

## Nghiên cứu mô hình phi tuyến tương tác cọc – đất trong bài toán cọc chịu tải trọng ngang

**Nguyễn Ngọc Thắng<sup>1\*</sup>, Thịnh Văn Thanh<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Bộ môn Xây dựng dân dụng và công nghiệp, Khoa Công trình, Trường Đại học Thủy lợi

<sup>2</sup> Khoa Công trình, Trường Sĩ Quan Công Binh

**TỪ KHOÁ**

Tương tác cọc- đất  
Đường cong p-y  
Tải trọng ngang  
Mô hình phi tuyến

**TÓM TẮT**

Trong phân tích kết cấu bên trên và móng cọc làm việc đồng thời, khái niệm “đường cong p-y” ngày càng được ứng dụng rộng rãi để mô phỏng tương tác kết cấu cọc và đất nền. Mô hình tính thiết lập theo phương pháp này quan niệm đất không phải là vật liệu đàn hồi tuyến tính, quan hệ giữa phản lực của đất lên thành cọc và chuyển vị cọc là quan hệ phi tuyến; phụ thuộc vào các thông số của đất nền, cọc và tải trọng tác dụng lên cọc. Trong bài báo này, tác giả trình bày phân tích bài toán cọc chịu tải trọng ngang dựa trên cơ sở lý thuyết “đường cong p-y” để mô phỏng tương tác cọc- đất; trong đó phần tử cọc được mô hình như một dầm liên tục đặt trên nền đàn hồi.

**KEYWORDS**

Pile-soil interaction  
P-y curves  
Lateral load  
Nonlinear modeling

**ABSTRACT**

The concepts of “p-y curves” to simulate pile-soil interaction has increasingly been applied to structural problems that consider superstructure and pile foundation working simultaneously. The model established by this method assumes that the soil is nonlinear elastic material, the relationship between the reaction of soil and the pile displacement is nonlinear; it depends on the parameters of the soil, piles and load acting on the pile. In this paper, the author presents an analysis of the pile foundations under lateral loading based on the “p-y curves” theory to simulate nonlinear pile-soil interaction; in which the pile element is modeled as a continuous beam placed on elastic base.

**1. Giới thiệu**

Tính toán cọc đơn chịu tải trọng ngang đã được nhiều tác giả nghiên cứu [1, 2, 3, 4, 5], và được chia thành hai phương pháp phổ biến, đó là 1) Tính toán khả năng chịu tải ngang cực hạn dựa trên áp lực đất và 2) Tính toán theo chuyển vị cho phép dựa trên phân tích mô hình nền có kể đến tương tác giữa cọc và đất. Với phương pháp tính toán thứ hai, dựa trên mô hình nền tương tác, cọc được phân tích như kết cấu dầm trên nền đàn hồi, cụ thể là mô hình nền Winkler; ở đó tương tác giữa cọc và đất (gọi tắt là tương tác cọc - đất) được mô phỏng bằng các gối tựa lò xo hai chiều chịu kéo và nén. Đây là phương pháp cơ học kết cấu cổ điển, lý thuyết tính toán tương minh. Tuy nhiên độ phức tạp của bài toán cũng như mức độ chính xác của kết quả tính phụ thuộc vào việc mô hình gối lò xo tương ứng. Mô hình vật liệu của lò xo về bản chất là đường quan hệ giữa tải trọng (p) và chuyển vị ngang (y), trong lý thuyết tính gọi đó là mô hình đường cong p - y. Hiện nay có nhiều mô hình đường cong p-y đã được đề xuất cho tương ứng các điều kiện đất nền và tải trọng khác nhau, như mô hình McClelland và Focht (1958), MatLock (1970), Lymon C. Reese (1974) và một số tác giả khác [6, 7, 8, 9]. Phần lớn những mô hình này đã được kiểm chứng qua thí nghiệm hiện trường và đưa vào nhiều tiêu chuẩn, quy phạm chỉ dẫn thiết kế. Việc thiết lập mô hình tương tác cọc- đất

chi tiết với độ chính xác cao thực hiện được nhờ sự trợ giúp của một số phần mềm tính toán mạnh như PLAXIS, ABAQUS, FLAC, ... trên nền tảng của phương pháp phần tử hữu hạn. Tuy vậy mô phỏng môi trường đất phi tuyến với điều kiện biên vô hạn là khá phức tạp, phần nào cũng đã hạn chế việc ứng dụng rộng rãi các mô hình đất nền này.

Trong bài báo này, tác giả giới thiệu hai mô hình đơn giản của Matlock [10] và Reese [11] được thiết lập sẵn để mô phỏng đường cong p-y cho tương ứng nền đất sét pha cát chịu tải trọng tĩnh, ngắn hạn. Ứng dụng phương trình số của các mô hình này được thể hiện bằng bài toán cọc chịu tải ngang sử dụng phần mềm Sap2000 để phân tích quan hệ phi tuyến cọc - đất cho tương ứng ở một điều kiện địa chất nhất định. Trên cơ sở kết quả tính toán thu được, tác giả đưa ra một số nhận xét, kiến nghị về điều kiện áp dụng mô hình tính trong thực hành thiết kế móng cọc sâu.

**2. Đường cong p-y và tương tác cọc - đất**

Tương tác cọc – đất được mô phỏng bằng các gối tựa mà ở đó sự làm việc của đất xung quanh cọc sẽ thay thế bằng các gối lò xo tại điểm giữa mỗi đoạn cọc trong đất, hệ số đàn hồi k của lò xo thay đổi phi tuyến theo quy luật của đường cong p - y tại mỗi độ sâu tương ứng. Đường cong p - y được xem là quy luật ứng xử của đất tại độ sâu đang

\*Liên hệ tác giả: nnthang@tlu.edu.vn

Nhận ngày 07/11/2022, giải trình ngày 02/12/2022, chấp nhận đăng 18/12/2022

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.06.2022.465>

xét. Quy luật này tại mỗi vị trí là độc lập, không phụ thuộc vào ứng xử tại các vị trí khác. Dưới đây là hai mô hình đường cong p-y cho tương ứng nền đất sét pha do Matlock (1970) và Reese (1974) đề xuất.

2.1. Đường cong p-y của đất sét mềm cổ kết thường chịu tải trọng tĩnh, ngắn hạn

Từ thí nghiệm nén tĩnh ngang cọc trong đất sét mềm, Matlock [10] đề xuất xây dựng đường cong p-y của đất sét mềm cổ kết thường theo quan hệ (1):

$$\frac{P}{P_u} = 0,5 \left( \frac{y}{y_{50}} \right)^3 \tag{1}$$

Trong đó: P, P<sub>u</sub> là phản lực và sức kháng cực hạn của đất lên một đơn vị chiều dài cọc đang xét. Giá trị P<sub>u</sub> được lấy theo (2):

$$P_u = N_p P_b \tag{2}$$

Với: P<sub>b</sub> là hệ số áp lực đất, hệ số này phụ thuộc vào góc nghiêng β giữa phương ngang và mặt đất, độ lớn P<sub>b</sub> xác định theo (3); (4) hoặc (5):

$$P_b = \left( \frac{1}{(1 + \tan(\beta))} \right) \text{ với } \beta > 0 \tag{3}$$

$$P_b = \left( \frac{\cos(\beta)}{\left( \sqrt{2} \cos\left( \frac{\pi}{4} + \beta \right) \right)} \right) \text{ với } \beta < 0 \tag{4}$$

$$P_b = 1 \text{ với } \beta = 0 \tag{5}$$

N<sub>p</sub> là lấy giá trị lớn hơn trong hai giá trị trong công thức (6) và (7):

$$N_p = 9C_u B \tag{6}$$

$$N_p = 3C_u B + \gamma' Z B + JZC_u \tag{7}$$

Với: C<sub>u</sub>: Sức kháng cắt không thoát nước.

B: Đường kính (với cọc tiết diện tròn) hoặc cạnh cọc (với cọc tiết diện vuông).

γ': Khối lượng đơn vị có hiệu trung bình của các lớp đất tính từ bề mặt đến vị trí đang xét.

Z: Độ sâu đoạn cọc đang xét

J: Thông số không thứ nguyên, phụ thuộc loại đất: J = 0,5 với sét pha yếu, J = 0,25 với sét dẻo cứng và nửa cứng.

Trong công thức (1), y là chuyển vị ngang, y<sub>c</sub>: chuyển vị ngang của cọc khi P = 1/2 sức kháng cực hạn của đất, y<sub>c</sub> = y<sub>50</sub> tính theo (8):

$$y_{50} = 2,5B\varepsilon_{50} \tag{8}$$

Với ε<sub>50</sub> là biến dạng của đất trong thí nghiệm nén 3 trục khi ứng suất bằng 50 % ứng suất phá hoại.

2.2. Đường cong p-y của đất sét pha cát, chịu tải tĩnh ngắn hạn

Để xây dựng đường cong p-y đặc trưng cho đất sét pha cát, Reese và Grubbs [12, 13] tiến hành thí nghiệm cho loại đất sét pha với nội ma sát φ, lực dính C<sub>u</sub>, khối lượng đơn vị γ.

Tại các độ sâu cọc trong đất khác nhau, lần lượt tính các đại lượng:

$$a = \frac{\varphi}{2}, \quad b = 45 + \frac{\varphi}{2}, \quad K_0 = 0,4, \quad K_\alpha = \tan^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \tag{9}$$

$$S_0 = \gamma Z, \quad S_1 = \frac{K_0 Z \tan(\varphi) \sin(b)}{\tan(b - \varphi) \cos(a)} \tag{10}$$

$$S_2 = \frac{\tan(b)}{\tan(b - \varphi)} (B + Z \tan(b) \tan(a)) \tag{11}$$

$$S_3 = K_0 Z \tan(b) [\tan(\varphi) \sin(b) - \tan(a)] \tag{12}$$

$$S_4 = K_\alpha B \tag{13}$$

$$S_5 = K_\alpha B \gamma Z (\tan^8(b) - 1) \tag{14}$$

$$S_6 = K_0 B \gamma Z \tan^4(b) \tag{15}$$

Trong đó B là đường kính cọc (với cọc tiết diện tròn) hay cạnh cọc (với cọc tiết diện vuông).

Phản lực tới hạn trên đơn vị chiều dài cọc P<sub>ult</sub> xác định theo (16):

$$P_{ult} = A_s P_{ult\varphi} + P_{ultc} \tag{16}$$

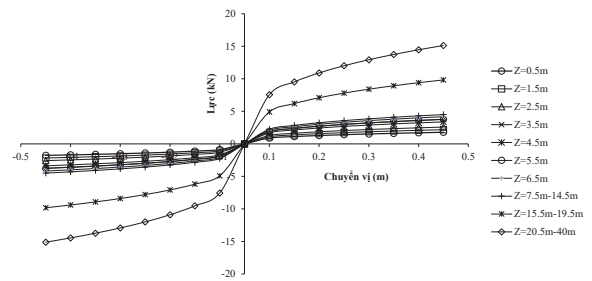
Trong đó: thành phần lực ma sát P<sub>ultφ</sub> được lấy theo giá trị nhỏ hơn trong hai đại lượng (17) và (18):

$$P_{st} = S_0 (S_1 + S_2 + S_3 - S_4) \tag{17}$$

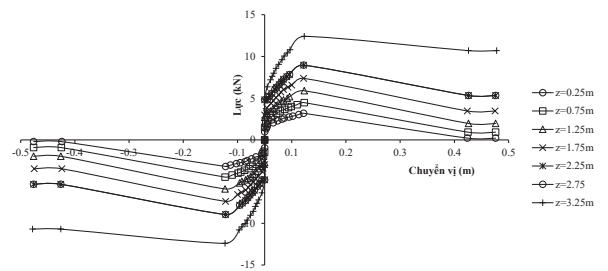
$$P_{sd} = S_5 + S_6 \tag{18}$$

Trong công thức (16) trên thành phần lực dính P<sub>ultc</sub> được lấy theo công thức (2), hệ số A<sub>s</sub> được lấy theo kết quả thực nghiệm, lập thành bảng tra với các tham chiếu.

3. Tính toán đường cong p-y cho các trường hợp nền đất



Hình 1. Đường cong p-y cho đất sét mềm theo mô hình Matlock.



Hình 2. Đường cong p-y cho đất sét pha cát mô hình Reese.

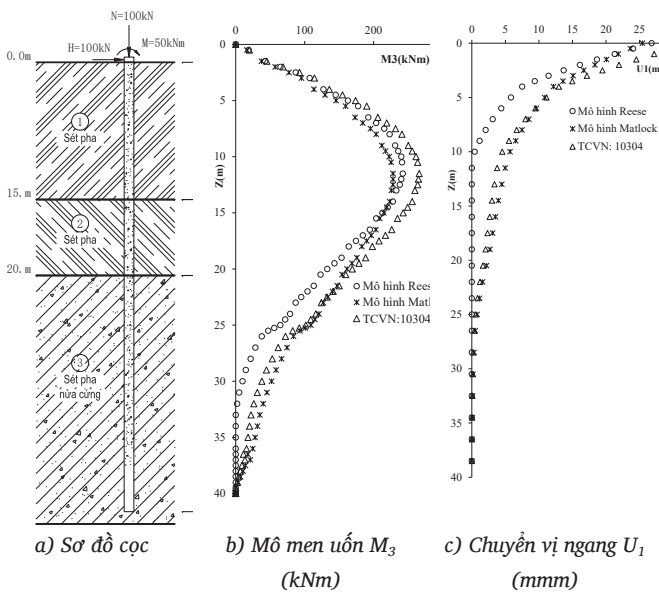
Phân tích bài toán cọc đơn chịu tải trọng ngang trong nền đất sét pha cổ kết thường với các thông số chính sau: 1) Cọc ống thép tròn có đường kính ngoài B = 500 mm, bề dày t = 12 mm, chiều dài cọc trong đất L = 40 m, momen quán tính I = 3,15 x 10<sup>-4</sup>m<sup>4</sup>, mô đun đàn hồi E = 2x10<sup>5</sup> MPa; 2) Đất sét pha cấu tạo gồm 3 lớp, trong đó lớp 1- Sét pha cát trạng thái dẻo, dày 15 m, φ = 15°, C<sub>u</sub> = 15 kPa, lớp 2- Sét pha

trạng thái nửa cứng, dày 5 m,  $\phi = 21^\circ$ ,  $C_u = 15$  kPa và lớp 3- Đất sét trạng thái cứng, sức chống cắt không thoát nước  $C_u = 40$  kPa. 3) Tải trọng tác dụng lên đầu cọc: Lực thẳng đứng  $N = 100$  kN, lực ngang  $H = 100$  kN, mô men  $M = 50$  kNm. Sơ đồ cọc và tải trọng tác dụng lên cọc thể hiện trên hình 3a.

Giả thiết đất nền được chia nhỏ thành nhiều lớp, chiều dày mỗi lớp là 0,5 m cho các lớp đất trong phạm vi từ mặt đất xuống tới độ sâu 10 m và tương ứng là 1 m đối với những độ sâu trên 10 m. Dựa vào các thông số đã cho ta lần lượt tính toán các giá trị đưa vào tham số đường cong p-y theo hai mô hình lý thuyết của Matlock và Reese ở phần 2 bằng các công cụ toán học cơ bản. Kết quả của đường cong p-y đặc trưng cho đất sét pha có kết thường tại một số các độ sâu khác nhau tương ứng với từng mô hình được minh họa trong hình 1 và 2 dưới đây. Các thông số đường cong p-y được khai báo cho phần tử Support trong sơ đồ tính mô phỏng bởi Sap2000 để tính toán nội lực và chuyển vị ngang của cọc theo các điều kiện cụ thể của bài toán nêu trên.

**4. Kết quả tính toán và nhận xét**

Biểu đồ mômen uốn ( $M_3$ ) và chuyển vị ngang ( $U_1$ ) của cọc tính toán theo hai mô hình đường cong p-y được thể hiện trong hình 3. Kết quả tính cho thấy mô men uốn đạt giá trị cực đại khá gần vị trí đầu cọc, cụ thể trong bài toán này khoảng cách đó xấp xỉ một phần tư chiều dài cọc trong đất. Biểu đồ mô men hình 3b phản ánh rõ phần đất nhận tải trọng ngang chủ yếu là lớp đất trên mặt, điều này phù hợp với kết quả thí nghiệm đã được trình bày trong [18].



**Hình 3.** Sơ đồ cọc trong đất và kết quả tính toán cọc chịu tải trọng ngang.

Hình 3b và 3c cũng cho thấy, việc sử dụng đường cong p-y để mô phỏng tương tác giữa cọc và nền đất theo các mô hình thực nghiệm của Reese và Matlock cho ra kết quả tính khá tương đồng nhau cả về

mô men và chuyển vị ngang của cọc. Mô men uốn trong cọc là tương đương nhau cho cả hai mô hình trong phạm vi từ 0 – 12 m từ mặt đất, phạm vi từ 12 m đến hết chiều dài cọc kết quả mô men uốn là lớn hơn khi tính với mô hình Matlock. Với chuyển vị ngang của cọc, theo cả hai mô hình tính tuy xấp xỉ nhau về giá trị cực đại tại đầu cọc nhưng tính theo mô hình Matlock giá trị chuyển vị ngang phân bố dọc theo chiều dài cọc là lớn hơn, độ dốc nhỏ hơn. Điều này có thể lý giải được khi mà trong mô hình Matlock các tham số của đường cong p-y không xét đến ảnh hưởng các hệ số  $\phi$  và  $C_u$  của đất nền.

Bảng 1 tổng hợp giá trị mô men và chuyển vị đầu cọc theo các mô hình đường cong p-y trong Sap 2000 và kết quả tính theo công thức tính trong chỉ dẫn phụ lục A của tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 10304: 2014 [17].

**Bảng 1.** Kết quả tính toán mô men và chuyển vị đầu cọc.

Tham chiếu tính toán	Mô men cực đại (kNm)	Chuyển vị đầu cọc (mm)
Mô hình Reese	242,3	26,81
Mô hình Matlock	228,1	25,43
TCVN 10304: 2014	285,9	31,09

Bài toán cho kết quả mô men và chuyển vị đầu cọc tính theo TCVN 10304: 2014 lớn hơn so với tính bằng Sap2000 trong cả hai mô hình. Việc tính theo TCVN 10304: 2014 được thực hiện tương đối đơn giản theo các công thức đã lập, tuy nhiên có thể thấy tương tác giữa cọc và nền đất được xác định thông qua hệ số tỷ lệ K, chọn theo bảng lập sẵn, phụ thuộc vào loại đất và có phạm vi biến thiên khá rộng. Phương pháp tính dựa trên các đường cong quan hệ p-y chính xác và khách quan hơn do được thiết lập dựa trên các thông số của đất như các hệ số  $\phi$ ,  $\gamma$  và  $C_u$  của đất nền; bên cạnh đó các thông số của cọc như kích thước và hình dạng cọc, chiều sâu cọc trong đất cũng được xét đến.

**5. Kết luận**

Bài báo này thảo luận đặc trưng tương tác giữa cọc và nền đất là hệ số nền với hai mô hình đường cong quan hệ giữa tải trọng và chuyển vị do Matlock (1970) và Reese (1974) đề xuất đang được sử dụng khá phổ biến hiện nay trong phân tích móng cọc sâu chịu tải trọng ngang. Phương pháp xác định hệ số nền sử dụng đường cong quan hệ p-y là phương pháp hiện đại, khoa học và có độ tin cậy cao, đã được nhiều tổ chức kiến nghị sử dụng. Hiện nay nhiều phần mềm tính toán nền móng đã tích hợp sẵn thư viện các đường cong này, do đó việc tính toán trở nên thuận lợi và đơn giản. Tuy nhiên, để có những kết quả tính toán chính xác trong điều kiện địa chất Việt Nam, cần có nhiều thí nghiệm để xây dựng thư viện đường cong p-y cho phù hợp với từng điều kiện địa chất khác nhau.

## Tài liệu tham khảo

- [1]. Lymon C. Reese, *Handbook on design of piles and drilled shafts under lateral load*, US Department of Transportation FHWA-IP-84-11, (1984).
- [2]. J. C. Portugal and P.S. Pinto. Analysis and design of piles under lateral loads. *Proceedings of the II International Geotechnical Seminar on Deep Foundations on Bored and Auger Piles*, 27, (4), (1993), pp. 309-313.
- [3]. L. C. Reese and W. F. Van-Impe, *Single piles and pile groups under lateral loading*, Balkema, (2001).
- [4]. Vũ Công Ngữ và Nguyễn Thái, *Móng cọc – phân tích và thiết kế*, Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, (2006).
- [5]. Phan Dũng và Phạm Ngọc Thạch, *Thiết lập quan hệ về lời giải bài toán cọc chịu lực ngang giữa hai phương pháp Urban và Reese-Matlock*, Đại học Giao thông vận tải thành phố Hồ Chí Minh, (2004).
- [6]. M. Georgiadis. Development of p-y curves for layered soils. *Proceedings of the Geotechnical Practice in Offshore Engineering*, ASCE, (July 1983), pp. 536-545.
- [7]. M. A. Gabr., T. Lunne and J.J. Powell. p-y analysis of laterally loaded piles in clay using DMT. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 120, (5), (1994), pp. 816-837.
- [8]. M. R. Bransby. Difference between load-transfer relationships for laterally loaded pile groups: active p-y or passive p-y. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 122, (12), (1996), pp. 1015-1018.
- [9]. G. R. Thompson. Application of finite element method to the development of p-y curves for saturated clays. PhD Thesis, University of Texas, Austin, (1997).
- [10]. H. Matlock. Numerical analysis of laterally loaded piles. *Proceedings of the II Structural Division Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pennsylvania*, ASCE, (1970), pp. 657-668.
- [11]. L. C. Reese, and R. C. Welch. Lateral loading of deep foundations in stiff clay. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 101, (07), (1975), pp. 633-649.
- [12]. L. C. Reese and B. R. Grubbs. Field testing of laterally loaded piles in sand. *Proceedings of the Offshore Technology Conference, Houston, Texas*, (1974), pp. 2079.
- [13]. W. R. Sullivan., L. C. Reese and C. W Fenske. Unified method for analysis of laterally loaded piles in clay. *Numerical Methods in Offshore Piling*, Institution of Civil Engineers, London, England, (1980), pp. 135-146.
- [14]. Pham Ngọc Thạch and Liu Han Long. A Technique for Generating p-y Curves in SAP2000 to Simulate Lateral Soil-Pile Interaction. *Vietnamese Geotechnical Journal*, Special issue No.1E, (14), (2010), pp. 53-61.
- [15]. Phan Dũng. Một cách tính chuyển vị - nội lực trong cọc chịu lực ngang theo 20TCN21-86. *Tạp chí khoa học công nghệ giao thông vận tải*, Đại học Giao thông vận tải thành phố Hồ Chí Minh, (2), (2004), trang 10-21.
- [16]. CSI, Inc., *SAP2000: Analysis reference manual, chapters 8 and 9: the LINK/SUPPORT element –Basic and Advanced*, v.10, (2005).
- [17]. TCVN 10304: 2014, *Móng cọc- Tiêu chuẩn thiết kế*.
- [18]. Châu Ngọc Ân. *Nền móng*. Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, (2002).