

Mô hình phần tử hữu hạn của sàn phẳng bê tông cốt thép chịu uốn và xoắn có kể đến tính phi tuyến của vật liệu

Nguyễn Mai Chí Trung¹

¹ Khoa Kỹ thuật và Công nghệ, Trường Đại học Quy Nhơn, 170 An Dương Vương, TP. Quy Nhơn, Bình Định

TỪ KHOẢ

PTHH
Xoắn
Phân tích phi tuyến
Sàn BTCT

TÓM TẮT

Bài báo này trình bày kết quả phân tích các mô hình thí nghiệm sàn phẳng bê tông cốt thép chịu uốn và xoắn, các mô hình vật liệu thường dùng trong phân tích phi tuyến, từ đó xây dựng mô hình phần tử hữu hạn để mô phỏng sự làm việc của sàn có kể đến yếu tố phi tuyến vật liệu. Ứng xử của sàn từ lúc sàn chịu tải trọng tác dụng cho đến lúc sàn bị phá hoại được trình bày thông qua quan hệ tải trọng - độ võng, đồng thời độ cứng chống xoắn của sàn cũng được xác định.

KEYWORDS

FEM
Torsion
Nonlinear Analysis
RC Slabs

ABSTRACT

This paper analyzes the experimental models of RC slabs subjected to combined bending and torsion, material models in plastic analysis. Finite element models are constructed to simulate the behaviour of the slab includes nonlinear of materials. The behaviour of the slab is presented through the relation of load - deflection, and the torsional stiffness of slab is also determined.

1. Đặt vấn đề

Theo [1] quan hệ mômen - độ cong của tấm được biểu diễn như sau:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & \nu D_y & 0 \\ \nu D_x & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Trong phương trình (1), vế trái là véc tơ nội lực trong bản, số hạng thứ nhất trong vế phải là ma trận hằng số chứa độ cứng chống uốn và độ cứng chống xoắn của bản, số hạng thứ hai trong vế phải là véc tơ độ cong uốn và độ xoắn của bản. Hiển nhiên, giá trị mômen phụ thuộc vào các hằng số độ cứng chống uốn và độ cứng chống xoắn. Với vật liệu đàn hồi và đồng nhất thì các hằng số độ cứng này được xác định như lý thuyết đàn hồi. Với vật liệu bê tông cốt thép, là loại vật liệu không đồng nhất, nếu bản làm việc trong miền đàn hồi thì các hằng số độ cứng này có thể được xác định theo [1], nếu bản làm việc ngoài miền đàn hồi thì việc xác định các hằng số độ cứng này là khá phức tạp, nếu có được các giá trị D_x, D_y, D_{xy} trong giai đoạn ngoài miền đàn hồi, kể đến bê tông đã nứt và cốt thép đã bị chảy dẻo, thì kết quả phân tích sẽ cho các giá trị mômen chính xác và hợp lý hơn.

Trong phân tích kết cấu bê tông cốt thép (BTCT) có kể đến tính chất phi tuyến của vật liệu thì độ chính xác của kết quả phụ thuộc vào các thông số đầu vào như: loại phần tử, điều kiện biên, chia lưới, mô hình vết nứt và đặc biệt là luật vật liệu đưa vào mô hình, ...

Trên cơ sở khảo sát mức độ ảnh hưởng của các thông số đầu vào,

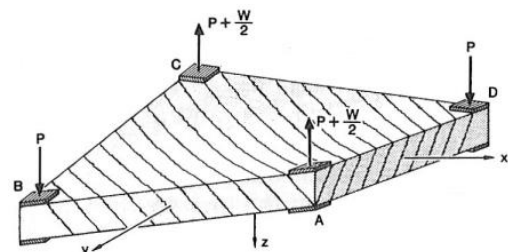
tác giả sẽ xây dựng mô hình phần tử hữu hạn (PTHH) cho sàn phẳng BTCT chịu uốn và xoắn, từ đó mô tả ứng xử và xác định độ cứng chống xoắn của sàn.

2. Mô hình sàn phẳng bê tông cốt thép chịu uốn và xoắn

Phân tích hai mô hình thí nghiệm sàn phẳng BTCT chịu uốn và xoắn của Marti [2] và Lopes [3], từ đó đưa ra mô hình nghiên cứu của tác giả.

2.1. Mô hình của Marti và cộng sự (1987)

Mô hình thí nghiệm sàn BTCT chịu uốn và xoắn của Marti và cộng sự [2] được thể hiện ở Hình 1.



Hình 1. Mô hình thí nghiệm sàn phẳng BTCT chịu uốn và xoắn của Marti và cộng sự [2].

Cách tạo mômen xoắn: Mômen xoắn trong sàn được tạo ra bằng

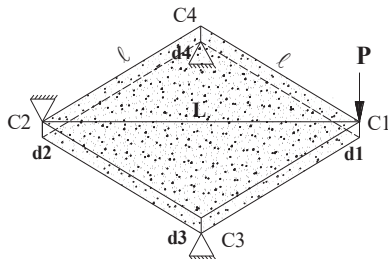
Tác giả liên hệ: nguyenmaichitruong@qnu.edu.vn

Nhận ngày 15/04/2021, giải trình ngày 02/05/2021, chấp nhận đăng 11/06/2021

cách tác dụng vào các góc B và D cặp lực P bằng nhau, Hình 1 tải trọng tăng từ 0 cho đến khi mẫu bị phá hoại. Tại bốn góc của sàn được gắn các tấm thép, tiết diện 150 × 150 × 25 mm để tránh sự tập trung ứng suất. Trọng lượng của sàn, W, được truyền về góc A và C, nơi đặt các gối tựa ngăn cản chuyển vị đi xuống.

2.2 Mô hình của Lopes và cộng sự (2014)

Dựa vào mô hình của Marti, Lopes và cộng sự [3] đã thiết lập mô hình thí nghiệm được thể hiện ở Hình 2.



Hình 2. Mô hình thí nghiệm sàn BTCT chịu uốn và xoắn của Lopes và cộng sự [3].

Cách tạo mômen xoắn: Mômen xoắn trong sàn được tạo ra bằng cách tác dụng vào góc C1 một lực P, góc C3 và C4 được khống chế chuyển vị thẳng đi xuống và góc C2 khống chế chuyển vị thẳng đi lên, Hình 2.

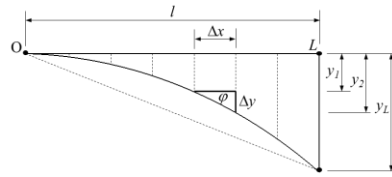
Mô hình của Lopes, nếu kể trọng lượng bản thân của sàn, W, thì phản lực tại các gối tựa sẽ là: C2 = P, C3 = C4 = P + W/2, như vậy có thể thấy mô hình thí nghiệm của Lopes tương đồng với mô hình của Marti, nhưng cách thí nghiệm đơn giản hơn vì chỉ cần tác dụng lực P tại một góc, ba góc còn lại được ràng buộc các chuyển vị như Hình 2.

Cách xác định góc xoay và độ xoắn: trên Hình 2, d1, d2, d3 và d4 là chuyển vị tương ứng tại bốn góc C1, C2, C3 và C4. Góc xoay, φ, và độ xoắn, κ_{xy}, được tính như sau:

$$\varphi_{13} = \frac{d_1 - d_3}{l}, \varphi_{42} = \frac{d_4 - d_2}{l} \tag{2}$$

$$\kappa_{xy} = \frac{\varphi_{13} - \varphi_{42}}{l} = \frac{d_1 + d_2 - d_3 - d_4}{l^2} = \frac{d}{(L \cdot \cos 45^\circ)^2} \tag{3}$$

Nhược điểm trong mô hình của Lopes: góc xoay của tiết diện và độ xoắn của sàn được biểu diễn theo phương trình vi phân (2) và (3). Phương trình vi phân này được biểu diễn bằng các sai phân, Hình 3, như sau:



Hình 3. Biểu diễn góc xoay của tiết diện bằng sai phân.

Biểu diễn góc xoay từ vi phân sang sai phân

$$\varphi \approx \text{tg}(\varphi) = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \tag{4}$$

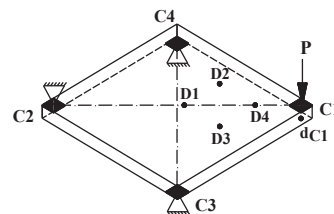
Biểu diễn góc xoay từ vi phân sang sai phân của Lopes

$$\varphi \approx \text{tg}(\varphi) = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_{(L)} - y_{(0)}}{l} = \frac{y_L}{l} \tag{5}$$

Từ phương trình (5), cho thấy biểu diễn sai phân của Lopes sẽ cho sai số lớn, vì đoạn chia quá lớn.

2.3 Mô hình của tác giả

Trên cơ sở phân tích trên đây, mô hình trong nghiên cứu này sẽ dựa trên mô hình được giới thiệu bởi Lopes và có cải tiến vị trí đo chuyển vị để xác định góc xoay và độ xoắn, chuyển vị được đo tại bốn điểm D1, D2, D3, D4 ở mặt trên của sàn như trên Hình 4, thay vì đo tại bốn góc của sàn. Khoảng cách giữa bốn điểm đo là 500 mm theo cả hai phương, với khoảng cách này góc xoay của tiết diện và độ xoắn của sàn được xác định chính xác hơn, vì khoảng cách giữa các điểm đo vừa đủ nhỏ để biểu diễn sai phân, ít sai số hơn, đồng thời vừa đủ lớn để chứa các vết nứt.



Hình 4. Mô hình sàn phẳng BTCT chịu uốn và xoắn của tác giả.

Với mô hình như Hình 4, khi xét theo phương đường chéo C1C2 hoặc C3C4 thì sàn sẽ chịu uốn, khi xét các phương song song với cạnh của sàn thì sàn sẽ chịu xoắn.

3. Mô hình phần tử hữu hạn

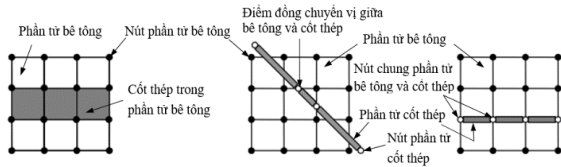
Xây dựng mô hình phần tử hữu hạn (PTHH) cho sàn phẳng BTCT chịu uốn và xoắn như Hình 4 bằng phần mềm ANSYS APDL V.15.0. Sàn có kích thước 2,4 x 2,4 x 0,15 m, cốt thép được bố trí theo cả hai phương song song với cạnh sàn, lưới cốt thép mặt trên và mặt dưới

như nhau. Bê tông cấp độ bền B20, cốt thép có đường kính 10 mm, loại CB300-V. Tại các góc của sàn đặt các tấm thép đệm kích thước 150 x 150 x 10 mm để tránh tập trung ứng suất.

3.1 Mô hình hóa cốt thép trong bê tông

Có ba mô hình khác nhau để mô hình hóa cốt thép trong cấu kiện BTCT bằng mô hình PTHH: mô hình smeared (phân tán), mô hình embedded (nhồi), mô hình discrete (rời rạc) [4], Hình 5.

Trong nghiên cứu này, cần khảo sát ứng suất của bê tông và cốt thép ở mọi giai đoạn làm việc của sàn, nên mô hình “discrete” được chọn để mô phỏng cốt thép đặt trong bê tông. Trong mô hình giả thiết dính bám giữa bê tông và cốt thép là tuyệt đối.



(a) Mô hình smeared (b) Mô hình embedded (c) Mô hình discrete

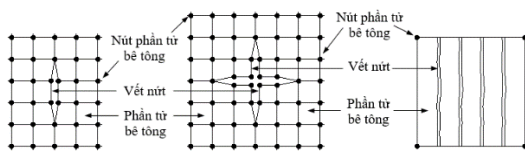
Hình 5. Các mô hình hóa cốt thép trong bê tông.

3.2. Mô hình hóa vết nứt trong bê tông

Có ba mô hình thường được dùng để mô hình hóa vết nứt trong bê tông: mô hình nứt đơn (discrete), mô hình nứt phân tán (smeared) và mô hình nứt gãy (fracture) [5], Hình 6.

Tùy theo mục đích phân tích mà ta lựa chọn mô hình vết nứt phù hợp. Trong phân tích nếu quan tâm đến ứng xử tổng thể của kết cấu, quan hệ ứng xử giữa tải trọng và chuyển vị, mà không quá quan tâm đến hình dạng vết nứt thực và ứng suất cục bộ, thì mô hình vết nứt “smeared” là hợp lý. Ngược lại nếu quan tâm đến các ứng xử cục bộ, khảo sát chi tiết ứng xử mà bê tông có và không có liên kết với cốt thép, thì mô hình vết nứt “discrete” là hợp lý. Còn những bài toán mà trong đó sử dụng lý thuyết là cơ học phá hủy thì mô hình nứt “fracture” là ưu tiên lựa chọn.

Từ các phân tích trên, trong nghiên cứu này dùng mô hình vết nứt “smeared” để mô hình hóa vết nứt trong bê tông.



(a) Mô hình discrete nứt theo một phương (b) Mô hình discrete nứt theo hai phương (c) Mô hình smeared

Hình 6. Mô hình vết nứt trong bê tông.

3.3. Phần tử, chia lưới và điều kiện biên

Phần tử: SOLID65, LINK180 và SOLID185 lần lượt được dùng để mô hình hóa cho bê tông, cốt thép và tấm thép đệm.

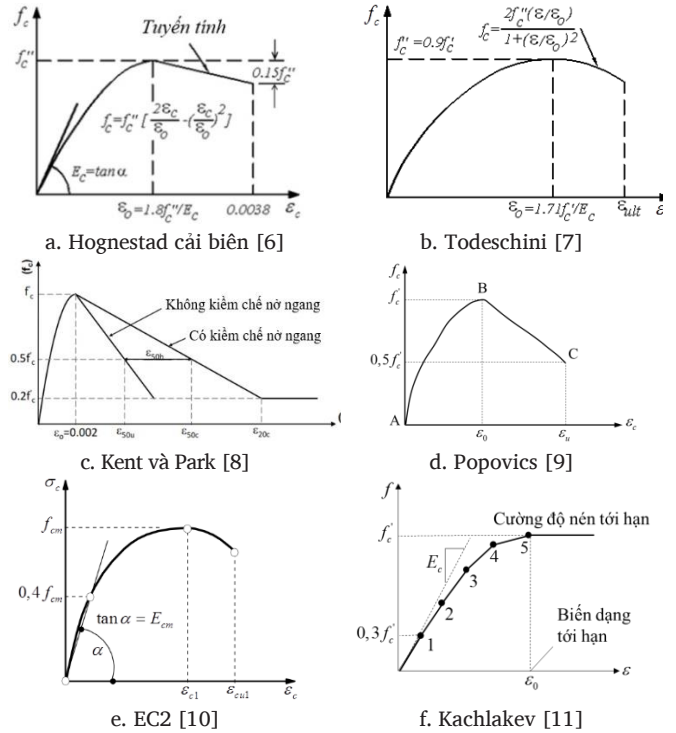
Chia lưới: theo phương chiều dày, sàn được rời rạc thành bốn phần tử, theo hai phương còn lại sàn được rời rạc thành 28 phần tử. Tấm thép đệm, theo phương chiều dày được rời rạc thành hai phần tử, theo hai phương còn lại được rời rạc theo lưới của bê tông.

Điều kiện biên: các liên kết được đặt vào các nút trên tấm thép, tại góc C2 được ngăn cản chuyển vị đi lên, $U_Z = 0$, để ma trận độ cứng không bị suy biến thì các nút trên tấm thép tại góc C3 và C4 được ngăn cản chuyển vị theo ba phương, $U_X = 0, U_Y = 0, U_Z = 0$. Tại góc C1 được tác dụng một lực tập trung P tại tâm của tấm thép, được điều khiển bằng chuyển vị.

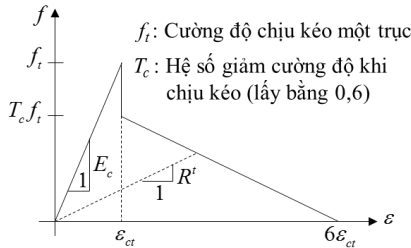
3.4. Mô hình vật liệu

Bê tông:

Có nhiều mô hình biểu diễn đường cong quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông khi nén, sau đây là một số mô hình thường được dùng trong phân tích PTHH.



Hình 7. Một số mô hình quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông khi nén.



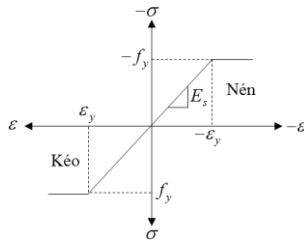
Hình 8. Mô hình quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông khi chịu kéo [13].

Từ sáu mô hình trên, phân tích lựa chọn một mô hình hợp lý dùng cho nghiên cứu này, kết quả được trình bày trong mục 4.

Mô hình quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông khi chịu kéo được định nghĩa trong ANSYS [4], như Hình 8.

Cốt thép:

Mô hình vật liệu cho cốt thép là mô hình đàn dẻo lý tưởng, Hình 9



Hình 9. Mô hình quan hệ ứng suất - biến dạng khi chịu kéo và nén của cốt thép [12].

3.5. Thông số đầu vào cho mô hình

Các thông số của phần tử SOLID65: hệ số truyền lực cắt khi vết nứt mở, $\beta_0 = 0,35$; hệ số truyền lực cắt khi vết nứt đóng, $\beta_c = 0,7$; ứng suất nứt khi kéo, $f_r = 4,6$ MPa; ứng suất nén vỡ, $f'_c = 35$ MPa; hệ số giảm yếu do nứt khi kéo, $k = 0,6$; môđun đàn hồi, $E_c = 30 \cdot 10^3$ MPa; hệ số Poisson, $\nu = 0,2$; Đường cong ($\sigma - \epsilon$).

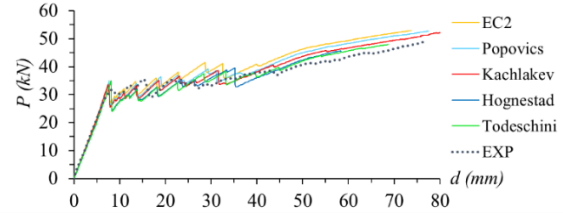
Các thông số của phần tử LINK180: $E_s = 21 \cdot 10^4$ MPa; $f_y = 400$ MPa, $\nu = 0,3$. Phần tử phần tử SOLID185: $E_s = 21 \cdot 10^4$ MPa; $\nu = 0,3$.

4. Kết quả

Kết quả đường quan hệ tải trọng - chuyển vị, ($P-d$), tại góc C1 của sàn với các mô hình vật liệu ở mục 3.4 được so sánh với đường ($P-d$) từ thí nghiệm [13], Hình 10

Từ Hình 10, cho thấy với mô hình quan hệ ứng suất - biến dạng đơn giản hóa của bê tông khi chịu nén của Kachlakev cho kết quả đường ($P-d$) phù hợp với thí nghiệm nhất, theo tiêu chí: chuyển vị tại các điểm D1, D2, D3, D4 và góc C1 gần với thí nghiệm nhất. Do đó luật vật liệu

cho nhánh bê tông chịu nén được lấy theo mô hình của Kachlakev.



Hình 10. So sánh đường ($P-d$) của sàn theo FEM và EXP.

Đường ($P-d$) thể hiện rõ ba giai đoạn làm việc của sàn. Giai đoạn một trước khi bê tông nứt, được thể hiện bằng một đoạn thẳng tuyến tính, giai đoạn hai sau khi bê tông nứt đến lúc cốt thép bắt đầu chảy dẻo, được thể hiện bằng sự thay đổi hướng của đường ($P-d$), giai đoạn ba sau khi cốt thép chảy dẻo cho đến lúc sàn bị phá hoại. Sau khi cốt thép chảy dẻo đường ($P-d$) ít thay đổi hướng, vì cốt thép chảy dẻo lần lượt mà không chảy cùng một lúc.

Xác định độ cứng chống xoắn của sàn tại hai giai đoạn. Giai đoạn I: từ lúc sàn bắt đầu chịu tải trọng tác dụng cho đến thời điểm bê tông bắt đầu nứt, ký hiệu $D_{xy,I}$. Giai đoạn II: từ thời điểm bê tông bắt đầu nứt đến thời điểm cốt thép bắt đầu chảy dẻo, ký hiệu $D_{xy,II}$. Chi tiết cách xác định độ cứng chống xoắn của sàn xem trong [14].

Từ kết quả mô phỏng số ở mục 3, tính được độ cứng chống xoắn của sàn: $D_{xy,I} = 9965$ kNm, $D_{xy,II} = 755$ kNm. Độ cứng chống xoắn của sàn ở giai đoạn II đã giảm hơn 13 lần so với giai đoạn I.

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày một mô hình PTHH cho sàn phẳng bê tông cốt thép chịu uốn và xoắn, với mô hình này đã hạn chế được sai số khi tính góc xoay và độ xoắn thông qua việc lấy chuyển vị tại bốn điểm trên bề mặt của sàn.

Trong mô phỏng số, khi sử dụng mô hình quan hệ ứng suất - biến dạng đơn giản hóa của bê tông khi chịu nén của Kachlakev để phân tích ứng xử của sàn khi chịu uốn và xoắn, mô hình này cho kết quả giá trị tải trọng - chuyển vị xấp xỉ so với một số mô hình khác. Số điểm cần xác định giá trị ứng suất và biến dạng trong mô hình của Kachlakev là năm điểm, ít hơn so với các mô hình khác. Trong phân tích dẻo cho kết cấu bê tông cốt thép bằng phương pháp PTHH sử dụng phần mềm ANSYS, có thể lấy hệ số truyền lực cắt khi vết nứt mở là 0,35 và hệ số truyền lực cắt khi vết nứt đóng là 0,7.

Sau khi bê tông bị nứt độ cứng chống xoắn của sàn giảm rất nhanh, đặc biệt đến thời điểm cốt thép chảy dẻo độ cứng chống xoắn của sàn bằng 1/13 lần so với độ cứng chống xoắn của sàn ở giai đoạn đàn hồi. Tùy vào từng giai đoạn, cần kể đến độ cứng chống xoắn của sàn vào việc phân tích nội lực của sàn.

Tài liệu tham khảo

- [1] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, 2nd edition. New York: McGraw-Hill College, 1959.
- [2] P. Marti, P. Leest and W. U. Khalifa, "Torsion Tests on Reinforced Concrete Slab Elements," *J. Struct. Eng.*, vol. 113, no. 5, pp. 994–1010, May 1987, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1987)113:5(994).
- [3] A. V. Lopes, S. M. R. Lopes and R. N. F. do Carmo, "Stiffness of reinforced concrete slabs subjected to torsion," *Mater. Struct.*, vol. 47, no. 1, pp. 227–238, Jan. 2014, doi: 10.1617/s11527-013-0057-x.
- [4] "Inc Theory reference, Release 15.0." ANSYS, 2013.
- [5] W.-F. Chen, *Plasticity in Reinforced Concrete*. Ft. Lauderdale, FL: J. Ross Publishing, 2007.
- [6] E. Hognestad, *A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members*. Urbana: University of Illinois, 1951.
- [7] C. Todeschini, A. Bianchini and C. Kesler, "Behavior of Concrete Columns Reinforced with High Strength Steels," in *ACI Journal Proceedings*, 1964, vol. 61, pp. 701–716. doi: 10.14359/7803.
- [8] D. C. Kent and R. Park, "Flexural Members with Confined Concrete," *J. Struct. Div.*, vol. 97, no. 7, pp. 1969–1990, 1971.
- [9] S. Popovics, "A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete," *Cem. Concr. Res.*, vol. 3, no. 5, pp. 583–599, Sep. 1973, doi: 10.1016/0008-8846(73)90096-3.
- [10] "Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for building." EN 1992, European Committee for Standardization, Brussels., 2004.
- [11] D. I. Kachlakev, T. H. Miller, T. Potisuk, S. C. Yim and K. Chansawat, "Finite element modeling of reinforced concrete structures strengthened with FRP laminates : final report.," Oregon. Dept. of Transportation. Research Group, FHWA-OR-RD-01-XX, May 2001.
- [12] R. Park and T. Paulay, *Reinforced concrete structures*. New York: Wiley, 1975.
- [13] M. C. T. Nguyen, T. P. Pham and N. V. Luu, "An experimental study on torsional stiffness of reinforced concrete slab," presented at the The 7th International Conference of Asian Concrete Federation, Oct. 2016.
- [14] M. C. T. Nguyen and P. T. Pham, "An investigation on the behaviour and stiffness of reinforced concrete slabs subjected to torsion," *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 164, p. 012017, Jan. 2017, doi: 10.1088/1757-899X/164/1/012017.