiên cứu trong lĩnh vực cơ học kết cấu.

## KEYWORDS

Support reactions  
Beam subjected to a concentrated load  
Experimental model  
Static equilibrium  
Electronic hanging scale

## ABSTRACT

This study focuses on the design and evaluation of an experimental model for determining the support reactions of a beam subjected to a concentrated load on the basis of the equations of static equilibrium. The model consists of a test beam, a support system, a load-application mechanism, and electronic hanging scales used to directly measure the reactions at the support locations. Based on the fabricated model, experiments were carried out under various loading arrangements to investigate the variation of support reactions according to the position of the applied load. The reaction values measured from the model were compared with the theoretical results to evaluate the degree of agreement of the experimental system. The experimental results show that the model is capable of properly reflecting the variation trend of support reactions when the load position changes and of clearly determining the relationship among the applied load, the distance to the support, and the corresponding reaction value. The proposed model is technically feasible and can be used as a supporting tool for the experimental verification of basic beam problems, as well as a basis for developing experimental devices serving teaching and research in the field of structural mechanics.

## 1. Giới thiệu

Phản lực gối tựa là một đại lượng cơ bản trong phân tích kết cấu và giữ vai trò quan trọng trong các bài toán cơ học. Việc xác định phản lực tại các gối không chỉ là bước đầu tiên để thiết lập trạng thái cân bằng của hệ mà còn là cơ sở để xác định lực cắt, mô men uốn và đánh giá khả năng làm việc của kết cấu. Trong các hệ dầm tĩnh định, phản lực gối tựa là thông số đầu vào của toàn bộ quá trình phân tích nội lực và chuyển vị, do đó có ý nghĩa nền tảng cả về phương diện lý thuyết lẫn ứng dụng [1,2]. Đối với đào tạo kỹ sư xây dựng, dầm tĩnh định cũng là đối tượng cơ bản để hình thành tư duy phân tích kết cấu, đặc biệt trong việc nhận diện mối quan hệ giữa tải trọng tác dụng, vị trí đặt tải và phản lực liên kết [3].

Về mặt cơ học, phản lực gối tựa của dầm được xác định thông qua sơ đồ vật thể tự do và các phương trình cân bằng tĩnh học [4]. Các điều kiện cân bằng cho phép thiết lập mối quan hệ trực tiếp giữa độ lớn tải trọng, cánh tay đòn của tải và giá trị phản lực tại các gối [5]. Đối với dầm chịu tải trọng tập trung, phản lực gối tựa có thể được xác định từ các phương trình tổng lực và tổng mô men bằng không, qua đó phản ánh rõ quy luật phân bố tải trọng giữa các liên kết của hệ [6]. Tuy nhiên, trong quá trình giảng dạy và học tập, nội dung này thường được tiếp cận chủ yếu thông qua mô hình tính toán lý thuyết và các bước biến đổi giải tích. Cách tiếp cận đó tuy cần thiết nhưng chưa tạo được khả năng quan sát trực quan sự biến thiên của phản lực khi vị trí tải trọng thay đổi dọc theo chiều dài dầm.

Song song với các tài liệu nền tảng, một số nghiên cứu đã tập trung phát triển các mô hình tính toán và phương pháp phân tích nhằm

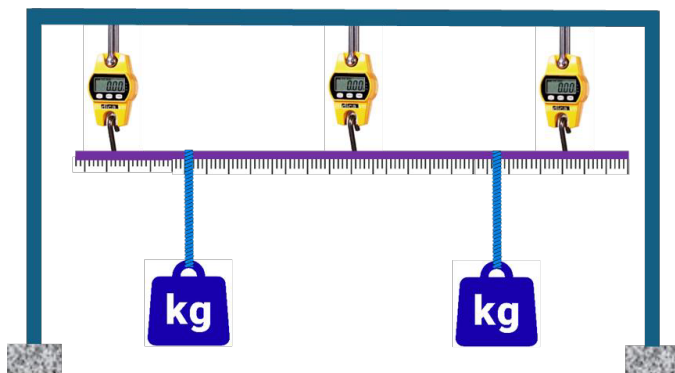
\*Liên hệ tác giả: phamvantruc@qnu.edu.vn

Nhận ngày 09/02/2026, sửa xong ngày 12/03/2026, chấp nhận đăng ngày 13/03/2026

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.02.2026.1283>

mô tả chính xác hơn ứng xử của hệ kết cấu. Các hướng nghiên cứu đã được triển khai cho bài toán thanh cong phẳng bằng phương pháp phần tử biên [7], cho phần tử thanh có xét đến ảnh hưởng của lực cắt và độ cứng liên kết [8], cũng như cho khung phẳng có nút liên kết nửa cứng bằng phương pháp phần tử hữu hạn [9]. Bên cạnh đó, các công cụ tính toán như MathCad cũng đã được ứng dụng trong giải bài toán cơ học và hỗ trợ giảng dạy, qua đó góp phần nâng cao tính trực quan và hiệu quả tiếp cận nội dung kỹ thuật [10], [11]. Ở góc độ thí nghiệm, việc đo đạc trực tiếp để kiểm chứng mô hình tính toán đã cho thấy vai trò quan trọng trong đánh giá ứng xử thực của các hệ chịu lực phức tạp [12-14].

Với mục tiêu đưa thí nghiệm vào giảng dạy giúp sinh viên nắm vững kiến thức, đối với bài toán dầm chịu tải trọng tập trung, chưa có nhiều nghiên cứu tập trung trực tiếp vào việc thiết kế một mô hình thí nghiệm đơn giản, trực quan và dễ triển khai nhằm xác định phân lực gối tựa bằng phép đo trực tiếp tại vị trí liên kết. Khoảng trống này có ý nghĩa thực tiễn rõ rệt, bởi một mô hình như vậy không chỉ cho phép kiểm chứng các phương trình cân bằng tĩnh học mà còn giúp làm rõ mối quan hệ giữa tải trọng tác dụng, vị trí đặt tải và giá trị phân lực tương ứng tại các gối.



Hình 1. Mô hình thiết kế xác định phân lực của vật nặng bằng cân treo điện tử.

Từ cơ sở đó, bài báo này tập trung nghiên cứu thiết kế và đánh giá mô hình thí nghiệm xác định phân lực gối tựa của dầm chịu tải trọng tập trung như Hình 1. Mô hình được xây dựng theo hướng cho phép thay đổi vị trí đặt tải trên dầm, đo trực tiếp phân lực tại các gối bằng cân treo điện tử và so sánh kết quả thí nghiệm với giá trị tính toán lý thuyết theo các phương trình cân bằng tĩnh học. Kết quả nghiên cứu được kỳ vọng sẽ góp phần bổ sung một công cụ hỗ trợ kiểm chứng thí nghiệm cho các bài toán dầm cơ bản, đồng thời làm cơ sở phát triển các thiết bị thí nghiệm phục vụ đào tạo và nghiên cứu trong lĩnh vực cơ học kết cấu.

## 2. Cơ sở lý thuyết

### 2.1. Mô hình cơ học tổng quát của hệ thí nghiệm

Mô hình thí nghiệm được lý tưởng hóa như một dầm thẳng làm việc trong mặt phẳng, chịu tác dụng của các tải trọng tập trung theo

phương thẳng đứng và được treo tại nhiều vị trí thông qua các cân treo điện tử. Mỗi cân treo điện tử vừa đóng vai trò là phần tử liên kết theo phương đứng, vừa là thiết bị đo phân lực tại vị trí liên kết tương ứng.

Giả sử dầm được treo tại  $N$  vị trí, ký hiệu là  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , với  $N \geq 2$ . Phân lực đo được tại các vị trí này được ký hiệu tương ứng là  $R_1, R_2, \dots, R_N$ . Trên dầm có  $M$  tải trọng tập trung, ký hiệu là  $P_1, P_2, \dots, P_M$ , đặt tại các vị trí  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M$ . Trong phạm vi nghiên cứu này, bỏ qua của dầm, hệ được xét trong điều kiện cân bằng tĩnh, biến dạng nhỏ và các phân lực chỉ theo phương thẳng đứng.

### 2.2. Phương trình cân bằng tổng quát

Điều kiện cân bằng lực theo phương thẳng đứng của toàn bộ hệ được viết như sau:

$$\sum_{j=1}^N R_j = \sum_{i=1}^M P_i \quad (1)$$

trong đó:

- $R_j$  là phân lực tại vị trí treo thứ  $j$ , với  $j = 1, 2, \dots, N$ ;
- $N$  là tổng số cân treo điện tử hoặc số điểm liên kết treo trên dầm;
- $P_i$  là tải trọng tập trung thứ  $i$ , với  $i = 1, 2, \dots, M$ ;
- $M$  là tổng số tải trọng tập trung tác dụng lên dầm.

Phương trình (1) thể hiện rằng tổng các phân lực đo được tại các vị trí treo phải cân bằng với tổng tải trọng ngoài tác dụng lên dầm.

Chọn gốc tọa độ tại một đầu dầm, điều kiện cân bằng mô men của toàn bộ hệ được viết dưới dạng:

$$\sum_{j=1}^N R_j x_j = \sum_{i=1}^M P_i \xi_i \quad (2)$$

trong đó:

- $x_j$  là tọa độ của vị trí treo thứ  $j$  tính từ gốc tọa độ đã chọn;
- $\xi_i$  là tọa độ của tải trọng tập trung thứ  $i$ .

Phương trình (2) cho biết tổng mô men của các phân lực đối với gốc tọa độ phải cân bằng với tổng mô men của các tải trọng ngoài.

Hai phương trình (1) và (2) luôn đúng đối với mọi mô hình thí nghiệm. Tuy nhiên, khi  $N > 2$ , số ẩn phân lực lớn hơn số phương trình cân bằng độc lập, do đó bài toán trở thành siêu tĩnh và cần bổ sung điều kiện tương thích biến dạng.

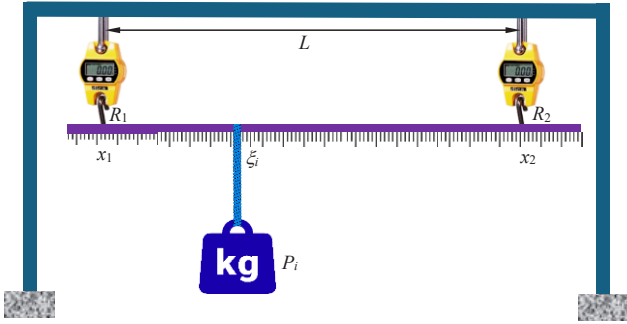
### 2.3. Trường hợp hệ có hai vị trí treo

Khi dầm chỉ được treo tại hai vị trí  $x_1$  và  $x_2$ , hệ là tĩnh định và hai phân lực  $R_1, R_2$  được thể hiện Hình 2, có thể xác định trực tiếp từ các phương trình cân bằng. Ta có:

$$L = x_2 - x_1 \quad (2)$$

trong đó:

- $L$  là khoảng cách giữa hai vị trí treo, tương ứng với chiều dài nhịp tính toán của dầm;
- $x_1, x_2$  lần lượt là tọa độ của hai vị trí treo trái và phải.



**Hình 2.** Mô hình xác định 2 phản lực (2 vị trí treo) của vật nặng bằng cân treo điện tử.

Khi đó, phản lực tại vị trí treo thứ nhất được xác định bởi:

$$R_1 = \frac{\sum_{i=1}^M P_i (\xi_i - x_1)}{L} \quad (4)$$

trong đó:

- $R_1$  là phản lực tại vị trí treo thứ nhất;
- $P_i$  là tải trọng tập trung thứ  $i$ ;
- $\xi_i$  là vị trí của tải trọng  $P_i$ ;
- $\xi_i - x_1$  là cánh tay đòn của tải trọng  $P_i$  đối với vị trí treo  $x_2$ ;
- $L$  là khoảng cách giữa hai vị trí treo.

Tương tự, phản lực tại vị trí treo thứ hai được xác định bởi:

$$R_2 = \frac{\sum_{i=1}^M P_i (x_2 - \xi_i)}{L} \quad (5)$$

trong đó:

- $R_2$  là phản lực tại vị trí treo thứ hai;
- $x_2 - \xi_i$  là cánh tay đòn của tải trọng  $P_i$  đối với vị trí treo;
- Các đại lượng còn lại giữ nguyên ý nghĩa như trên.

#### 2.4. Trường hợp hệ có từ ba vị trí treo trở lên

Khi dầm được treo tại  $N \geq 3$  vị trí, hệ là siêu tĩnh được thể hiện như Hình 3. Khi đó, phản lực không thể xác định chỉ bằng các phương trình cân bằng mà cần bổ sung các phương trình tương thích biến dạng.

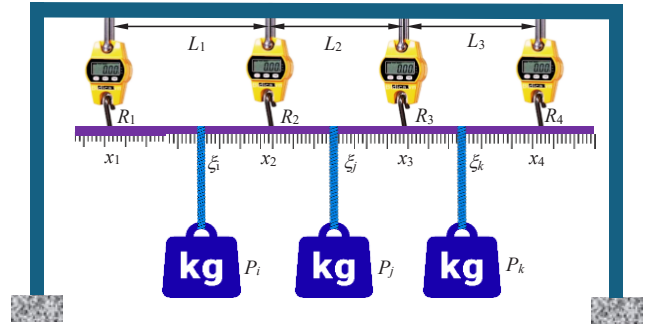
Giả sử chọn hai vị trí treo biên làm hệ cơ bản, còn các phản lực tại các vị trí treo trung gian là ẩn siêu tĩnh. Điều kiện tương thích tại vị trí treo thứ  $k$  được viết dưới dạng:

$$\delta_k^P + \sum_{j=2}^{N-1} f_{kj} R_j = 0 \quad (6)$$

trong đó:

- $\delta_k^P$  là độ võng tại vị trí treo thứ  $k$  của hệ cơ bản do các tải trọng ngoài  $P_i$  gây ra;
- $f_{kj}$  là hệ số mềm dẻo, biểu thị độ võng tại vị trí treo thứ  $k$  do một lực đơn vị đặt tại vị trí treo thứ  $j$ ;

- $R_j$  là phản lực chưa biết tại vị trí treo trung gian thứ  $j$ ;
- $k = 2, 3, \dots, N - 1$  là chỉ số của các vị trí treo trung gian.



**Hình 3.** Mô hình xác định nhiều phản lực của vật nặng bằng cân treo điện tử.

Phương trình (6) thể hiện rằng tại mỗi vị trí treo trung gian, tổng chuyển vị theo phương đứng phải bằng không nếu liên kết treo được giả thiết không cho phép dịch chuyển theo phương đứng.

Viết gọn cho toàn bộ các vị trí treo trung gian, ta có dạng ma trận:

$$\mathbf{FR}_s = -\delta^P \quad (3)$$

trong đó:

- $\mathbf{F}$  là ma trận hệ số mềm dẻo, kích thước  $N - 2$ ;
- $\mathbf{R}_s$  là véc tơ các phản lực siêu tĩnh, gồm các thành phần  $R_2, R_3, \dots, R_{N-1}$ ;
- $\delta^P$  là véc tơ độ võng tại các vị trí treo trung gian do tải trọng ngoài gây ra.

Sau khi xác định được các phản lực trung gian từ (7), hai phản lực biên được tính từ hai phương trình cân bằng (1) và (2).

#### 2.5. Các chỉ tiêu đánh giá độ phù hợp giữa lý thuyết và thí nghiệm

Để đánh giá tính đúng đắn của mô hình thí nghiệm, trước hết có thể kiểm tra sai số cân bằng lực toàn cục:

$$\varepsilon_F = \frac{\left| \sum_{j=1}^N R_j^{\text{exp}} - \sum_{i=1}^M P_i \right|}{\sum_{i=1}^M P_i} \times 100\% \quad (4)$$

trong đó:

- $\varepsilon_F$  là sai số cân bằng lực toàn cục, tính theo phần trăm;
- $R_j^{\text{exp}}$  là phản lực đo được bằng thí nghiệm tại vị trí treo thứ ( $j$ );
- $\sum_{j=1}^N R_j^{\text{exp}}$  là tổng các phản lực đo được;
- $\sum_{i=1}^M P_i$  là tổng tải trọng lý thuyết tác dụng lên dầm.

Tiếp theo, sai số cân bằng mô men toàn cục được xác định bởi:

$$\varepsilon_M = \frac{\left| \sum_{j=1}^N R_j^{\text{exp}} x_j - \sum_{i=1}^M P_i \xi_i \right|}{\sum_{i=1}^M P_i \xi_i} \times 100\% \quad (9)$$

trong đó:

- $\varepsilon_M$  là sai số cân bằng mô men toàn cục;
- $\sum_{j=1}^N R_j^{\text{exp}} x_j$  là tổng mô men của các phản lực thí nghiệm;
- $\sum_{i=1}^M P_i \xi_i$  là tổng mô men lý thuyết của tải trọng ngoài.

Cuối cùng, sai số tương đối của từng phản lực được xác định theo:

$$\varepsilon_{R,j} = \frac{|R_j^{\text{exp}} - R_j^{\text{th}}|}{R_j^{\text{th}}} \times 100\% \quad (10)$$

trong đó:

- $\varepsilon_{R,j}$  là sai số tương đối của phản lực tại vị trí treo thứ (j);
- $R_j^{\text{exp}}$  là giá trị phản lực đo được bằng thí nghiệm;
- $R_j^{\text{th}}$  là giá trị phản lực tính theo mô hình lý thuyết;
- $j = 1, 2, \dots, N$ .

Phương trình (10) cho phép đánh giá trực tiếp mức độ phù hợp giữa kết quả thí nghiệm và kết quả tính toán tại từng vị trí treo cụ thể.

### 3. Thí nghiệm và đánh giá kết quả

Để đánh giá khả năng làm việc của mô hình, các thí nghiệm được tiến hành trên dầm thép có chiều dài khảo sát  $L = 100$  cm, tiết diện vuông cạnh 20 mm. Trong tính toán, dầm được giả thiết làm việc trong miền đàn hồi tuyến tính, biến dạng nhỏ và bỏ qua trọng lượng bản thân; các gối tựa được lý tưởng hóa theo mô hình phân tích. Các cân treo điện tử được bố trí tại những vị trí liên kết để vừa tạo điểm tựa, vừa ghi nhận trực tiếp phản lực tương ứng. Trước mỗi loạt thí nghiệm, thiết bị được chỉnh 0 và hiệu chuẩn; mỗi trường hợp thí nghiệm được lặp lại 3 lần, lấy giá trị trung bình để so sánh với kết quả lý thuyết và mô hình SAP2000. Tải trọng được treo tại các vị trí khác nhau dọc theo dầm nhằm khảo sát sự thay đổi phản lực gối tựa theo vị trí tác dụng của lực như Hình 4, 6 và 8. Trên cơ sở đó, kết quả thí nghiệm được sử dụng để kiểm chứng khả năng phản ánh quy luật phân bố phản lực của mô hình. Đối với hệ hai gối tựa, giá trị phản lực được đối chiếu với kết quả tính toán từ các phương trình cân bằng tĩnh học. Đối với hệ nhiều gối tựa, ngoài việc phân tích xu hướng phân bố phản lực, số liệu thí nghiệm còn được so sánh với kết quả mô phỏng trên phần mềm SAP2000 để đánh giá mức độ phù hợp của mô hình thí nghiệm. Lưu ý về đơn vị biểu diễn: Về bản chất cơ học, tải trọng  $P_i$  và phản lực  $R_j$  là các đại lượng lực, có đơn vị SI là N. Tuy nhiên, trong thí nghiệm này

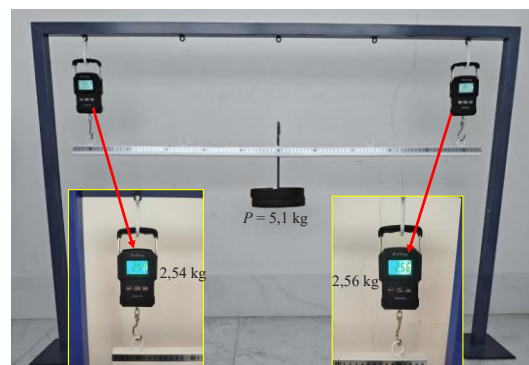
các cân treo điện tử hiển thị số đọc theo đơn vị kg, tức là giá trị khối lượng tương đương của lực tác dụng. Vì vậy, trong phần trình bày kết quả thực nghiệm, các giá trị tải trọng và phản lực được ghi theo kg đúng với số đọc của thiết bị đo; khi cần quy đổi sang lực theo hệ SI, sử dụng biểu thức  $F = m \cdot g$ , với  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

#### 3.1. Thí nghiệm đối với hệ hai gối tựa

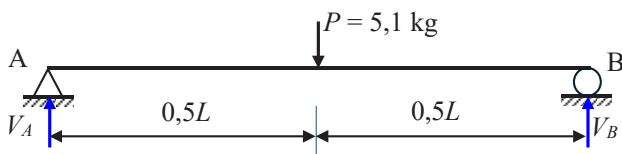
##### 3.1.1. Thí nghiệm đối với hệ hai gối tựa chịu tải trọng tập trung đặt giữa nhịp

Bài toán dầm hai gối tựa chịu tải trọng tập trung được lựa chọn làm trường hợp khảo sát đầu tiên như Hình 4. Đây là mô hình cơ bản nhất trong phân tích kết cấu, đồng thời là cơ sở để đánh giá mức độ phù hợp giữa kết quả đo thực nghiệm và lời giải lý thuyết theo các phương trình cân bằng tĩnh học. Trong thí nghiệm này, dầm có chiều dài nhịp  $L = 100$  cm, được treo tại hai đầu bằng hai cân treo điện tử tương ứng với hai phản lực gối  $V_A$  và  $V_B$ . Tải trọng tác dụng là một vật nặng có khối lượng  $P = 5,1$  kg, được đặt tại giữa nhịp, tức tại vị trí  $x = 0,5L$ . Với mô hình đối xứng này, phản lực lý thuyết tại hai gối được kỳ vọng bằng nhau. Kết quả đo từ hai cân treo điện tử được sử dụng để so sánh với giá trị tính toán, qua đó đánh giá độ chính xác ban đầu và tính khả thi của mô hình thí nghiệm.

Hình 5 trình bày sơ đồ tính của dầm hai gối tựa khi tải trọng tập trung  $P = 5,1$  kg được đặt tại giữa nhịp. Với mô hình tải trọng đối xứng, phản lực lý thuyết tại hai gối được xác định bằng nhau,  $V_A = V_B = 2,55$  kg. Kết quả thí nghiệm tương ứng ở Hình 4 cho thấy phản lực đo được tại hai gối lần lượt là 2,54 kg và 2,56 kg. Sai lệch giữa kết quả thực nghiệm và lý thuyết tại mỗi gối chỉ khoảng 0,39%, đồng thời tổng phản lực đo được đúng bằng tải trọng tác dụng. Kết quả này cho thấy mô hình thí nghiệm không chỉ phản ánh đúng quy luật phân bố phản lực của dầm trong trường hợp tải trọng đặt đối xứng tại giữa nhịp mà còn có độ chính xác và độ tin cậy tốt, đủ cơ sở để tiếp tục sử dụng trong các trường hợp tải trọng lệch tâm và các mô hình nhiều gối tựa phức tạp hơn.



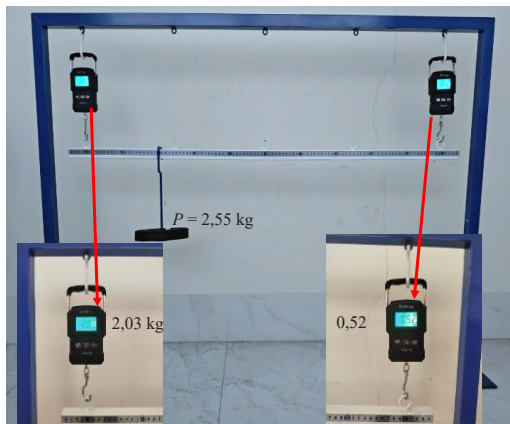
**Hình 4.** Mô hình thí nghiệm xác định phản lực tại hai điểm treo của vật nặng bằng cân treo điện tử, với tải trọng treo ở giữa có khối lượng  $P = 5,1$  kg đặt giữa nhịp và phản lực đo được tại hai đầu lần lượt là 2,54 kg và 2,56 kg.



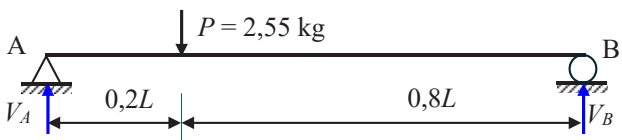
**Hình 5.** Sơ đồ tính dầm đơn giản chịu lực tập trung  $P = 5,1$  kg tương ứng với hình 4.

**3.1.2. Thí nghiệm đối với hệ hai gối tựa chịu tải trọng tập trung đặt lệch nhịp**

Trong thí nghiệm này, dầm có chiều dài nhịp  $L = 100$  cm, được treo tại hai đầu bằng hai cân treo điện tử tương ứng với hai phản lực gối  $V_A$  và  $V_B$ . Tải trọng tác dụng là một vật nặng có khối lượng  $P = 2,55$  kg, được đặt tại vị trí lệch về phía gối A, cách gối A một đoạn  $x = 0,2L$ . Với mô hình này, phản lực tại hai gối không còn bằng nhau mà gối gần vị trí đặt tải sẽ chịu phản lực lớn hơn. Kết quả đo từ hai cân treo điện tử tại vị trí đầu trái của dầm 2,03 kg và tại vị trí đầu phải của dầm 0,52 kg. Kết quả này được sử dụng để so sánh với giá trị tính toán lý thuyết, qua đó đánh giá mức độ phù hợp giữa mô hình thực nghiệm và lời giải theo các phương trình cân bằng tĩnh học.



**Hình 6.** Mô hình thí nghiệm xác định phản lực tại hai điểm treo của vật nặng bằng cân treo điện tử, với tải trọng tập trung cách đầu A  $0,2L$  có khối lượng  $P = 2,55$  kg đặt lệch nhịp và phản lực đo được tại hai đầu lần lượt là 2,03 kg và 0,52 kg.



**Hình 7.** Sơ đồ tính dầm đơn giản chịu lực tập trung  $P = 2,55$  kg tương ứng với hình 6.

Hình 7 trình bày sơ đồ tính của dầm hai gối tựa khi tải trọng tập trung  $P = 2,55$  kg được đặt lệch nhịp tại vị trí  $x = 0,2L$  tính từ gối A. Theo điều kiện cân bằng mô men đối với gối A, phản lực tại gối B được xác định là  $V_B = 0,2P = 0,51$  kg. Từ phương trình cân bằng lực theo phương đứng, phản lực tại gối A là  $V_A = P - V_B = 2,04$  kg. Như vậy, phản lực lý thuyết tại hai gối lần lượt là  $V_A = 2,04$  kg và  $V_B = 0,51$  kg. Kết quả thí nghiệm tương ứng ở Hình 6 cho thấy phản lực đo được tại hai gối lần lượt là 2,03 kg và 0,52 kg. Sai lệch giữa kết quả thực nghiệm và lý thuyết tại mỗi gối đều rất nhỏ, khoảng 0,49 % đối với gối A và 1,96 % đối với gối B. Đồng thời, tổng phản lực đo được tại hai gối bằng đúng tải trọng tác dụng ( $2,03 + 0,52 = 2,55$  kg). Kết quả này cho thấy mô hình thí nghiệm phản ánh đúng quy luật phân bố phản lực của dầm hai gối tựa trong trường hợp tải trọng tập trung đặt lệch nhịp, đồng thời có độ chính xác và độ tin cậy tốt, tạo cơ sở cho việc nghiên cứu các mô hình chịu lực phức tạp hơn.

**3.2. Kết quả thí nghiệm đối với hệ ba gối tựa chịu lực 2 tập trung**

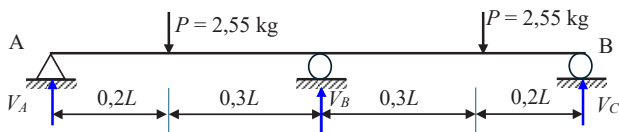
Bài toán dầm ba gối tựa chịu hai tải trọng tập trung đối xứng được lựa chọn nhằm khảo sát sự phân bố phản lực tại các gối trong trường hợp kết cấu có số liên kết lớn hơn hệ hai gối tựa như Hình 8. So với dầm đơn giản, đây là mô hình có mức độ phức tạp cao hơn vì phản lực gối không chỉ phụ thuộc vào điều kiện cân bằng tĩnh học mà còn phụ thuộc vào điều kiện biến dạng của dầm. Trong thí nghiệm này, dầm được treo tại ba vị trí tương ứng với ba phản lực  $V_A$ ,  $V_B$  và  $V_C$ . Hai tải trọng tập trung có cùng khối lượng  $P = 2,55$  kg được đặt đối xứng, lần lượt cách đầu A và đầu C một đoạn  $0,2L$ . Phản lực tại ba điểm treo được đo bằng các cân treo điện tử và được so sánh với kết quả phân tích bằng phần mềm SAP2000 nhằm đánh giá mức độ phù hợp giữa mô hình thực nghiệm và mô hình tính toán.

Hình 9 trình bày sơ đồ tính của dầm ba gối tựa chịu hai tải trọng tập trung đối xứng. Do đây là hệ siêu tĩnh, phản lực tại các gối được xác định bằng phần mềm SAP2000. Kết quả phân tích cho thấy phản lực tại hai gối biên bằng nhau, với  $V_A = V_C = 1,19$  kg, trong khi phản lực tại gối giữa lớn hơn, đạt  $V_B = 2,72$  kg. Kết quả thí nghiệm tương ứng ở Hình 8 cho thấy phản lực đo được tại ba gối lần lượt là 1,19 kg; 2,71 kg và 1,20 kg. So sánh giữa kết quả thực nghiệm và kết quả từ SAP2000 cho thấy sai lệch là rất nhỏ: tại gối A sai lệch bằng 0; tại gối giữa sai lệch 0,01 kg, tương ứng khoảng 0,37 %; và tại gối C sai lệch 0,01 kg, tương ứng khoảng 0,84 %. Đồng thời, tổng phản lực đo được tại ba gối bằng đúng tổng tải trọng tác dụng ( $1,19 + 2,71 + 1,20 = 5,10$  kg), phù hợp với tổng hai tải trọng đặt lên dầm ( $2 \times 2,55 = 5,10$  kg).

Kết quả trên cho thấy mô hình thí nghiệm phản ánh khá chính xác quy luật phân bố phản lực của dầm ba gối tựa chịu hai tải trọng tập trung đối xứng. Phản lực tại gối giữa lớn hơn đáng kể so với hai gối biên, thể hiện vai trò chịu lực chủ yếu của gối giữa trong mô hình này. Sự phù hợp rất tốt giữa kết quả đo thực nghiệm và kết quả phân tích bằng SAP2000 khẳng định độ tin cậy của mô hình thí nghiệm.



**Hình 8.** Mô hình thí nghiệm xác định phản lực tại ba điểm treo của vật nặng bằng cân treo điện tử, với tải trọng tập trung cách đầu A  $0,2L$  và đầu B  $0,2L$ ; có khối lượng  $P = 2,55$  kg đặt lệch mỗi nhịp và phản lực đo được tại các điểm treo lần lượt là  $1,19$  kg;  $2,71$  kg và  $1,20$  kg.



**Hình 9.** Sơ đồ tính dầm ba gối tựa chịu hai lực tập trung  $P = 2,55$  kg tương ứng với hình 8.

#### 4. Kết luận

Bài báo đã trình bày việc thiết kế và đánh giá một mô hình thí nghiệm nhằm xác định phản lực gối tựa của dầm chịu tải trọng tập trung trên cơ sở các phương trình cân bằng tĩnh học. Mô hình được xây dựng theo hướng trực quan, dễ thực hiện và cho phép đo trực tiếp phản lực tại các vị trí liên kết thông qua cân treo điện tử.

Kết quả thí nghiệm cho thấy mô hình phản ánh hợp lý quy luật phân bố phản lực gối tựa của dầm trong các trường hợp khảo sát. Đối với hệ hai gối tựa, kết quả thực nghiệm phù hợp tốt với kết quả lý thuyết; đối với hệ nhiều gối tựa, số liệu đo được có xu hướng phù hợp với kết quả mô phỏng số. Điều này cho thấy mô hình có thể sử dụng hiệu quả để minh họa và kiểm chứng các bài toán cơ bản về phản lực gối tựa trong dầm chịu tải trọng tập trung.

Ý nghĩa chính của nghiên cứu là giá trị ứng dụng trong giảng dạy và học tập. Thông qua mô hình thí nghiệm này, sinh viên có thể quan sát trực tiếp sự thay đổi phản lực gối tựa khi vị trí tải trọng thay đổi, từ đó hiểu rõ hơn mối liên hệ giữa lý thuyết tính toán, kết quả mô phỏng và ứng xử thực tế của kết cấu. Mô hình vì vậy có thể được sử dụng như một công cụ hỗ trợ trực quan trong giảng dạy các học phần cơ học kết cấu, sức bền vật liệu và kết cấu công trình, góp phần nâng cao khả năng tiếp thu và hiểu bản chất vấn đề của người học.

#### Tài liệu tham khảo

[1]. Lều Thọ Trình, *Cơ học kết cấu tập 1 - Hệ tĩnh định*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 2024.

[2]. Nguyễn Văn Phương, *Cơ học kết cấu (Tập 1)*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2013.  
 [3]. Bạch Vũ Hoàng Lan, *Cơ học kết cấu – Tập 1: Hệ tĩnh định*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2011.  
 [4]. Trần Trọng Hi, *Cơ học lý thuyết*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2012.  
 [5]. Khổng Doãn Điền và cộng sự, *Giáo trình cơ học lý thuyết*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2011.  
 [6]. Đặng Quốc Lương, *Cơ học cơ sở – Tập 1: Tĩnh học*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2011.  
 [7]. Trần Thị Thúy Vân, and Trần Trung Hiếu, “Thiết lập hệ phương trình giải bài toán phân tích tĩnh thanh cong phẳng bằng phương pháp phần tử biên”, *Tạp chí Xây dựng*, số 06, 2021.  
 [8]. Phạm Trung Thành và cộng sự, “Xây dựng ma trận độ cứng và véc tơ tải trọng nút của phần tử thanh vát tiết diện chữ I có xét đến ảnh hưởng của lực cắt và độ cứng của liên kết”, *Tạp chí Xây dựng*, số 04, 2022.  
 [9]. Trần Thị Thúy Vân và cộng sự, “Phân tích khung phẳng có nút liên kết nửa cứng bằng phương pháp phần tử hữu hạn”, *Tạp chí Khoa học Kiến trúc và Xây dựng*, no. 45, 2022.  
 [10]. Nguyễn Thị Thùy Liên, “Sử dụng phần mềm lập trình MathCad giải bài toán xác định trạng thái ứng suất biến dạng trong Cơ học môi trường liên tục”, *Tạp chí Khoa học Kiến trúc & Xây dựng*, số 49, 2023.  
 [11]. Vũ, Thị Bích Quyên, “Sử dụng chương trình MathCAD trong giảng dạy và học tập Sức bền vật liệu”, *Tạp chí Khoa học Kiến trúc và Xây dựng*, 2017.  
 [12]. Dương Đức Quỳnh và cộng sự, “Nghiên cứu thực nghiệm sự làm việc chịu uốn của dầm bê tông cốt thép được gia cường bằng tấm composite CFRP ở trạng thái đang chịu tải”, *Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng*, tập 15, số 2V, 2021.  
 [13]. Lu, Hua, et al, “Experimental study on flexural behavior of hybrid fiber-reinforced concrete beams based on DIC technology”, *Structures*. Vol. 85, 2026.  
 [14]. Li, Weitao, et al. “Experimental study on the flexural behavior of engineering geopolymer composite and concrete composite beams combined with acoustic emission technology”, *Construction and Building Materials* 475:141203, 2025.