VẬT LIỆU & XÂY DỰNG

Tạp chí Vật liệu và Xây dựng
ISSN 1859 - 381X
Website: www. jomc.vn

Tối ưu hóa các khung phẳng có tiết diện thay đổi

Nguyễn Vũ Thiêm[1*]

Khoa Xây dựng, ĐH Kiến trúc Hà Nội

TỪ KHÓA

Tối ưu hóa kết cấu
Khung phẳng
Phương pháp lực
Phần mềm Matlab

TÓM TẮT

Tối ưu hóa kết cấu là một lĩnh vực nghiên cứu cơ học mới. Nó là sự kết hợp giữa tính toán cơ học và tối ưu hóa toán học. Vì vậy quá trình tối ưu là một quá trình tính toán số. Với sự phát triển của công nghệ tính toán trên máy tính, việc tính toán các hệ lớn để giải các bài toán tối ưu trở nên thuận lợi hơn bao giờ hết. Tác giả xây dựng và giải quyết thành công bài toán tối ưu của khung phẳng theo phương pháp lực có tiết diện không đổi và tiết diện cột thay đổi. Xây dựng thuật toán, thiết kế sơ đồ khối và lập trình xây dựng bài toán tối ưu của khung phẳng theo phương pháp lực trên ngôn ngữ lập trình Matlab. Kết quả tính toán có so sánh tính toán bằng thủ công, lập trình và tài liệu tham khảo là không có sai số.

KEYWORD

Structural optimization
Flat frame
Force method
Matlab software

ABSTRACT

Structural optimization is a new field of mechanical research. It is a combination of mechanical computation and mathematical optimization. So the optimization process is a numerical computation. With the development of computing technology on computers, it is more convenient than ever to calculate large systems to solve optimization problems. The author builds and successfully solves the optimization problem of flat frames by force method with constant cross section and variable column cross section. Building algorithms, designing block diagrams and programming to build optimization problems of flat frames by force method on Matlab programming language. Calculation results with comparison of manual calculation, programming and reference are error-free.

1. Bài toán tối ưu kết cấu

Trong tính toán kết cấu, hàm mục tiêu thường biểu thị các đại lượng cần được cực tiểu hoá như trọng lượng, thể tích kết cấu, giá cả vật liệu. Các điều kiện ràng buộc dưới dạng đẳng thức thường là các điều kiện cân bằng, các điều kiện biến dạng liên tục. Các điều kiện ràng buộc dưới dạng bất đẳng thức thường là các điều kiện về độ bền, độ cứng, các điều kiện chảy dẻo [1]. Dạng hàm mục tiêu và dạng điều kiện ràng buộc thay đổi tùy theo kết cấu và phương pháp tính. Do đó bài toán tối ưu và phương án giải có những đặc điểm khác nhau khi áp dụng các phương pháp tính khác nhau. Dạng ma trận của phương pháp lực xuất phát từ những giả thiết và nguyên tắc sau đây: Tải trọng là các lực tập trung; Chia kết cấu thành các phần tử riêng biệt giới hạn bởi các điểm chia gọi là nút. Đối với hệ siêu tĩnh, thành lập hệ cơ bản bằng cách loại bỏ các liên kết thừa và thay vào đó bằng các lực chưa biết R_1, R_2, ...,R_n. Đối với hệ siêu động, thành lập hệ cơ bản bằng cách thêm các liên kết thiếu và thay vào đó bằng các chuyển vị chưa biết Z_1, Z_2, ...,Z_n.

Thiết kế tối ưu bao gồm và kết hợp giữa các bài toán cơ học kết cấu và thực tế công trình trong phạm vi quy định của các tiêu chuẩn và quy trình thiết kế. Bài toán thiết kế tối ưu các kết cấu chủ yếu là những bài toán quy hoạch phi tuyến.

Hàm mục tiêu trong đó thường là: Cực tiểu hóa các hàm về thể tích; Cực tiểu hóa các hàm về trọng lượng; Cực tiểu hóa giá thành toàn bộ kết cấu.

Trong các phương án có khả năng, tất nhiên phương án tối ưu theo bất kỳ một quan điểm nào đều là phương án có lợi nhất cho người thiết kế nhưng trong mọi quan điểm, hiệu quả kinh tế được đánh giá bằng giá thành xây dựng vẫn phải là tiêu chuẩn quan trọng nhất. Chính vì vậy, khi thiết kế tối ưu cho các kết cấu, việc cực tiểu hoá các hàm thể tích và trọng lượng cũng chính là làm giảm giá thành xây dựng.

Có nhiều phương pháp xây dựng bài toán tối ưu và cũng có nhiều phương pháp giải bài toán tối ưu. Trong bài báo này trình bày cách xây dựng bài toán tối ưu theo phương pháp lực và cách giải bài toán tối ưu theo phương pháp đồ thị và phương pháp Gradient.

2. Tính toán tối ưu khung phẳng theo phương pháp lực.

2.1. Công thức tính nội lực và biến dạng

Giả sử hệ siêu tĩnh bậc n (có n liên kết thừa) và chịu tác dụng của m tải trọng tập trung. Ta có:

Vectơ tải trọng

$$P = [P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad \dots \quad P_n] \tag{1}$$

Vectơ lực liên kết thừa:

$$R = [R_1 \quad R_2 \quad R_3 \quad \dots \quad R_n] \tag{2}$$

Nội lực trong hệ kết cấu do tải trọng và do liên kết thừa gây ra:

$$S_0 = B_0 \times P; \quad S_R = B_1 \times R; \quad B_1 = \sum B_i. \tag{3}$$

- S_0 -Vectơ nội lực do tải trọng gây ra trong hệ cơ bản;
- S_R -Vectơ nội lực do các liên kết thừa gây ra trong hệ cơ bản;

*Liên hệ tác giả: nvthiem210@gmail.com

Nhận ngày 22/07/2023, sửa xong ngày 29/07/2023, chấp nhận đăng 31/07/2023
Link DOI: https://doi.org/10.54772/jomc.04.2023.527

- B_0- Ma trận ảnh hưởng nội lực trong hệ cơ bản ứng với tải trọng tập trung P.
- B_i - Ma trận ảnh hưởng nội lực trong hệ cơ bản ứng với lực do các liên kết R_i.

Véc tơ Nội lực trong hệ siêu tĩnh:

$$S = S_0 + S_R = B_0 \times P + B_1 \times R. \tag{4}$$

Vectơ biến dạng trong hệ siêu tĩnh:

$$U = f \times S = f(B_0 \times P + B_1 \times R). \tag{5}$$

f - Ma trận độ mềm của hệ kết cấu khung.

Trong bài toán tối ưu, đại lượng R là những đại lượng cần tìm sao cho vừa thõa mãn các điều kiện về độ bền, độ cứng, vừa thõa mãn các điều kiện biến dạng liên tục của hệ kết cấu.

2.2. Công thức tính chuyển vị tại các nút, điều kiện biến dạng liên tục

Gọi chuyển vị trên phương của ngoại lực P là X_P và chuyển vị trên phương của liên kết thừa R là X_R. Để tìm chuyển vị X_P, ta tạo một trạng thái chuyển vị trên hệ cơ bản bằng cách loại bỏ hết các lực P và R và đặt vào điểm đặt lực P tải trọng giả tạo $\bar{P}$ có giá trị bất kỳ. Gọi trạng thái thực là trạng thái của hệ siêu tĩnh đã cho. $\bar{S}_P$ là nội lực trong hệ cơ bản do tải trong giả tạo $\bar{P}$ gây ra. Theo công thức (2.4), ta có:

$$\bar{S}_P = B_0 \times \bar{P}. \tag{6}$$

Áp dụng nguyên lý công khả dĩ, ta có:

$$\bar{P}' \times X_P = \bar{S}_P \times U. \tag{7}$$

Trong đó, vế trái biểu thị công khả dĩ của ngoại lực ở trạng thái giả tạo trên những chuyển vị khả dĩ ở trạng thái thực. Vế phải biểu thị công khả dĩ của nội lực ở trạng thái giả tạo trên những chuyển vị khả dĩ ở trạng thái thực. Nhưng:

$$\bar{S}_P = B_0 \times \bar{P} \rightarrow \bar{P}' \times X_P = \bar{P}' \times B_0' \times U.$$

Vì P có giá trị bất kỳ nên:

$$X_P = B_0' \times U. \tag{8}$$

Thay U bằng hệ thức (5) ta có:

$$X_P = B_0'(f \times B_0 \times P + f \times B_1 \times R) = B_0' \times f \times B_0 \times P + B_0' \times f \times B_1 \times R. \tag{9}$$

Tương tự: Để tìm chuyển vị X_R, ta tạo một trạng thái chuyển vị trên hệ cơ bản bằng cách loại bỏ hết các lực P và R và đặt vào điểm đặt lực R tải trọng giả tạo $\bar{R}$ giá trị bất kỳ. Gọi trạng thái thực là trạng thái của hệ siêu tĩnh đã cho. $\bar{S}_R$ là nội lực trong hệ cơ bản do tải trong giả tạo $\bar{R}$ gây ra. Theo công thức (2.3), ta có:

$$X_R = B_1'(f \times B_0 \times P + f \times B_1 \times R) = B_1' \times f \times B_0 \times P + B_1' \times f \times B_1 \times R. \tag{10}$$

Vì trong hệ chuyển vị theo R bằng không ($X_R = 0$) nên:

$$B_1' \times f \times B_0 \times P + B_1' \times f \times B_1 \times R = 0. \tag{11}$$

Phương trình (11) gọi là phương trình cơ bản của phương pháp lực, còn gọi là phương trình điều kiện biến dạng liên tục. Đối với hệ tĩnh định vì R = 0 nên ta suy ra:

$$S = B_0 \times P; \quad U = f \times S = f \times B_0 \times P; \quad X_P = F \times P. \tag{12}$$

Trong đó F gọi là ma trận độ mềm của hệ kết cấu.

$$F = B_1' \times f \times B_0. \tag{13}$$

2.3. Quan hệ giữa nội lực và biến dạng

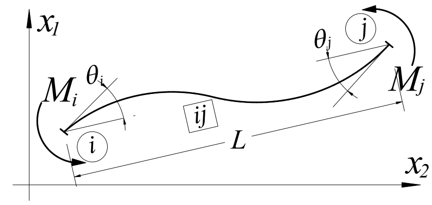
Trong khung các tiết diện có ba thành phần nội lực: Lực dọc, mô men và lực cắt.Liên hệ giữa mô men và góc xoay của một phần tử ij hai đầu liên kết ngàm bất kỳ có thể viết:

$$M_i = 4\left(\frac{EI}{L}\right)_{\text{ij}}\theta_i + 2\left(\frac{EI}{L}\right)_{\text{ij}}\theta_j; \quad M_j = 2\left(\frac{EI}{L}\right)_{\text{ij}}\theta_i + 4\left(\frac{EI}{L}\right)_{\text{ij}}\theta_j. \tag{14}$$

Trong đó: ij – chỉ số ứng với phần tử ij, Hình 2.1

M_i, M_j – Mô men tại đầu i, j của thanh ij với quy ước là dương khi quay ngược chiều kim đồng hồ.

θ_i, θ_j – Góc xoay tại đầu i, j của thanh ij với quy ước là dương khi quay ngược chiều kim đồng hồ.



Hình 1. Sơ đồ chuyển vị phần tử ij.

Giải phương trình (14) với ẩn số là θi, θj ta có:

$$\theta_i = \frac{1}{3}\left(\frac{L}{EI}\right)_{\text{ij}} M_i - \frac{1}{6}\left(\frac{L}{EI}\right)_{\text{ij}} M_j; \quad \theta_j = \frac{1}{6}\left(\frac{L}{EI}\right)_{\text{ij}} M_i - \frac{1}{3}\left(\frac{L}{EI}\right)_{\text{ij}} M_j. \tag{15}$$

Viết dưới dạng ma trận:

$$U_{ij} = f_{ij} \times S_{ij}. \tag{16}$$

Uij - là véc tơ biến dạng; Sij -Véc tơ nội lực; $f$ij -ma trân độ mềm của phần tử ij.

$$U_{ij} = \begin{bmatrix}\theta_i \\ \theta_j\end{bmatrix}; \quad S_{ij} = \begin{bmatrix}M_i \\ M_j\end{bmatrix}; \quad f_{ij} = \frac{1}{6}\left(\frac{L}{EI}\right)_{IJ}\begin{bmatrix}2 & -1 \\ -1 & 2\end{bmatrix}. \tag{17}$$

Đối với hệ kết cấu khung có nhiều phần tử ta kết hợp các biểu thức (17) cho hệ nhiều phần tử.

2.4. Bài toán tối ưu kết cấu khung phẳng có tiết diện thay đổi

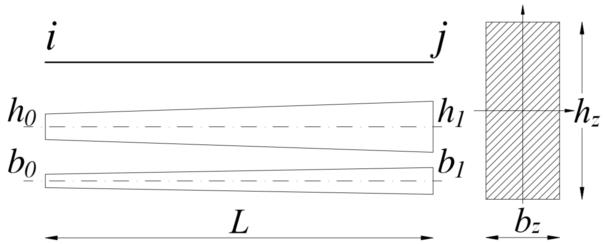
2.4.1. Đặc điểm của kết cấu khung phẳng có tiết diện thay đổi

Trong thực tế nhằm tận dụng hết khả năng làm việc của hệ kết cấu giảm chi phí vật liệu người ta có thể đưa ra nhiều giải pháp khác nhau. Trong các giải pháp đó giải pháp thay đổi tiết diện để phù hợp với biểu đồ nội lực là hay được áp dụng. Trong bài toán tối ưu, hệ khung có tiết diện thay đổi được tính toán gần giống như khung có tiết diện không đổi nhưng phải chú ý đến những phép tính có liên quan đến độ cứng như: Ma trận độ mềm của hệ kết cấu f; Biểu thức xác định phản lực thừa [R]; Các điều kiện ràng buộc; Hàm mục tiêu…

2.4.2. Ma trận độ mềm của phần tử có tiết diện thay đổi

a. Hàm số diện tích và mô men quán tính tiết diện

Xét một thanh bất kỳ ik có mặt cắt ngang tiết diện chữ nhật thay đổi theo chiều dài thanh L. Tại đầu i có tiết diện $b_i.h_i$ tại đầu k có tiết diện b_kh_k. Hình 2.



Hình 2. Sơ đồ thanh có tiết diện thay đổi.

Diện tích tiết diện và mô men quán tính tiết diện đầu thanh.

$$A_i = b_i \times h_i; \quad A_k = b_k \times h_k; \quad I_i = \frac{b_i \times h_i^3}{12}; \quad I_k = \frac{b_k \times h_k^3}{12}. \qquad (30)$$

Ta đặt: $\xi = \frac{z}{L} \rightarrow z = \xi L \rightarrow dz = Ld\xi \qquad (0 \le \xi \le 1)$

$$b = \frac{b_k - b_i}{b_i}; \quad h = \frac{h_k - h_i}{h_i}; \quad b_z = b_i(1 + b\xi); \quad h_z = h_i(1 + h\xi). \quad (31)$$

Diện tích và mô men quán tính tiết diện tại tọa độ z được biểu diễn thông qua ξ như sau:

- Diện tích là hàm có bậc cao nhất là 2 của ξ.

$$A_z = b_z h_z = A_i[1 + (b + h)\xi + bh\xi^2] = A_i[1 + c_1\xi + c_2\xi^2]. \qquad (32)$$

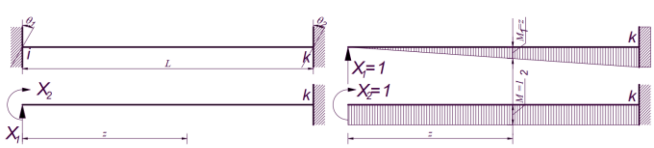
Trong đó: $\quad c_1 = (b + h); \qquad c_2 = bh.$

- Mô men quán tính là hàm có bậc cao nhất là 4 của ξ.

$$I_z = \frac{b_z h_z^2}{12} = I_i[1 + a_1\xi + a_2\xi^2 + a_3\xi^3 + a_4\xi^4] = I_i f(\xi). \qquad (33)$$

b. Quan hệ giữa nội lực và chuyển vị đầu thanh

Xét một phần tử ik bất kỳ hai đầu ngàm chịu tác dụng của chuyển vị cưỡng bức đầu i xoay một góc θ_i, đầu k xoay một góc θ_k, ta xác định nội lực trong thanh bằng phương pháp lực. Hệ cơ bản và các biểu đồ mô men đơn vị như Hình 3.



Hình 3. Sơ đồ thanh có tiết diện thay đổi.

Các hàm mô men đơn vị tính theo cơ học kết cấu:

$$M_1(z) = z = \xi L; \quad M_2(z) = 1. \qquad (33)$$

Tính các hệ số của phương trình chính tắc:

$$\delta_{11} = \int_0^L \frac{[M_1(z)]^2}{EI_z} dz = \int_0^1 \frac{\xi L \xi L}{EI_i f(\xi)} L\, d\xi = \frac{L^3}{EI_i}\int_0^1 \frac{\xi^2}{f(\xi)} d\xi = A\frac{L^3}{EI_i}.$$

$$\delta_{22} = \int_0^L \frac{[M_2(z)]^2}{EI_z} dz = \int_0^1 \frac{1.1}{EI_i f(\xi)} L\, d\xi = \frac{L}{EI_i}\int_0^1 \frac{1}{f(\xi)} d\xi = B\frac{L}{EI_i}.$$

$$\delta_{12} = \delta_{12} = \int_0^L \frac{M_1(z)M_2(z)}{EI_z} dz = \frac{L^2}{EI_i}\int_0^1 \frac{\xi}{f(\xi)} d\xi = C\frac{L^2}{EI_i}. \qquad (34)$$

Trong đó ta đã đặt.

$$A = \int_0^1 \frac{\xi^2}{f(\xi)} d\xi; \quad B = \int_0^1 \frac{1}{f(\xi)} d\xi; \quad C = \int_0^1 \frac{\xi}{f(\xi)} d\xi. \qquad (35)$$

Tính các số tự do của phương trình chính tắc:

$$\Delta_{1\theta} = -L\theta_k; \quad \Delta_{2\theta} = \theta_i - \theta_k. \qquad (36)$$

Thay vào hệ phương trình chính tắc; Giải hệ phương trình ta được nghiệm

$$\begin{cases} X_1 = \frac{EI_i}{L(C^2 - AB)}[-C\theta_i + (B - C)\theta_k] \\ X_2 = \frac{EI_i}{L(C^2 - AB)}[-A\theta_i + (A - C)\theta_k] \end{cases} \qquad (37)$$

Mô men đầu thanh

$$\begin{cases} M_i = \frac{EI_i}{L(C^2 - AB)}[A\theta_i - (A - C)\theta_k] \\ M_k = \frac{EI_i}{L(C^2 - AB)}[(A - C)\theta_i - (A + B - 2C)\theta_k] \end{cases} \qquad (38)$$

Viết dưới dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} M_i \\ M_k \end{bmatrix} = \frac{EI_i}{L(C^2 - AB)}\begin{bmatrix} A & -(A - C) \\ (A - C) & -(A + B - 2C) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_k \end{bmatrix} \qquad (39)$$

Biểu thức góc xoay theo mô men.

$$\begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L(A+B-2C)}{EI_i} & \frac{L(A-C)}{EI_i} \\ -\frac{L(A-C)}{EI_i} & \frac{LA}{EI_i} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M_i \\ M_k \end{bmatrix} \qquad (40)$$

c. Ma trận độ mềm của thanh có tiết diện thay đổi

$$f_{ik} = \frac{L}{EI_i}\begin{bmatrix} -(A + B - 2C) & (A - C) \\ -(A - C) & A \end{bmatrix}. \qquad (41)$$

Các thanh có liên kết hai đầu khác nhau cũng được thực hiện tượng tự. Phần nội lực, điều kiện ràng buộc về độ bền; điều kiện ràng buộc độ cứng; điều kiện liên tục và hàm mục tiêu tương tự như phần khung có tiết diện không đổi.

3. Bài toán tối ưu hệ kết cấu khung phẳng

3.1. Nội lực trong khung siêu tĩnh

Ta xét khung siêu tĩnh. Khung tĩnh định được coi là trường hợp đặc biệt của khung siêu tĩnh. Giả sử khung có bậc siêu tĩnh là n (n liên kết thừa) chịu m tải trọng tập trung. Vectơ tải trọng (1); Vectơ lực liên kết thừa (2); và véc tơ Nội lực trong hệ siêu tĩnh (4).

$$S = B_0 \times P + B_1 \times R. \qquad (18)$$

3.2. Điều kiện ràng buộc về độ bền

a. Đối với các tiết diện dầm ta có thể bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W_i} \le \sigma_i^*. \qquad (19)$$

Trong đó: Mi – Mô men tại tiết diện i; Wi – Mô men chống uốn tại tiết diện i; σ – Ứng suất cho phép. Dưới dạng ma trận bất đẳng thức (19) có thể viết:

$$W \times S = W(B_0 \times P + B_1 \times R) \le \sigma_i^*. \qquad (20)$$

Hay

$$W \times B_0 \times P + W \times B_1 \times R \le \sigma_i^*. \qquad (21)$$

Trong đó: σ_i^* - Véc tơ Ứng suất cho phép; W là một ma trận chéo có dạng với k là số tiết diện khảo sát.

$$W = \begin{bmatrix} W_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & W_k^{-1} \end{bmatrix}. \qquad (22)$$

Trong các hệ thức trên, các đại lượng cùng chỉ số Wi được lặp từng đôi trên đường chéo của ma trận vì đối với phần tử ij $W_i = W_j$ (tiết diện không thay đổi).

Tại mặt cắt trong phần tử i (mặt cắt có thể trùng với mặt cắt bên trái hoặc bên phải của phần tử i), điều kiện ràng buộc về ứng suất có dạng:

$$\frac{\left(\frac{D_{ti}}{W_i}+\sum_{k=1}^{n} e_{tik}R_k\right)}{W_i} \le \sigma_i^*. \quad (23)$$

Số hạng đầu tiên trong ngoặc là kết quả của phép nhân hàng thứ t của ma trận W với ma trận $[B_0P]$; Số hạng thứ 2 trong ngặc là kết quả của phép nhân hàng thứ t của ma trận W với ma trận $[B_1R]$.

b. Đối với những tiết diện cột chịu tác dụng đồng thời của mô men và lực dọc, điều kiện ràng buộc về ứng suất có dạng

$$\frac{N_i}{A_i}+\frac{\left(\frac{D_{ti}}{W_i}+\sum_{k=1}^{n} e_{tik}R_k\right)}{W_i} \le \sigma_i^*. \quad (24)$$

Trong đó: N_i – lực dọc trong phần tử i; A_i - Diện tích tiết diện phần tử i;

3.3. Điều kiện ràng buộc về độ cứng

Giả sử Δ là véc tơ chuyển vị tại các điểm đặt lực. Áp dụng công thức (10) ta có điều kiện ràng buộc về độ cứng.

$$X_P = \{y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_m\} = B_0' \times f \times B_0 \times P + B_0' \times f \times B_1 \times R \le \Delta. \quad (25)$$

Để kiểm tra chuyển vị tại điểm đặt lực Pj ta thực hiện phép nhân hàng thứ j của ma trận $[B'_0.f.B_0]$ với véc tơ P và nhân hàng thứ j của ma trận $[B'_0.f.B_1]$ với véc tơ R. Căn cứ vào phép nhân ta có điều kiện ràng buộc:

$$\sum_{i=1}^{r}\frac{a_{ji}}{I_i}+\sum_{k=1}^{n}R_k\sum_{i=1}^{r}\frac{b_{jki}}{I_i}\le\Delta_j. \quad (26)$$

Trong đó: Δj – Chuyển vị cho phép tại điểm đặt lực Pj.

3.4. Điều kiện ràng buộc về biến dạng liên tục

$$B_0' \times f \times B_0 \times P + B_0' \times f \times B_1 \times R = 0. \quad (27)$$

Từ phương trình (25) ta suy ra điều kiện biến dạng liên tục tại điểm đặt lực liên kết thừa Rs (s=1, 2, 3, ..., n)

$$\sum_{i=1}^{r}\frac{g_{ji}}{I_i}+\sum_{k=1}^{n}R_k\sum_{i=1}^{r}\frac{f_{jki}}{I_i}=0. \quad (28)$$

Trong đó: $\sum_{i=1}^{r}\frac{g_{ji}}{I_i}$ - là kết quả nhân hàng thứ k của ma trận $[B'_0{*}f{*}B_0]$ với P

$\sum_{i=1}^{r}\frac{f_{jki}}{I_i}$- là phần tử nằm trên hàng thứ s cột k của ma trận $[B'_1{*}f{*}B_1]$.

3.5. Hàm mục tiêu

Giả sử một kết cấu gồm n cấu kiện, mỗi cấu kiện thứ i có chiều dài Li diện tích tiết diện Ai. Trọng lượng riêng vật liệu chế tạo thanh là γi. Khối lượng cấu kiện thứ i là Gi: Hệ kết cấu có n cấu kiện, Vậy khối lượng của toàn hệ kết cấu là G:

$$G=\sum_{k=1}^{n}\gamma_i A_i L_i. \quad (29)$$

Hàm G trong phương trình (29) gọi là hàm mục tiêu hay hàm trọng lượng.

4. Lập trình tính toán trong matlab

4.1. Thuật toán

Chương trình 1 – Xây dựng bài toán tối ưu

Đầu vào: số liệu kích thước; vật liệu; tải trọng.

Đầu ra: Hàm mục tiêu và các điều kiện ràng buộc

Bước 1: Nhập số liệu kích thước, độ cứng, chọn ẩn số

Bước 2: Tính toán các ma trận B_0; B_1 và P

Bước 3: Tính toán, thiết lập ma trận độ mềm f

Bước 4: Thiết lập điều kiện ràng buộc về độ cứng

Bước 5: Tính toán nội lực

Bước 6: Thiết lập các điều kiện ràng buộc về độ bền

Bước 7: Xây dựng bài toán tối ưu

Chương trình 2 – Giải bài toán tối ưu

Nhánh 1. Giải theo phương pháp đồ thị

Bước 1 - Vẽ đường ràng buộc về độ cứng, độ bền – xác định miền nghiệm.

Bước 2 - Xác định hệ số góc của hàm mục tiêu.

Bước 3 - Vẽ đường biểu diễn hàm mục tiêu tiếp xúc với đường ràng buộc độ cứng.

Bước 4 - Xác định điểm tiếp xúc, tọa độ và giá trị hàm mục tiêu

Nhánh 2 Giải theo phương pháp Gradient

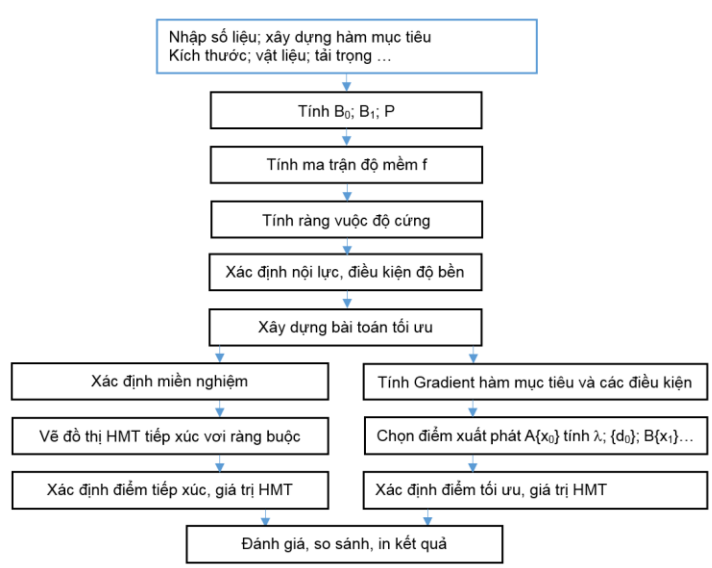
Bước 1 – Tính các véc tơ Gradient của hàm mục tiêu và các điều kiện ràng buộc.

Bước 2 – Chọn điểm xuất phát A trong miền nghiệm $\{x_0\}$, xác định λ và $\{d_0\}$.

Bước 3 – Tính tọa độ điểm tới B $\{x_1\}$ xác định $\{d_0\}$ và λ để tính tọa độ điểm tiếp theo C, Bước này cần tiếp tục đến khi đạt được điểm tối ưu

Bước 5 - Xác định tọa độ điểm tối ưu và giá trị hàm mục tiêu

4.2. Sơ đồ khối

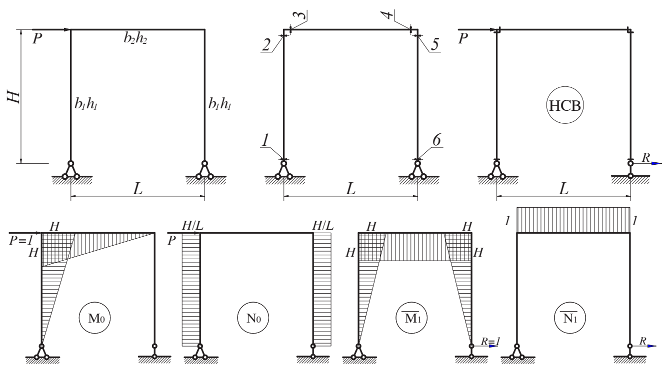


5. Bài toán tối ưu kết cấu khung phẳng

5.1. Thiết kế tối ưu khối lượng khung phẳng tiết diện không đổi

Cho khung siêu tĩnh một nhịp hình 4. Chiều cao tầng H; Chiều dài nhịp L chịu tác dụng của tải trọng P. Các cột có diện tích tiết diện ngang các dạng chữ nhật A1 = b1.h1. Dầm có diện tích tiết diện ngang các thanh dạng chữ nhật A2 = b2.h2.

Ứng suất cho phép phát sinh lớn nhất trong hệ kết cấu là σ*. Chuyển vị ngang lớn nhất không vượt quá Δ. Xác định khối lượng nhỏ nhất của khung đảm bảo được điều kiện bền và điều kiện cứng.



Hình 4. Sơ đồ tính toán khung tiết diện không đổi.

Tìm h_1 và h_2 để khung có khối lượng nhỏ nhất. Cho biết: H = 9000 mm; L = 6000 mm; P = 500 kN; E = 400 kN/mm²; theo cấu tạo $b_1 = b_2$ = 200 mm; Δ = 8 mm; $\sigma^* = 0{,}1$ kN/mm²; γ = 0,000025 kN/mm³.

Cực tiểu hóa hàm có hai biến số là h_1 và h_2

$$G = 90h_1 + 30h_2. \tag{30}$$

Với các điều kiện ràng buộc:

$$g1 = \frac{911250000}{h_1^3}\frac{303750000}{h_2^3} \le 8; \quad g_2 = \frac{h_2+54000}{8h_1^2} \le 0.1; \quad g_3 = \frac{3(h_1+18000)}{8h_1^2} \le 0.1; \tag{31}$$

Giải bài toán tối ưu theo phương pháp đồ thị

Bước 1 - Vẽ đường ràng buộc:

- độ cứng:
  h2 = ((37968750*h1^3)/(h1^3 - 113906250))^(1/3)
- độ bền của dầm: h2 = 2.604333728924070e+02
- độ bền của cột: h1 = 2.616893868707043e+02
- xác định miền nghiệm như hình vẽ.

Bước 2 - Xác định hệ số góc của hàm mục tiêu.

Z = 90*h1 + 30*h2; suy ra k = 3.

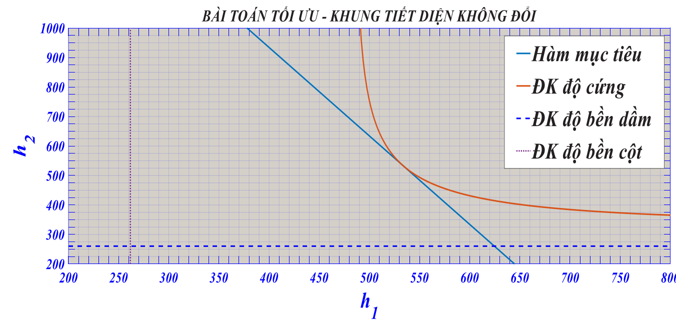
Bước 3 - Vẽ đường biểu diễn hàm mục tiêu tiếp xúc với đường ràng buộc độ cứng.

- Tính đạo hàm của điều kiện ràng buộc độ cứng y = h2'
- Giải phương trình y = k tìm nghiệm h1 = 5.335339956735093e+02
- Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm

I(5.335339956735093 e+025.335339956735097e+02)

Bước 4 - Xác định điểm tiếp xúc, tọa độ và giá trị hàm mục tiêu

G = 64024.079kN



Hình 5. Kết quả giải bài toán tối ưu bằng phương pháp đồ thị.

Giải bài toán tối ưu theo phương pháp Gradient

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số:

$$f(x) = -90h_1 - 30h_2$$

Với các điều kiện ràng buộc (b)

Trước hết, ta tính vecto Gradient của hàm mục tiêu

$$\nabla f(x) = [-90 \;\; -30] \Rightarrow \{d_0\} = \{-90 \quad -30\}$$

Và tính tiếp các Gradient các hàm ràng buộc:

Để giải bài toán này ta cũng xuất phát từ điểm x_0 thuộc miền nghiệm và di chuyển theo hướng vecto Gradient của hàm mục tiêu. Điểm mới xác định từ phương trình

$$\{x_1\} = \{x_{i,1}\} = \{x_0\} + \lambda\{d_0\}$$

trong đó giá trị λ được lấy bằng giá trị nhỏ nhất trong hai giá trị λ_1 và λ_2. Giá trị λ_1 xác định theo điều kiện không âm, để xác định λ_2 ta giải phương trình:

❖ **Xuất phát từ điểm A**

Ta chọn điểm xuất phát nằm trong miền nghiệm. Điểm A có tọa độ $\{x_0\} = \{x_{0,1}\ x_{0,2}\}$ = { 500 500}thuộc miền nghiệm. Ta có điểm mới x_1 tọa độ $\{x_1\}$ của điểm B

$$\{x_1\} = \begin{Bmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 500 \\ 500 \end{Bmatrix} - 0.454380 \begin{Bmatrix} -90 \\ -30 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 540.894 \\ 513.631 \end{Bmatrix}$$

❖ **Tiếp tục ta xuất phát từ điểm B đến điểm C**

Tính các vecto Gradient tại điểm B thuộc đường ràng buộc độ cứng (i). giải bài toán gồm 3 ẩn: σ, r_1, r_2. cho ta các nghiệm:

r_1 = 0.3162 r_2 = -0.9487 σ = 0.0001

từ đó ta tính được tọa độ điểm C

$$\{x_2\} = \begin{Bmatrix} x_{2,1} \\ x_{2,2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 636.813475629 \\ 516.361544724 \end{Bmatrix} + 8.502012 \begin{Bmatrix} -0.406130744 \\ 0.913815121 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 633.360547164 \\ 524.130811846 \end{Bmatrix}$$

Căn cứ vào phân tích trên đây, ta được điểm mới C tọa độ $\{x_2\}$ nằm trên đường biên ứng với điều kiện tới hạn thứ 1 của bài toán. Đây là điểm tối ưu.

Tọa độ điểm tối ưu:

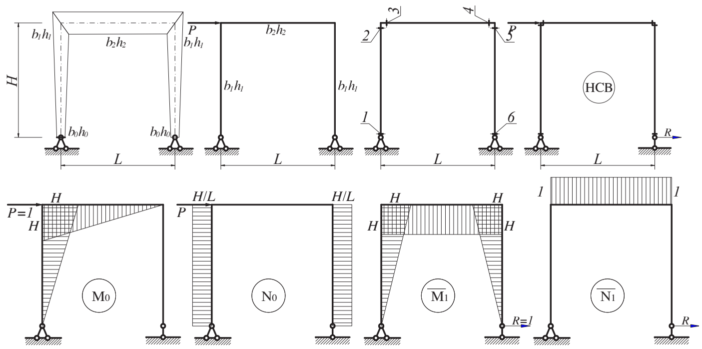
$$\{x_2\} = \begin{Bmatrix} x_{2,1} \\ x_{2,2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 534.079 \\ 534.079 \end{Bmatrix}$$

Giá trị hàm tối ưu

*G = 90*534.079 + 30*534.079 = 64089,48 kN*

5.2. Thiết kế tối ưu khối lượng khung phẳng tiết diện cột thay đổi

Cho khung siêu tĩnh một nhịp hình 6. Chiều cao tầng H; Chiều dài nhịp L chịu tác dụng của tải trọng P. Các cột có diện tích tiết diện ngang thay đổi các dạng chữ nhật tại gối tựa $A_0=b_0.h_0$ tại đỉnh cột $A_1=b_1.h_1$, Dầm có diện tích tiết diện ngang các thanh không thay đổi dạng chữ nhật $A_2=b_2.h_2$. Ứng suất cho phép phát sinh lớn nhất trong hệ kết cấu là σ*. Chuyển vị ngang lớn nhất không vượt quá Δ. Xác định khối lượng nhỏ nhất của khung đảm bảo được điều kiện bền và điều kiện cứng.



Hình 6. Sơ đồ tính toán khung tiết diện cột thay đổi.

Cho biết: H = 9000 mm; L = 6000 mm; P = 50 kN; E = 400 kN/mm²; theo yêu cầu cấu tạo b_1 = b_2 = 200 mm và $h_0=0,5h_1$; $\Delta=8$ mm; $\sigma^*=0,1$ kN/mm²; γ = 0,000025 kN/mm³. Tìm h_1 và h_2 để khung có khối lượng nhỏ nhất

Áp dụng chương trình tính của nghiên cứu này ta có kết quả bài toán tối ưu:

Xác định giá trị nhỏ nhất của hàm khối lượng

$$Z = 67.5h_1 + 30h_2. \quad (31)$$

Với các điều kiện ràng buộc và tương đương các bất đẳng thức:

$$g_1 = \frac{513204727500}{343h_1^3} + \frac{303750000}{h_2^3} \le 8; \quad g_2 = \frac{h_2+54000}{8h_2^2} \le 0,1; \quad g_3 = \frac{3(h_1+18000)}{8h_1^2} \le 0,1. \quad (32)$$

Dùng phương pháp đồ thị để giải

Bước 1 - Vẽ đường ràng buộc:

- độ cứng:

h2=((26046562500*h1^3)/(686*h1^3-128301181875))^(1/3)

- độ bền của dầm: h2= 2.604333728924070e+02
- độ bền của cột: h1= 2.616893868707043e+02
- xác định miền nghiệm như hình vẽ.

Bước 2 - Xác định hệ số góc của hàm mục tiêu.

Z=67.5*h1+30*h2; suy ra k = 2.25.

Bước 3 - Vẽ đường biểu diễn hàm mục tiêu tiếp xúc với đường ràng buộc độ cứng.

- Tính đạo hàm của điều kiện ràng buộc độ cứng y = h2'
- Giải phương trình

y = k tìm nghiệm h1= 6.344341315765114e+02

- Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm

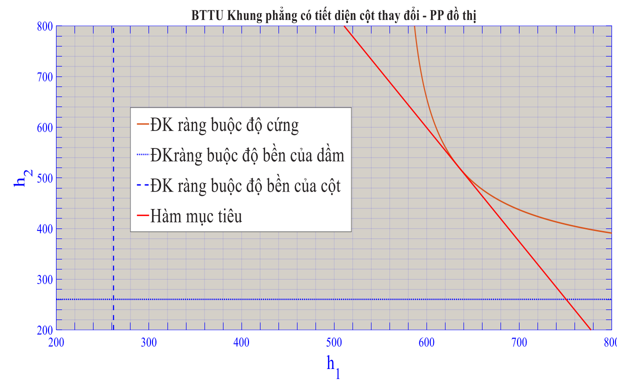
I(634.4341315765114 521.5694055354313)

Bước 4 - Xác định điểm tiếp xúc, tọa độ và giá trị hàm mục tiêu

Điểm tiếp xúc là: h1=634.4341315765114;
h2=521.5694055354313

Giá trị hàm mục tiêu:

G=58471.386048 kN



Hình 5. Kết quả bài toán tối ưu giải bằng phương pháp đồ thị bài toán 2.

Giải bài toán tối ưu theo phương pháp Gradient

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số:

$$f(x) = -67.5h_1 - 30h_2 \quad (44)$$

Với các điều kiện ràng buộc (b);

Trước hết, ta tính vecto Gradient của hàm mục tiêu

$$\nabla f(x) = [-67.5 \ \ -30] \quad (45)$$

Do đó:

$$\{d_0\} = \{-67.5 \quad -30\} \quad (46)$$

Và tính tiếp các Gradient các hàm ràng buộc:

Để giải bài toán này ta cũng xuất phát từ điểm x_0 thuộc miền nghiệm và di chuyển theo hướng vecto Gradient của hàm mục tiêu. Điểm mới xác định từ phương trình

$$\{x_1\} = \{x_{i,1}\} = \{x_0\} + \lambda\{d_0\} \quad (47)$$

trong đó giá trị λ được lấy bằng giá trị nhỏ nhất trong hai giá trị λ_1 và λ_2. Giá trị λ_1 xác định theo điều kiện không âm, để xác định λ_2 ta giải phương trình:

❖ **Xuất phát từ điểm A**

Ta chọn điểm xuất phát nằm trong miền nghiệm. Điểm A có tọa độ $\{x_0\} = \{x_{0,1}\ x_{0,2}\}$ = { 600 500}thuộc miền nghiệm. Ta có điểm mới x_1 tọa độ $\{x_1\}$ của điểm B

$$\{x_1\} = \begin{Bmatrix}600\\500\end{Bmatrix} - 0.545384824\begin{Bmatrix}-67.5\\-30\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}636.813475629\\516.361544724\end{Bmatrix}$$

❖ **Tiếp tục ta xuất phát từ điểm B đến điểm C**

Tính các vecto Gradient tại điểm B thuộc đường ràng buộc độ cứng (i). giải bài toán gồm 3 ẩn: *σ*, r_1, r_2. cho ta các nghiệm:

r_1 = −0.406130744 r_2 = 0.913815121 σ = 0.000628355

từ đó ta tính được tọa độ điểm C

$$\{x_2\} = \begin{Bmatrix}x_{2,1}\\x_{2,2}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}636.813475629\\516.361544724\end{Bmatrix} + 8.502012\begin{Bmatrix}-0.406130744\\0.913815121\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}633.360547164\\524.130811846\end{Bmatrix}$$

Căn cứ vào phân tích trên đây, ta được điểm mới C tọa độ $\{x_2\}$ nằm trên đường biên ứng với điều kiện tới hạn thứ 1 của bài toán. Đây là điểm tối ưu.

Tọa độ điểm tối ưu:

$$\{x_2\} = \begin{Bmatrix}x_{2,1}\\x_{2,2}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}633.360547164\\524.130811846\end{Bmatrix}$$

Giá trị hàm tối ưu

G=58475.761289kN

6. Kết luận

Bài báo đã xây dựng và giải quyết thành công bài toán tối ưu của khung phẳng theo phương pháp lực có tiết diện không đổi và tiết diện cột thay đổi. Đã xây dựng thuật toán, thiết kế sơ đồ khối và lập trình xây dựng bài toán tối ưu của khung phẳng theo phương pháp lực trên ngôn ngữ lập trình Matlab. Kết quả tính toán có so sánh tính toán bằng thủ công, lập trình và tài liệu tham khảo là không có sai số.

Tác giả đã giải quyết thành công bài toán tối ưu khung phẳng theo phương pháp đồ thị và Grandient. Đã xây dựng thuật toán, thiết kế sơ đồ khối và lập trình xây dựng bài toán tối ưu theo phương pháp Grandient trên ngôn ngữ lập trình Matlab. Kết quả tính toán có so sánh và đạt độ tin cậy cao.

7. Tài liệu tham khảo

[1]. Võ Như Cầu, 2003, Tính kết cấu theo phương pháp tối ưu, Nhà xuất bản xây dựng Hà nội.

[2]. Nguyễn Địch 2003, Lý thuyết tối ưu hóa, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà nội.

[3]. Lê Xuân Huỳnh, 2006, Tính kết cấu theo lý thuyết tối ưu, Nhà xuất bản KH & KT Hà nội.

[4]. Nguyễn Viết Trung (2003), Thiết kế tối ưu, Nhà xuất bản Xây Dựng. Hà nội.

[5]. Bùi Minh Trí 2005, Tối ưu hóa, Nhà xuất bản KH & KT Hà nội.

[6]. Uri Kirsch (), Optimum structural design, McGraw – Hill Book Company, New York, USA

[7]. Garret N. Vanderplaats (), Numerical optimization techniques for engineering design, McGraw – Hill Book Company, New York, USA

[8]. Niclas Andreasson, Anton Evgrafov, and Michael Patriksson. 2005. An Introduction to Continuous. Optimization: Foundations and. Fundamental Algorithms

[9]. Singiresu S. Rao. 2009.Engineering Optimization: Theory and Practice. Copyright © 2009 by John Wiley & Sons, Inc.


```
clear all; clc; format long; syms h1 h2 x
c1=1/8; fa=c1+3*c1*x+3*c1*x^2+c1*x^3; fb=1-
12*c1*x+6*c1*x^2-c1*x^3;
ya1=(x^2)/fa; ya2=1/fa; ya3=x/fa; b11=subs(ya1,x,0);
b12=subs(ya1,x,0.25);
b13=subs(ya1,x,0.50); b14=subs(ya1,x,0.75); b15=subs(ya1,x,1);
A1=(0.25/3)*(b11+b15+4*b12+4*b14+2*b13);
b21=subs(ya2,x,0); b22=subs(ya2,x,0.25); b23=subs(ya2,x,0.50);
b24=subs(ya2,x,0.75);
b25=subs(ya2,x,1);
B1=(0.25/3)*(b21+b25+4*b22+4*b24+2*b23);
b31=subs(ya3,x,0); b32=subs(ya3,x,0.25); b33=subs(ya3,x,0.50);
b34=subs(ya3,x,0.75); b35=subs(ya3,x,1);
C1=(0.25/3)*(b31+b35+4*b32+4*b34+2*b33); yb1=(x^2)/fb;
yb2=1/fb; yb3=x/fb;
b41=subs(yb1,x,0); b42=subs(yb1,x,0.25); b43=subs(yb1,x,0.50);
b44=subs(yb1,x,0.75);b45=subs(yb1,x,1);
A2=(0.25/3)*(b41+b45+4*b42+4*b44+2*b43);
b51=subs(yb2,x,0);
b52=subs(yb2,x,0.25); b53=subs(yb2,x,0.50);
b54=subs(yb2,x,0.75);
b55=subs(yb2,x,1);
B2=(0.25/3)*(b51+b55+4*b52+4*b54+2*b53);
b61=subs(yb3,x,0); b62=subs(yb3,x,0.25); b63=subs(yb3,x,0.50);
b64=subs(yb3,x,0.75); b65=subs(yb3,x,1);
C2=(0.25/3)*(b61+b65+4*b62+4*b64+2*b63);
% Ham muc tieu
H=9000; L=6000; P=50; M=0; E=400; delta=8; sicma=0.1;
gama=0.000025;
b1=200; b2=200; V=H*b1*(h1+h1/2)+L*b2*h2; Z=gama*V
S0=0.5*b1*h1; S1=b1*h1; W1=b1*h1^2/6; I1=b1*h1^3/12;
S2=b2*h2;
W2=b2*h2^2/6; I2=b2*h2^3/12;
% Dieu kien rang buoc theo PP luc
PP=[P]; B0=[0; H; -H; 0; 0; 0]; B11=[0; H; -H; H; -H; 0];
  f=[H*(A1+B1-2*C1)/E/I1 H*(A1-C1)/E/I1 0 0 0 0;
    H*(A1-C1)/E/I1 H*A1/E/I1 0 0 0 0
    0 0 L/3/E/I2 -L/6/E/I2 0 0
    0 0 -L/6/E/I2 L/3/E/I2 0 0
    0 0 0 0 H*(A2+B2-2*C2)/E/I1 H*(A2-C2)/E/I1
    0 0 0 0 H*(A2-C2)/E/I1 H*A2/E/I1];
 % Tu dieu kien bien dang lien tuc tinh R
R=-(B11'*f*B11)\(B11'*f*B0*PP); RR=simplify(R);
% dieu kien rang buoc do cung
g111=B0'*f*B0*PP+B0'*f*B11*RR; g11=simplify(g111);
% Mo men tai cac tiet dien
S=B0*PP+B11*RR; SS=simplify(S);
%Luc cat
Q=[(S(2)-S(1))/H; (S(2)-S(1))/H; (S(4)+S(3))/L;
(S(4)+S(3))/L; (S(5)-S(6))/H; (S(5)-S(6))/H];
QQ=simplify(Q);
%Luc doc
N=[-Q(3); -Q(3); Q(2)-P; Q(2)-P; Q(4); Q(4)];
NN=simplify(N);
% Dieu kien rang buoc do ben
sicma=[S(1)/W1+N(1)/S0;S(2)/W1+N(2)/S1; -S(3)/W2-N(3)/S2;-
S(4)/W2-N(4)/S2;
S(5)/W1-N(5)/S1;S(6)/W1-N(6)/S0];SICMA=simplify(sicma);
g1=g11-8  g2=SICMA(4)-0.1 g3=SICMA(5)-0.1
a=solve(y1,h2); b=solve(y2,h2); c=solve(y3,h1);
aa=simplify(a) bb=simplify(b) cc=simplify(c)
```

```
clear all; clc; syms h1 h2 t1 t2 delta a b c d e l1;
Z =(135*h1)/2 + 30*h2; g1 =513204727500/(343*h1^3) +
303750000/h2^3 - 8 ;
```

```
g2 =(h2 + 54000)/(8*h2^2) - 1/10; g3 =(3*(h1 + 18000))/(8*h1^2)
- 1/10 ;
%t1=solve(g1==0,h2)
%t2=solve(g2==0,h2)
%t3=solve(g3==0,h1)
t1=((26046562500*h1^3)/(686*h1^3 - 128301181875))^(1/3);
t2=2.604333728924070e+02; t3=2.616893868707043e+02;
t4=-2.25*(h1-634.4341315765114)+521.5694055354313;
ezplot(t4,[200, 800]); hold on; ezplot(t1,[200, 800]);
plot([200, 800],[260.4, 260.4]); plot([261.7, 261.7], [200, 800]);
grid on;

clear all; clc; syms h1 h2 t1 t2 delta a b c d e l1
Z =(135*h1)/2 + 30*h2 ; y1 =513204727500/(343*h1^3) +
303750000/h2^3 - 8 ;
y2 =(h2 + 54000)/(8*h2^2) - 1/10 ; y3 =(3*(h1 +
18000))/(8*h1^2) - 1/10 ;
y1a=subs(y1, h1, 600-67.5*l1); y1b=subs(y1a, h2, 500-30*l1);
r1=simplify(y1b) ezplot(r,[-20, 20]);
roots([1 -(230)/3 +(64900)/27 -(461712185)/12348
+(8007000500)/27783 -(210680450000)/250047 -
137907500000/250047])
y1a=subs(y2, h1, 636.8134756298780-67.5*l1);
y1b=subs(y1a, h2, 516.3615447243902-30*l1); r2=simplify(y1b)
ezplot(r2,[-200, 200]); y1a=subs(y3, h1, 636.8134756298780-
67.5*l1);
y1b=subs(y1a, h2, 516.3615447243902-30*l1); r3=simplify(y1b)
ezplot(r,[-200, 200])

df=[diff(Z,h1) diff(Z,h2)]; df1=[diff(y1,h1) diff(y1,h2)];
df2=[diff(y2,h1) diff(y2,h2)]; df3=[diff(y3,h1) diff(y3,h2)];
df1b=subs(df1,h1,636.8134756298780);
df1c=subs(df1b,h2,516.3615447243902)
df2b=subs(df2,h1,636.8134756298780);
df2c=subs(df2b,h2,516.3615447243902)
df3b=subs(df3,h1,636.8134756298780);
df3b=subs(df3b,h2,516.3615447243902)

x0 = [0.001; 0.001; 0.001]; [x,fval,exitflag] = fsolve(@fun,x0)

[636.8134756298780; 516.3615447243902]+8.502012*[-
0.406130744719204; 0.913815120768526]
```