

# Phân tích ứng xử động của dầm chữ I thẳng có bản bụng lượn sóng hình thang chịu tải trọng di động

Nguyễn Hồng Ân<sup>1\*</sup>, Tô Bảo Quốc<sup>1</sup>, Đào Minh Tiến<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Trường Đại học Bách Khoa TP.HCM

**TỪ KHOẢ**

Động lực học  
Tải di động  
Bậc tự do warping  
Dầm chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang  
Phần tử hữu hạn

**TÓM TẮT**

Phân tích động lực học là bài toán quan trọng khi phân tích ứng xử của kết cấu. Việc hiểu rõ ứng xử động sẽ là tiền đề để giúp hạn chế chuyển vị có thể xảy ra cho dầm cầu thép khi chịu tải trọng di động của xe cộ và tàu lửa... Trong nghiên cứu này, phần tử dầm I thẳng bản bụng lượn sóng hình thang mặt cắt ngang một trục đối xứng được thành lập dựa trên lý thuyết dầm cong thành mỏng mặt cắt ngang hai trục đối xứng của Kang and Yoo. Mỗi nút phần tử có 7 bậc tự do bao gồm cả một bậc tự do warping. Sử dụng các công thức phần tử hữu hạn, hàm dạng N, ma trận khối lượng tương thích  $M_e$ , ma trận độ cứng đàn hồi phần tử  $K_e$ . Từ đó, ngôn ngữ lập trình Matlab được sử dụng để phân tích động lực học cho dầm I bản bụng lượn sóng hình thang gối tựa đơn chịu tải trọng tập trung di động. Nghiên cứu sẽ được kiểm tra trong trường hợp dầm chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang suy biến thành dầm I phẳng thông thường. Kết quả sẽ được so sánh với các nghiên cứu trước đó.

**KEYWORDS**

Dynamic analysis  
Moving load  
Warping constant  
Trapezoidal web corrugations I-girder  
Finite Element Method

**ABSTRACT**

Dynamic analysis is known as important in performing the behavior analysis of structures. To predict the displacement induced in steel I-girders by cars or trains, a good understanding of the displacement is critical. In this study, the straight steel I-girder element with trapezoidal web corrugations and singly symmetric cross-section is formed on the basis of the Kang and Yoo's thin-walled curved beam with doubly symmetric cross-section theory. Each element node has seven degrees of freedom including warping. The shape function N, the elastic element stiffness matrix  $K_e$  and mass matrix  $M_e$  are also shown by using the Finite Element Method (FEM). Then, a MATLAB code was developed for the dynamic analysis of simply supported steel I-girders with trapezoidal web corrugations due to moving load. The accuracy of proposed equations is also examined in case that steel I-girders with trapezoidal web corrugations degenerate into flat webs I-girders. Its results are then compared with those in previous studie.

**1. Giới thiệu**

Dầm thép chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang đã được sử dụng rộng rãi trong nhiều kết cấu khác nhau, đặc biệt là cầu và kết cấu thép dân dụng từ đầu những năm 1960 ở Châu Âu, Abbas [1]. Lý do mà các dầm thép chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang này được ưa thích trong ứng dụng vì chúng có nhiều ưu điểm: Việc sử dụng dầm I có bản bụng lượn sóng hình thang là một phương pháp tối ưu để đạt được độ cứng ngoài mặt phẳng và khả năng chống cắt; giảm giá thành chế tạo do giảm trọng lượng thép (trọng lượng của dầm thép chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang nhỏ hơn 10,6% so với trọng lượng của dầm chữ I thông thường có cùng kích thước hình học, Chan CL, Khalid YA và cộng sự. [2]). Hiện nay, có rất ít công trình khoa học nghiên cứu về ứng xử động lực học của dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang. Đa phần các nghiên cứu trước đây đều tập trung vào việc phân tích ứng xử tĩnh học của dầm chữ I này.

Hệ số động chuyển vị (DAF) thường được định nghĩa là tỷ lệ giữa chuyển vị động lớn nhất với chuyển vị tĩnh lớn nhất. Việc hiểu

rõ về hệ số động của kết cấu thép sử dụng các dầm thép I có bản bụng lượn sóng hình thang rất quan trọng, bởi vì nó ảnh hưởng trực tiếp đến khả năng chịu lực của dầm. Do đó, hiểu được hệ số động của dầm sẽ là tiền đề cho việc làm tăng khả năng chịu lực cho dầm và cầu thép. Mục tiêu của nghiên cứu này là tìm hiểu về hệ số động chuyển vị của dầm thép chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang gối tựa đơn chịu tải trọng tập trung di động.

**2. Cơ sở lý thuyết**

2.1. Lực nút và chuyển vị nút của phần tử dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang

2.1.1. Đặc trưng mặt cắt ngang của dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang

Ta thấy,  $x_0$  và  $I_{y\omega}$  phụ thuộc vào  $d$ ;  $I_y$  và  $I_\omega$  phụ thuộc vào  $d^2$ . Giá trị  $d$  thay đổi trong khoảng  $d=0$  và  $d=D_{max}$  nên các đại lượng phụ thuộc vào  $d$  ở trên cũng thay đổi. Như vậy, các đại lượng  $x_0$ ,  $I_{y\omega}$ ,  $I_y$  và  $I_\omega$  được tính toán gần đúng như sau [3]:

\*Liên hệ tác giả: anhnguyen@hcmut.edu.vn

Nhận ngày 04/12/2021, sửa xong ngày 24/01/2022, chấp nhận đăng 01/04/2022

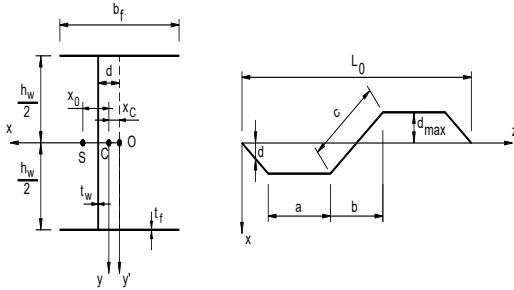
Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.02.2022.263>

$$x_0 = \frac{4t_f b_f d(t_w h_w + 3t_f b_f)_{max}}{(t_w h_w + 2t_f b_f)(t_w h_w + 6t_f b_f)} \quad (1)$$

$$I_{y\omega} = \frac{h_w^2 t_f b_f d(t_w h_w + 3t_f b_f)_{max}}{3(t_w h_w + 2t_f b_f)} \quad (2)$$

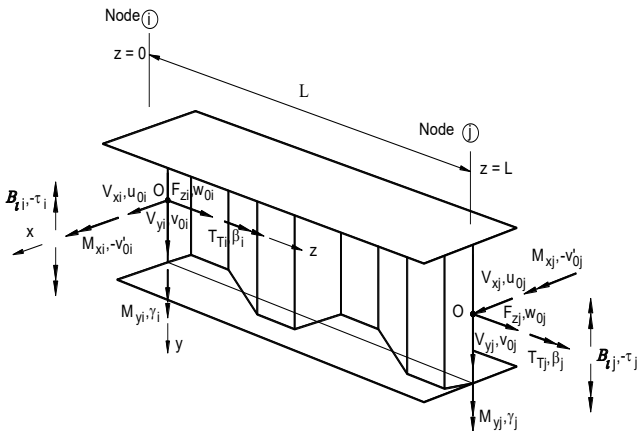
$$I_y = \frac{t_f b_f (2t_f b_f^2 + t_w h_w b_f^2 + 4d_{max}^2 w_w)}{6(t_w h_w + 2t_f b_f)} \quad (3)$$

$$I_{\omega} = \frac{t_f b_f h_w^2}{6} \left[ \frac{2(8t_f b_f + 3t_w h_w)(t_w h_w + 6t_f b_f)}{3(t_w h_w + 2t_f b_f)^2 \frac{b_f^2}{4}} \right] \quad (4)$$



a. Mặt cắt ngang b. Mặt cắt dọc bước lượn sóng  
**Hình 1.** Mặt cắt ngang và mặt cắt dọc một bước lượn sóng của dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang.

2.1.2. Lực nút và chuyển vị nút của dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang



**Hình 2.** Lực nút và chuyển vị nút tương ứng.

Các thành phần chuyển vị  $u, v,$  và  $w$  tương ứng trục  $x, y,$  and  $z$ . Các thành phần nội lực:  $F_z, M_y, M_x, B_i, T_T, V_x, V_y,$  tương ứng lực dọc, moment uốn theo phương  $x,$  moment uốn theo phương  $y,$  bimoment, moment xoắn, lực cắt theo phương  $x,$  lực cắt theo phương  $y$  (Hình 2). Hai thành phần lực cắt  $V_x, V_y$  có mối quan hệ với moment uốn  $M_y, M_x$  theo công thức:

$$V_x = -M_y'; V_y = -M_x' \quad (5)$$

Một nút có 7 nội lực  $F_z, M_y, M_x, B_i, T_T, V_x, V_y$  tương ứng với 7 chuyển vị  $w_0, \gamma, -v_0', -\tau, \beta, u_0, v_0$ . Trong đó,  $w_0, \gamma, u_0$  là chuyển vị trong mặt phẳng; trong khi đó  $-v_0', -\tau, \beta, v_0$  là chuyển vị ngoài mặt phẳng. Hai thành phần chuyển vị này không được phép đi cùng với nhau và được tính toán một cách riêng biệt. Mỗi phần tử

dầm trong Hình 1 được tính toán trong hệ tọa độ Cartesian. Mỗi nút của phần tử có 7 bậc tự do, bao gồm cả bậc tự do warping.

2.2. Công thức phần tử hữu hạn của dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang

Công thức phần tử hữu hạn của dầm chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang được trình bày dựa theo Kang and Yo [4;5]. Trong đó:  $N, K_e, M_e, C$  tương ứng là hàm hình dạng, ma trận độ cứng của phần tử đàn hồi, ma trận khối lượng tương thích và ma trận cân phần tử.

2.2.1. Hàm dạng

$$N = \begin{bmatrix} N_{(1 \times 4)}^u & 0 \\ & N_{(1 \times 2)}^w \\ 0 & N_{(2 \times 8)}^{out} \end{bmatrix} \quad (6-a)$$

$$N^u = [1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \quad 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad L(-\xi^2 + \xi^3)] \quad (6-b)$$

$$N^w = [1 - \xi \quad \xi] \quad (6-c)$$

$$N^{out} = \begin{bmatrix} H_3 & H_1 & 0 & 0 & H_4 & H_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_3 & H_1 & 0 & 0 & H_4 & H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{out1} & N_{out2} \end{bmatrix} \quad (6-d)$$

Với:

$$H_1 = \frac{\alpha_1 L - e^{2\alpha_1 L} + \alpha_1 L e^{2\alpha_1 L} + 1}{H_5} - \frac{e^{\alpha_1 z}(\alpha_1 L - e^{\alpha_1 L} + 1)}{H_5} + \frac{z(e^{\alpha_1 L} - 1)}{H_6} - \frac{e^{\alpha_1 L} e^{(-\alpha_1 z)}(\alpha_1 L e^{\alpha_1 L} - e^{\alpha_1 L} + 1)}{H_5} \quad (6-d1)$$

$$H_2 = -\frac{2\alpha_1 L e^{\alpha_1 L} - e^{2\alpha_1 L} + 1}{H_5} + \frac{e^{\alpha_1 z}(\alpha_1 L e^{\alpha_1 L} - e^{\alpha_1 L} + 1)}{H_5} + \frac{z(e^{\alpha_1 L} - 1)}{H_6} + \frac{e^{\alpha_1 L} e^{(-\alpha_1 z)}(\alpha_1 L e^{\alpha_1 L} - e^{\alpha_1 L} + 1)}{H_5} \quad (6-d2)$$

$$H_3 = \frac{\alpha_1 L - e^{\alpha_1 L} + \alpha_1 L e^{\alpha_1 L} + 1}{H_6} + \frac{e^{\alpha_1 z}}{H_6} - \frac{e^{\alpha_1 L} e^{(-\alpha_1 z)}}{H_6} - \frac{z(\alpha_1 + \alpha_1 e^{\alpha_1 L})}{H_6} \quad (6-d3)$$

$$H_4 = -H_3 + \frac{\alpha_1 L - 2e^{\alpha_1 L} + \alpha_1 L e^{\alpha_1 L} + 2}{H_6} \quad (6-d4)$$

$$H_5 = 2\alpha_1 - 4\alpha_1 e^{\alpha_1 L} + 2\alpha_1 e^{2\alpha_1 L} + \alpha_1^2 L - \alpha_1^2 L e^{2\alpha_1 L} \quad (6-d5)$$

$$H_6 = \alpha_1 L - 2e^{\alpha_1 L} + \alpha_1 L e^{\alpha_1 L} + 2 \quad (6-d6)$$

$$\xi = z/L \quad (6-d7)$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{EI_x GK_T}{EI_x EI_{\omega} - (EI_{y\omega})^2}} \quad (6-d8)$$

2.2.2. Ma trận độ cứng đàn hồi phần tử dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang

$$K_e = \begin{bmatrix} K_{e(4 \times 4)}^u & 0 \\ & K_{e(2 \times 2)}^w \\ 0 & K_{e(8 \times 8)}^{out} \end{bmatrix} \quad (7-a)$$

$$K_{eij}^u = EI_y \int_L N_{ui}'' N_{uj}'' dz \quad ij = 1,2,3,4 \quad (7-b)$$

$$K_{eij}^w = EA \int_L N_{wi}' N_{wj}' dz \quad ij = 5,6 \quad (7-c)$$

$$K_{eij}^{out} = EI_x \int_L N_{out1i}'' N_{out1j}'' dz + EI_{y\omega} \int_L (N_{out1i}'' N_{out2j}'' + N_{out1j}'' N_{out2i}'') dz + EI_{\omega} \int_L N_{out2i}'' N_{out2j}'' dz + GK_T \int_L N_{out2i}' N_{out2j}' dz; \quad ij = 7,8.14 \quad (7-d)$$

2.2.3. Ma trận khối lượng tương thích phần tử dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang

$$M_e = \begin{bmatrix} M_{e(4 \times 4)}^u & & 0 \\ & M_{e(2 \times 2)}^w & \\ 0 & & M_{e(8 \times 8)}^{out} \end{bmatrix} \quad (8-a)$$

$$M_{eij}^u = \rho A \int_L N_{ui} N_{uj} dz + \rho I_y \int_L N'_{ui} N'_{uj} dz \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (8-b)$$

$$M_{eij}^w = \rho A \int_L N_{wi} N_{wj} dz \quad i, j = 5, 6 \quad (8-c)$$

$$M_{eij}^{out} = \rho A \int_L \left[ N_{out1i} N_{out1j} - x_0 (N_{out1i} N_{out2j} + N_{out1j} N_{out2i}) + x_0^2 N_{out2i} N_{out2j} \right] dz + \rho I_x \int_L (N_{out2i} N_{out2j} + N'_{out1i} N'_{out1j}) dz + \rho I_y \int_L (N'_{out1i} N'_{out2j} + N'_{out1j} N'_{out2i}) dz + \rho I_\omega \int_L N'_{out2i} N'_{out2j} dz \quad i, j = 7, 8, \dots, 14 \quad (8-d)$$

2.2.4. Ma trận cân tổng thể

Ma trận cân tổng thể của dầm được tính toán từ lý thuyết Rayleigh [6]:

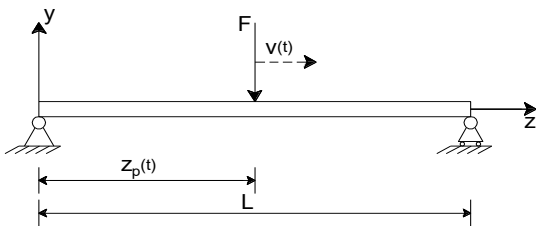
$$C = a \times M(t) + b \times K(t) \quad (8)$$

$$\text{Với: } a = \frac{2\omega_1\omega_2(\psi_1\omega_2 - \psi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad (9)$$

$$b = \frac{2(\psi_2\omega_2 - \psi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (10)$$

Hệ số a, b thay đổi theo thời gian và phụ thuộc vào sự thay đổi của tần số tự nhiên  $\omega_1, \omega_2$  của dầm tại mỗi bước thời gian.

2.3. Mô hình dầm tựa đơn chịu tải trọng di động



Hình 3. Dầm tựa đơn có tải trọng di động với vận tốc v(t).

Dầm được rời rạc từng phần tử và phần tử dầm thứ s mang tải trọng F di động với vận tốc v(t) tại thời điểm t. Mỗi nút của phần tử s có 4 lực nút và 4 chuyển vị. Vị trí của tải di động trong tọa độ tổng thể  $z_p(t)$ . Dầm có n phần tử và (n + 1) nút. Giá trị tức thời  $z_m(t)$  và s được xác định như sau [7]:

$$z_m(t) = z_p(t) - (s - 1)L; \quad (11)$$

$$s \text{ lấy phần nguyên } (z_p(t)/L) + 1, s = (1 \div n) \quad (12)$$

2.4. Phương trình chuyển động cân bằng của toàn hệ

Theo phương pháp phần tử hữu hạn, phương trình cân bằng chuyển động của dầm nhiều bậc tự do, có cân được viết dưới dạng ma trận sau:

$$M(t)\ddot{z}(t) + C(t)\dot{z}(t) + K(t)z(t) = F(t) \quad (13)$$

$M(t), C(t), K(t)$  tương ứng với ma trận khối lượng, cản, độ cứng tổng thể tức thời của hệ;

$\ddot{z}(t), \dot{z}(t), z(t)$  tương ứng với vectơ gia tốc, vectơ vận tốc, vectơ chuyển vị;

$F(t)$  tương ứng vectơ ngoại lực tổng thể tức thời của hệ tại thời điểm t.

Vectơ lực tổng thể tức thời của kết cấu cũng phụ thuộc vào thời gian, các phần tử của vectơ lực tổng thể bằng 0 ngoại trừ lực nút của phần tử dầm thứ s đang mang tải tập trung di động.

$$F(t) = [0 \dots f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6 \ f_7 \ f_8 \dots 0]^T \quad (14)$$

$$f_{si} = g \times F \times N_i; (i = 1 \div 8) \quad (15)$$

Trong đó: g là gia tốc trọng trường;  $N_i (i = 1 \div 8)$  là hàm hình dạng tương tự như các công thức (6-d).

Phương trình vi phân chuyển động của hệ được giải bằng phương pháp Newmark sử dụng ngôn ngữ lập trình Matlab.

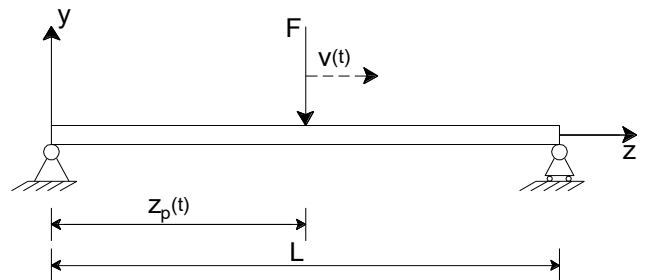
Phương pháp tích phân Newmark dựa trên cơ sở giả thiết rằng gia tốc tuyến tính giữa hai khoảng thời gian không đổi.

3. Ví dụ khảo sát

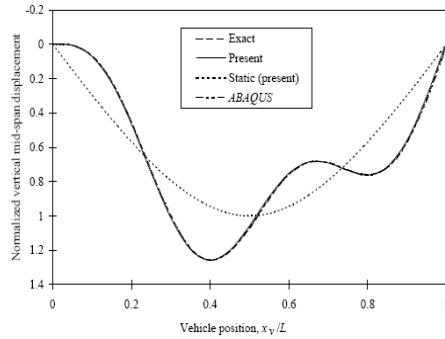
3.1. Kiểm chứng chương trình tính

Trong nghiên cứu này, bài báo tiến hành khảo sát một ví dụ số nhằm kiểm chứng độ tin cậy của chương trình được viết bằng ngôn ngữ lập trình Matlab, kết quả sẽ được so sánh với kết quả của tác giả khác được công bố.

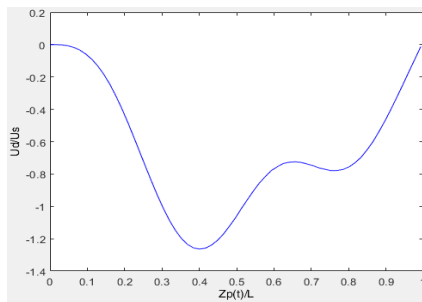
Bài toàn kiểm chứng được thực hiện với dầm thẳng tựa đơn với các thông số bài toán theo Raid Karoumi [8]: Lực tập trung  $F = 347000\text{N}$ , di chuyển với vận tốc  $v = 68,1\text{m/s}$ , chiều dài dầm  $L = 34\text{m}$ ; có độ cứng  $EI = 9,92 \times 10^{10}\text{N.m}^2$ , chiều cao hình thang  $D_{\max} = 0$ ; dầm được chia thành 30 phần tử, chọn bước thời gian  $\Delta t = 0,005\text{s}$  (Hình 4). Kết quả sẽ được so sánh với kết quả trước đó khi dầm I có bản bụng lượn sóng hình thang suy biến thành dầm I thẳng thông thường ( $D_{\max} = 0$ ).



Hình 4. Sơ đồ chịu lực của dầm.



**Hình 5.** Kết quả hệ số động chuyển vị tại giữa nhịp của Raid Karoumi [8].



**Hình 6.** Kết quả hệ số động chuyển vị tại giữa nhịp của nghiên cứu.

**Nhận xét:** Kết quả hệ số động chuyển vị của dầm tại điểm tương tác được thể hiện trong Hình 5 và Hình 6 của nghiên cứu trong trường hợp vận tốc không đổi thì khá trùng khớp với kết quả của Raid Karoumi [8]. Sai số giữa hai kết quả là rất nhỏ, chênh lệch giá trị hệ số động chuyển vị lớn nhất của dầm  $U_d/U_s$  là 0,55%. Do đó, có thể kết luận rằng phương pháp của bài báo và chương trình Matlab có độ tin cậy cao có thể sử dụng để giải các bài toán của của nghiên cứu này.

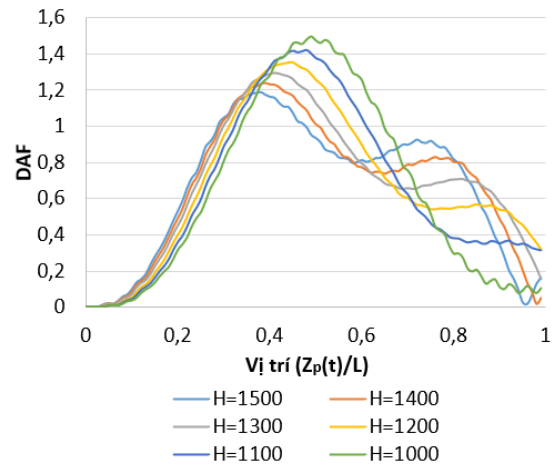
3.2. Bài toán khảo sát

Khảo sát thêm một số bài toán khác nhằm phân tích rõ hơn ảnh hưởng của tải di động lên dao động của dầm tựa đơn với các thông số tải trọng: Lực tập trung  $F=347kN$ ,  $v=68,1m/s$ ,  $E=2,0 \times 10^{11} N/m^2$  dầm được chia thành 30 phần tử, phương pháp Newmark được dùng để phân tích bài toán dao động của dầm, chọn hai hệ số tích phân Newmark  $\alpha=1/2$ ,  $\beta=1/4$ , chọn bước thời gian  $\Delta t=0.005s$ . Để tiếp tục quá trình nghiên cứu, ta chia bài toán thành 3 trường hợp khảo sát:

3.2.1. Khảo sát ảnh hưởng của chiều cao dầm

**Bảng 1.** Thay đổi theo chiều cao dầm.

Dmax (m)	Chiều cao dầm H (m)					
0,02	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0



**Hình 7.** Biểu đồ biến thiên DAF theo chiều cao dầm H.

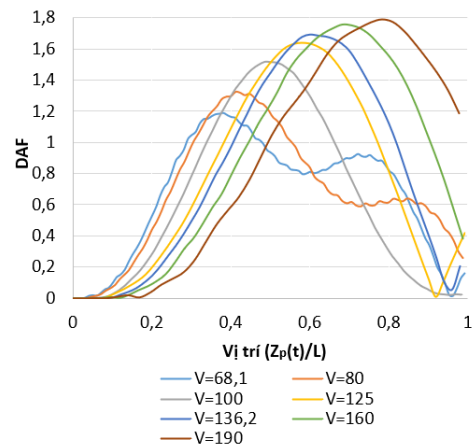
**Nhận xét:** Từ đồ thị Hình 7 ta nhận thấy khi giảm chiều cao dầm thì hệ số động chuyển vị càng tăng và vị trí cực đại có xu hướng dịch chuyển về phía bên phải, cùng chiều với chiều chuyển động. Giá trị cực đại không nằm tại chính giữa dầm mà nằm lân cận gần đó vì do ảnh hưởng hiệu ứng của bài toán động, trong trường hợp này cụ thể là ảnh hưởng của vận tốc chuyển động. Hệ số động chuyển vị lớn nhất tỉ lệ nghịch với chiều cao dầm.

Khi chiều cao tăng gấp đôi từ 750mm ÷ 1500mm, hệ số động chuyển vị giảm  $(1,619-1,188)/1,188=36,3\%$ .

3.2.2. Khảo sát ảnh hưởng của vận tốc di động

**Bảng 2.** Thay đổi vận tốc tải di động.

Vận tốc v(m/s)						
68,1	80	100	125	136,2	160	190



**Hình 8.** Biểu đồ biến thiên DAF theo vận tốc tải di động.

**Nhận xét:** Theo đồ thị Hình 8 khi vận tốc thay đổi từ 68,1 m/s đến 190 m/s, ta nhận thấy khi vận tốc càng tăng thì hệ số động

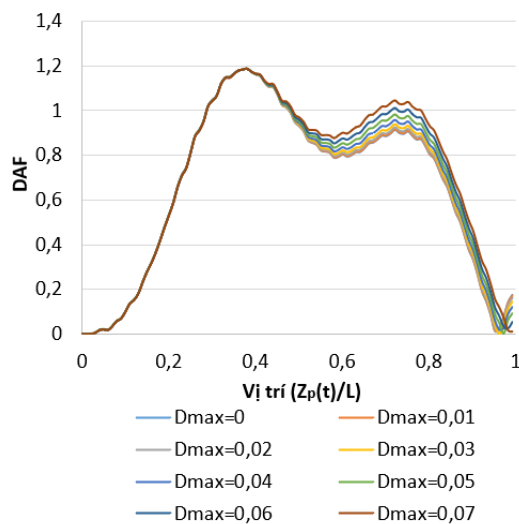
chuyển vị cũng càng tăng và vị trí cực đại có xu hướng dịch chuyển về phía bên phải, cùng chiều với chiều chuyển động. Hệ số động chuyển vị lớn nhất quan hệ tỉ lệ thuận với vận tốc tải di động trong vùng vận tốc nghiên cứu trong bài.

Khi vận tốc tăng gấp đôi từ 68,1m/s đến 136,2m/s thì hệ số động chuyển vị tăng  $(1,690 - 1,188)/1,188 = 42,3 \%$ .

### 3.2.3. Khảo sát ảnh hưởng của chiều cao bước lượn sóng

**Bảng 3.** Thay đổi chiều cao bước lượn sóng Dmax.

Chiều cao lượn sóng Dmax (m)							
0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07



**Hình 9.** Biểu đồ biến thiên DAF theo chiều cao lượn sóng.

**Nhận xét:** Theo đồ thị Hình 9, với cùng một loại tiết diện với các giá trị Dmax khác nhau, ta nhận thấy khi chiều cao bước lượn sóng Dmax càng tăng thì hệ số động chuyển vị của dầm càng giảm.

Hệ số động chuyển vị lớn nhất quan hệ tỉ lệ nghịch với Dmax.

## 4. Kết luận

Bài báo đã trình bày các cơ sở lý thuyết về phần tử dầm chữ I có bản bụng lượn sóng hình thang. Phần tử này đảm bảo độ tin cậy, độ chính xác và chứng tỏ sự hợp lý trong việc xác định ứng xử động lực học của dầm chữ I bản bụng lượn sóng hình thang dưới tác dụng của tải trọng di động.

Một loạt các bài toán khảo sát về sự thay đổi của chiều cao dầm, vận tốc tải di động và chiều cao lượn sóng cũng được thực hiện để rút ra các kết luận:

+ Chiều cao dầm tỷ lệ nghịch với hệ số động chuyển vị (DAF). Hệ số động chuyển vị (DAF) tỉ lệ thuận với vận tốc tải di động trong vùng vận tốc được nghiên cứu trong bài.

+ Chiều cao bước lượn sóng Dmax càng tăng thì hệ số động chuyển vị càng giảm.

+ Các giá trị lớn nhất của chuyển vị không nằm ở giữa dầm, mà ở một vị trí gần đó. Chuyển vị lớn nhất có xu hướng di chuyển sang phải cùng hướng chuyển động.

## Tài liệu tham khảo

- [1]. Abbas HH, *Analysis and design of corrugated web I-girders for bridges using high performance steel*, Ph.D. dissertation, Lehigh University, Bethlehem, Pa, 2003.
- [2]. Chan CL, Khalid YA, Sahari BB, Hamouda AMS, *Finite element analysis of corrugated web beams under bending*, J Constr Steel Res 2002;58(1):1391–406.
- [3]. Ngoc Duong Nguyen, Sung Nam Kim, Seung-Ryong Han, Young-Jong Kang, *Elastic lateral-torsional buckling strength of I-girder with trapezoidal web corrugations using a new warping constant under uniform moment*, Engineering Structures 32 (2010) 2157–2165.
- [4]. Kang YJ, Yoo CH. *Thin-walled curved beams. I: formulation of nonlinear equations*. J Eng Mech Div 1994; 120(EM10):2072–101.
- [5]. Kang YJ, Yoo CH. *Thin-walled curved beams. II: analytical solutions for buckling of arches*. J Eng Mech Div 1994; 120(EM10):2102–25.
- [6]. Jia-Jang Wu, *Dynamic analysis of an inclined beam due to moving loads*, Journal of Sound and Vibration, vol. 288, 2005, pp 107-131.
- [7]. Ismail Esen, *Dynamic response of beam due to an accelerating moving mass using moving finite element approximation*, Mathematical and Computational Applications, vol. 16, no. 1, pp 171-182.
- [8]. Raid Karoumi, *Response of cable-stayed and suspension bridges to moving vehicles analysis methods and practical modeling techniques*, Doctoral thesis, Department of structural engineering Royal Institute of Technology, 1999.
- [9]. Ngoc Duong Nguyen, Seung-Ryong Han, Gyu-Sei Lee, Young-Jong Kang, *Moment modification factor of I-girder with trapezoidal-web-corrugations considering concentrated load height effects*, Journal of Constructional Steel Research 67 (2011) 1773–1787.
- [10]. Ngoc Duong Nguyen, Seung-Ryong Han, Jung-Hun Kim, Sung-Nam Kim, Young-Jong Kang, *Moment modification factors of I-girder with trapezoidal web corrugations under moment gradient*, Thin-Walled Structures 57 (2012) 1–12.
- [11]. Jongwon Yi, Heungbae Gil, Kwangsoo Youm, Hakeun Lee, *Interactive shear buckling behavior of trapezoidally corrugated steel webs*, Engineering Structures 30 (2008) 1659–1666.
- [12]. Lindner J, *Lateral torsional buckling of beams with trapezoidally corrugated webs*, Stab Steel Struct Bp Hungary 1990:305–10.
- [13]. Junping Pu, Peng Liu, *Numerical Calculation of Dynamic Response for Multi-Span Non-Uniform Beam Subjected to Moving Mass with Friction*, Engineering, 2010, 2, 367-377.
- [14]. C. M. Harris and A. G. Piersol, *Harris' Shock and Vibration Handbook*, McGraw-Hill, 2002.
- [15]. Zhuchao Ye, Huaihai Chen, *Vibration analysis of simply supported beam under moving mass based on moving finite element method*, Springer, 2009, 4(4):394-400.
- [16]. Young W. Hwon - Hyochoong Bang. *The finite element method using Matlab*. Second editor. CRC Press, 2000.