

Nghiên cứu ứng xử đàn hồi của dầm bê tông cốt thép chịu xoắn

Nguyễn Vĩnh Sáng¹, Nguyễn Anh Dũng², Nguyễn Ngọc Thắng³

¹ Phân hiệu Trường Đại học Thủy lợi

² Trường Đại học Thủy lợi

³ Trường Đại học Thủy lợi

TỪ KHOẢ

Mô men xoắn
Góc xoắn
Mô men xoắn nứt
Bê tông cốt thép
Mô hình màng mềm chịu xoắn

TÓM TẮT

Các nghiên cứu thực nghiệm đã chỉ ra rằng, ứng xử dầm bê tông cốt thép (BTCT) khi chịu xoắn qua hai giai đoạn đàn hồi và đàn dẻo phi tuyến. Có nhiều phương pháp lý thuyết khác nhau để xem xét ứng xử ở giai đoạn đàn hồi như ký thuyết đàn hồi, lý thuyết uốn vênh, lý thuyết ống thành mỏng hay các mô hình tính toán xem xét đến ứng suất chịu kéo trong bê tông như mô hình trường nén hiệu chỉnh, mô hình giàn mềm (SMMT) cho xoắn có kiểm chứng với thực nghiệm. Mô hình giàn mềm (SMMT) cho xoắn được phát triển dựa trên mô hình giàn mềm cho cắt (SMM) để xem xét ứng xử chịu xoắn của dầm BTCT khi xem xét đến hệ số ảnh hưởng Poisson và hiện tượng uốn ngoài mặt phẳng của thanh chống bê tông. Kết quả tính toán được so sánh đối chứng với 53 mẫu trong các nghiên cứu thử nghiệm đã cho thấy độ chính xác tuyệt vời của mô hình SMMT cũng như độ an toàn của lý thuyết đàn hồi khi xem xét ứng xử đàn hồi dầm BTCT chịu xoắn.

KEYWORDS

Torque
Twist
Cracking torque
Reinforced concrete
Softened membrane model for torsion

ABSTRACT

Experimental studies have shown that reinforced concrete beam behavior when subjected to torsion goes through two stages: linear elastic and nonlinear linear elastic. There are many different theoretical methods to consider the behavior at the linear elastic stage such as linear elastic theory, skewbend theory, thin-walled tube theory or models that consider concretetensile stress such as the modifile compression field model and the soft truss model (SMMT) for torsion that have been verified with experiments. The soft truss model (SMMT) for torsion is developed based on the soft truss model for shear (SMM) to consider the torsional behavior of RC beams when considering the Poisson coefficient and the out-of-plane bending phenomenon of the concrete struts. Calculation results compared with 53 tests in experimental studies have shown the accuracy of the SMMT model as well as the safety of linear elastic theory when considering the elastic behavior of reinforced concrete beams subjected to twisted.

1. Giới thiệu

Trong kết cấu công trình bằng bê tông cốt thép một số cấu kiện chịu xoắn đáng kể như dầm ban công, dầm thang bộ, dầm dạng cong... Mô men xoắn gây ra dạng phá hoại nứt kết cấu theo dạng đường xoắn ốc dọc theo chu vi của cấu kiện. Việc kết cấu hình thành và mở rộng vết nứt gây ảnh hưởng đến mỹ quan công trình, tâm lý người sử dụng cũng như gây ra việc ăn mòn cốt thép bên trong xảy ra nhanh chóng hơn. Đối với cấu kiện chịu xoắn, đặc trưng cho giai đoạn hình thành các vết nứt ban đầu thông qua mô men xoắn nứt và góc xoắn nứt tương ứng là T_{cr} ; θ_{cr} . Do đó, việc xác định T_{cr} là cần thiết để đánh giá được giai đoạn làm việc của cấu kiện bê tông cốt thép khi chịu xoắn. Các nghiên cứu thực nghiệm cũng đã chỉ ra rằng, đối với các dầm BTCT chịu xoắn được bố trí cốt thép tối thiểu thì mô men xoắn nứt lớn hơn mô men xoắn cực hạn. Ngoài ra, theo TCVN 5574 - 2018 [1] chỉ xét đến khả năng chịu mô men xoắn cực hạn nhưng không xét đến mô men xoắn nứt.

Xiển là một vấn đề phức tạp hơn cắt vì sự làm việc trong không gian ba chiều không chỉ liên quan đến vấn đề cắt của các phần tử màng hai chiều trong ống thành mỏng, mà còn là sự cân bằng và tương thích của toàn bộ phần tử ba chiều cùng với sự cong vênh của thành ống gây ra bởi sự uốn trong thanh chống bê tông Hsu [2]. Khi đánh giá sự làm việc của dầm BTCT chịu xoắn được chia thành hai giai đoạn chính: đàn hồi (trước và sau nứt) và đàn dẻo. (1) giai đoạn trước nứt, dầm vẫn làm việc trong miền đàn hồi và để đánh giá khả năng chịu lực thông qua lý thuyết uốn vênh, lý thuyết đàn hồi tuyến tính. Còn giai đoạn sau nứt đàn hồi dựa trên mô hình phân tích vết nứt Karayannis [3], lý thuyết ống mỏng Bredt's [4], mô hình giàn không gian được sử dụng xét đến sự làm việc chịu kéo của bê tông như mô hình trường nén hiệu chỉnh (MCFT) [5], mô hình giàn mềm (SMMT) theo CH Jeng [6]. (3) giai đoạn đàn dẻo sau nứt, ứng xử của dầm rất phức tạp vì sự làm việc khác nhau của các thành phần cấu thành (bê tông, cốt thép) đến khả năng chịu xoắn. Có nhiều phương pháp khác nhau đã được sử dụng để dự đoán khả năng và ứng xử của

*Liên hệ tác giả: sangnv@tlu.edu.vn

Nhận ngày 09/05/2023, sửa xong ngày 01/08/2023, chấp nhận đăng 08/08/2023

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.05.2023.596>

dầm BTCT khi chịu xoắn. Trong nghiên cứu này, mô hình giàn mềm SMMT được sử dụng để đánh giá ứng xử đàn hồi của dầm BTCT chịu xoắn. Đường cong quan hệ mô men xoắn – góc xoắn ở giai đoạn đàn hồi được thể hiện và đối chứng với các nghiên cứu thực nghiệm. Hơn nữa, 53 mẫu của các nghiên cứu thực nghiệm được sử dụng để đánh giá độ chính xác của mô hình SMMT và so sánh với các lý thuyết đàn hồi, lý thuyết ống thành mỏng và lý thuyết uốn vênh về mô men xoắn nứt.

2. Mô hình phân tích theo SMMT

Dưới tác dụng của lực xoắn T, một hệ dàn được tạo ra bởi thanh chống là các thanh bê tông nghiêng chịu nén, các thanh chịu kéo là cốt thép dọc và thép đai nhằm chống lại sự tác dụng của ngoại lực T. Để tính toán ứng xử sau nứt dầm BTCT, một mô hình màng mềm hiệu chỉnh cho xoắn được phát triển bởi Jeng và Hsu 2009 [6] dựa trên mô hình giàn mềm SMM cho kết cấu chịu cắt. Theo cách tiếp cận này, các phương trình cân bằng và tương thích được giải cùng với các quan hệ ứng suất – biến dạng của vật liệu cấu thành cấu kiện khi chịu xoắn thuần túy thể hiện trong Hình 1. Một thuật toán thử và sai đã được phát triển, dựa trên thuật toán do Hsu và Jeng [6] đề xuất để tính toán từng điểm của đường cong mô-men xoắn.

2.1 Phương trình cân bằng

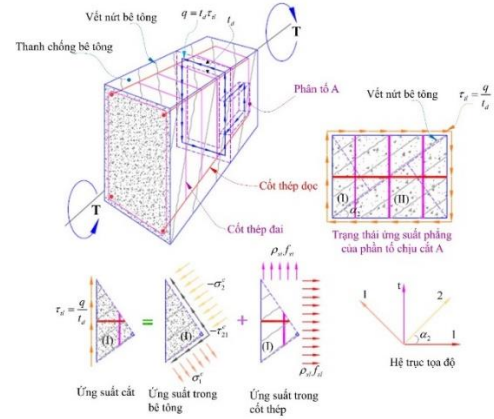
Mô men xoắn T tác dụng vào tiết diện hình chữ nhật của dầm BTCT được thể hiện trên Hình 1a tạo ra ứng suất cắt đều trên dòng chảy cắt có chiều dày t_d và bằng ($\tau_{lt} = q/t_d$). Xem xét phần tử A của dầm chữ nhật BTCT chịu xoắn thuần túy trong vùng chảy cắt trên Hình 1a, trạng thái ứng suất có thể biểu diễn bằng vòng tròn Mohr bằng cách xác định tọa độ trục l – t là phương của cốt thép dọc và phương đứng của thép đai, tọa độ 2-1 là phương của ứng suất chính theo Hình 1b. Các phương trình cân bằng trong mặt phẳng cho phần tử A được đưa ra bởi phương trình :

$$\sigma_l = \sigma_2^c \cos^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \sin^2 \alpha_2 + 2\tau_{21}^c \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_{sl} f_{sl} \quad (1a)$$

$$\sigma_t = \sigma_2^c \sin^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \cos^2 \alpha_2 - 2\tau_{21}^c \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_{st} f_{st} \quad (1b)$$

$$\tau_{lt} = (\sigma_2^c + \sigma_1^c) \sin^2 \alpha_2 - 2\tau_{21}^c \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_{st} f_{st} \quad (1c)$$

trong đó, σ_l và σ_t lần lượt là ứng suất pháp tuyến tác dụng theo phương dọc và phương ngang của phần tử BTCT, σ_1^c và σ_2^c lần lượt là ứng suất pháp tuyến trung bình của bê tông theo phương 1 và phương 2, τ_{lt} là ứng suất cắt tác dụng theo phương tọa độ l-t của các cốt thép, τ_{21}^c là ứng suất cắt trên vết nứt tròn (trung bình) của bê tông theo tọa độ 2-1, α_2 là góc của ứng suất nén chính tác dụng giữa trục 2 và trục l, ρ_{sl} và ρ_{st} lần lượt là hàm lượng thép dọc và thép ngang, f_{sl} và f_{st} lần lượt là ứng suất kéo của thép dọc và thép ngang. Vì ứng suất pháp tuyến trong phần tử chịu lực xoắn thuần túy bằng 0, nên theo cơ học vật liệu với phần tử vô cùng nhỏ được thể hiện trong Hình 1, ở trạng thái ứng suất cắt thuần túy ($\sigma_l = \sigma_t = 0$) và $\alpha_2 = 45^\circ$.



Hình 1. Dầm chịu xoắn thuần túy và trạng thái ứng suất phẳng theo CH Jeng [7].

2.2 Phương trình tương thích

Khả năng tương thích trong mặt phẳng của phần tử A trong Hình 1. Hsu và Zhu [8] phải đảm bảo ba phương trình tương thích được biểu diễn bằng vòng tròn Mohr trong Hình 2.

$$\epsilon_l = \epsilon_2 \cos^2 \alpha_2 + \epsilon_1 \sin^2 \alpha_2 + \gamma_{12} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (2a)$$

$$\epsilon_t = \epsilon_2 \sin^2 \alpha_2 + \epsilon_1 \cos^2 \alpha_2 - \gamma_{12} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (2b)$$

$$\gamma_{lt} = 2(-\epsilon_2 + \epsilon_1) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \gamma_{21} (\cos \alpha_2 - \sin \alpha_2) \quad (2c)$$

trong đó ϵ_l và ϵ_t tương ứng là biến dạng trung bình của thép dọc và cốt đai theo phương dọc và đứng, γ_{lt} là biến dạng cắt trung bình theo hệ trục l-t của thanh thép, ϵ_1 và ϵ_2 là biến dạng hai trục trung bình theo phương 1 và 2 tương ứng, γ_{12} là biến dạng cắt trung bình trong hệ tọa độ 2-1. Vì các quy luật cấu tạo của vật liệu được tính toán từ các biến dạng đơn trục nên cần phải xác định các biến dạng đơn trục đối với các biến dạng hai trục theo Hsu và Zhu 2002 [9]:

$$v_{12} = 0.2 + 850 \epsilon_{sf} k h_i \epsilon_{sf} \leq \epsilon_y \quad (3a)$$

$$v_{12} = 1.9 k h_i \epsilon_{sf} > \epsilon_y \quad (3b)$$

$$v_{21} = 0 \quad (3c)$$

trong đó ϵ_{sf} là biến dạng trung bình của các thanh thép chảy dẻo đầu tiên, ϵ_y là biến dạng chảy của các cốt thép.

Trong mô hình SMMT cho xoắn, Jeng và Hsu 2009 [6] đã đề xuất hệ số Zhu/Hsu cho mô hình SMM sang SMMT khi xét đến sự uốn trong thanh chống bê tông dẫn đến sự suy giảm hệ số Zhu/Hsu 20% so với ứng xử cắt, được thể hiện quan phương trình :

$$(v_{12})_{Torsion} = 0.8 v_{12} \text{ và } v_{21} = 0 \quad (4)$$

Do đó, sự suy giảm biến dạng theo phương 1 và 2 của phương trình (3) và (4) cho xoắn được xác định như sau :

$$\bar{\epsilon}_1 = \epsilon_1 + (v_{12})_{Torsion} \epsilon_2 \quad (5)$$

$$\bar{\epsilon}_2 = \epsilon_2 \quad (6)$$

Các biến dạng một trục trung bình theo hướng l $\bar{\epsilon}_l$ và hướng t $\bar{\epsilon}_t$ của các thanh thép được tính theo quy trình tương tự như phương trình (2), biến dạng một trục được thay thế bằng biến dạng hai trục. Chiều dày thành mỏng được xác định như sau [6]:

$$t_d = \frac{1}{2(Q+4)} \left[p_c \left(1 + \frac{Q}{2} \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{Q}{2} \right)^2 (p_c)^2 - 4Q(Q+4)A_c} \right] \quad (7)$$

$$Q = \frac{2\bar{\varepsilon}_{2s}}{\gamma_{lt} \sin 2\alpha} = \frac{4\bar{\varepsilon}_2}{\gamma_{lt} \sin 2\alpha} \quad (8)$$

Diện tích và chu vi dòng chảy cắt được xác định như sau :

$$A_0 = A_c - 0.5p_c t_d + t_d^2 \quad (9)$$

$$p_0 = p_c - 4t_d \quad (10)$$

Áp dụng phương trình Bresl' khi chịu xoắn, ta xác định được mô men xoắn thông qua hệ thức sau :

$$T = 2A_0 q = 2A_0 t_d \tau_{lt} \quad (11)$$

Hàm lượng cốt thép dọc và cốt thép đai trong hệ thức (1a) và (1b) của dòng chảy cắt xác định bởi :

$$\rho_{st} = \frac{A_{st}}{p_0 t_d} \text{ và } \rho_{st} = \frac{A_{st}}{s t_d} \quad (12)$$

2.3 Quan hệ ứng suất - biến dạng của vật liệu

2.3.1 Quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông

Như trong SMM, mối quan hệ biến dạng - ứng suất nén của bê tông mềm hóa theo Wang 2006 [10] được sử dụng và được minh họa trong Hình 2(a):

$$\sigma_2^c = -\eta k_{1c} \zeta f_c' \quad (13)$$

Hệ số ứng suất trung bình k_{1c} thu được bằng cách tích hợp các phương trình biến dạng ứng suất trong Hình 3(a), như sau:

$$k_{1c} = \left[\frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} - \frac{1}{3} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} \right)^2 \right] K h i \frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} \leq 1 \quad (14a)$$

$$k_{1c} = 1 - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_p}{\bar{\varepsilon}_{2s}} - \frac{(\bar{\varepsilon}_{2s} - \varepsilon_p)^3}{3\bar{\varepsilon}_{2s}(4\varepsilon_0 - \varepsilon_p)^2} K h i \frac{\bar{\varepsilon}_{2s}}{\varepsilon_p} > 1 \quad (14b)$$

$$\zeta = \frac{5.8}{\sqrt{f_c'}} \frac{1}{\sqrt{1 + 400\bar{\varepsilon}_1}} \left(1 - \frac{|\beta|}{240} \right) \leq 0.9 \text{ và } \frac{5.8}{\sqrt{f_c'}} \leq 0.9 \quad (15)$$

$$\beta \left(\text{deg} \right) \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_{21}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \right) \frac{180}{\pi} \quad (16)$$

trong đó f_c' là cường độ nén bê tông mẫu lăng trụ, ε_0 là biến dạng bê tông tại ứng suất nén cực đại lấy bằng $-0,00235$, ζ là hệ số hóa mềm được tính từ biểu thức (25) và $\varepsilon_p = \zeta \varepsilon_0$, biến dạng $\bar{\varepsilon}_{2s} = 2\bar{\varepsilon}_2$ là biến dạng ở mặt ngoài thanh chống bê tông.

Đối với bê tông chịu kéo thể hiện trên Hình 2 (b), ứng suất kéo xác định theo Jeng và Hsu [6] như sau:

$$\sigma_1^c = \eta k_{1t} f_{cr} \quad (17)$$

$$k_{1t} = \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{2\varepsilon_{cr}} K h i \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{\varepsilon_{cr}} \leq 1 \quad (18)$$

$$k_{1t} = \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{2\varepsilon_{cr}} + \frac{(\varepsilon_{cr})^{0.4}}{(0.6)\bar{\varepsilon}_{1s}} [(\bar{\varepsilon}_{1s})^{0.6} - (\varepsilon_{cr})^{0.6}] K h i \frac{\bar{\varepsilon}_{1s}}{\varepsilon_{cr}} > 1 \quad (19)$$

$$\varepsilon_{cr} = \mu(0.00008) \text{ và } f_{cr} = \lambda \mu(0.31) \sqrt{f_c'} \quad (20)$$

Đối với dầm đặc lấy các hệ số $\mu = \lambda = 1.45$ và $\eta = 1$. Trong đó : k_{1t} là hệ số trung bình của ứng suất kéo trong bê tông, f_{cr} là cường độ kéo nứt của bê tông và ε_{cr} là biến dạng nứt của bê tông. $\bar{\varepsilon}_{1s} = 2\bar{\varepsilon}_1$ là biến dạng kéo ở mép ngoài của bê tông.

2.3.2 Quan hệ ứng suất biến dạng của cốt thép

Ứng suất kéo trong vết nứt trơn của bê tông được xem xét trong mô hình SMMT, mối quan hệ ứng suất - biến dạng của cốt thép dọc và thép đai thông thường được thay thế mối quan hệ ứng suất - biến

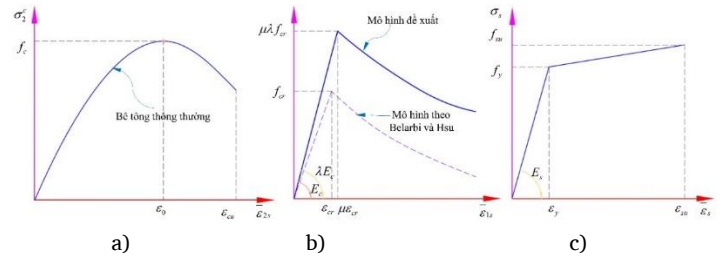
dạng khi xét đến ứng suất kéo nứt của bê tông vì cốt thép được nhúng trong bê tông theo [11] được thể hiện trên Hình 2 (c) và qua các phương trình sau :

$$f_s = E_s \bar{\varepsilon}_s K h i \bar{\varepsilon}_s \leq \bar{\varepsilon}_n \quad (21)$$

$$f_s = f_y \left[(0.91 - 2B) + (0.02 + 0.25B) \left(\frac{\bar{\varepsilon}_s}{\varepsilon_y} \right) \right] K h i \bar{\varepsilon}_s > \bar{\varepsilon}_n \quad (22)$$

$$\bar{\varepsilon}_n = f_y (0.93 - 2B) \text{ và } B = \frac{(f_{cr}/f_y)^{1.5}}{\rho} \quad (23)$$

Trong đó : f_s , E_s , $\bar{\varepsilon}_s$ là ứng suất, mô đun đàn hồi, biến dạng của cốt thép đang xét (thép đai hoặc thép dọc). f_y là cường độ chảy dẻo của cốt thép.



Hình 2. Quan hệ ứng suất – biến dạng : (a) bê tông chịu nén, (b) bê tông chịu kéo, (c) cốt thép dọc và cốt đai.

2.4 Quan hệ của bê tông chịu cắt

Như trong SMM, ứng suất cắt Bairan JM và Mari AR 2007 [12] được kết hợp trong SMMT mối quan hệ ứng suất cắt của bê tông với biến dạng cắt như sau:

$$\tau_{21}^c = \frac{\sigma_1^c - \sigma_2^c}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \gamma_{21} \quad (24)$$

2.5 Sơ đồ thuật toán

Thuật toán giải pháp của SMMT được đề xuất là một phần mở rộng của SMM. Như trong SMM, hai phương trình cân bằng cơ bản đầu tiên trong biểu thức (1a) và (1b) được cộng và trừ để thu được hai phương trình sau (25) và (26) dưới đây sử dụng làm tiêu chí hội tụ cho quy trình nghiệm Hsu và Zhu 2002 [8]:

$$\rho_{st} f_l + \rho_{st} f_t = -(\sigma_2^c + \sigma_1^c) \quad (25)$$

$$\rho_{st} f_l - \rho_{st} f_t = -(-\sigma_2^c + \sigma_1^c) \cos 2\alpha - 2\tau_{21}^c \sin 2\alpha \quad (26)$$

Một chương trình được sử dụng trong môi trường MATLAB bằng thuật toán thử và sai để tính toán từng điểm của đường cong quan hệ mô men xoắn – góc xoắn trên một đơn vị dài.

3. Mô men xoắn nứt theo các mô hình khác

Mô men xoắn nứt được xác định bởi nhiều lý thuyết khác nhau: lý thuyết đàn hồi, lý thuyết uốn vênh và lý thuyết ống thành mỏng Bresl' [4] được trình bày trong các tiêu chuẩn, các nghiên cứu trước đây và tổng hợp ở Bảng 1.

Bảng 1. Xác định mô men xoắn nứt theo các lý thuyết khác nhau.

| Tham khảo | Hệ thức xác định | Lý thuyết tính toán |
|-------------------|--|-------------------------------------|
| Lý thuyết đàn hồi | $T_{cr} = W_T f_{cr}$ Với dầm đặc: $W_T = \alpha x^2 y$ Hệ số đàn hồi St. Venant: $\alpha = (1 - 0,63x/y)^3$ | Lý thuyết đàn hồi |
| Hsu 1984 [13] | $T_{cr} = 6y(x^2 + 10)^{3/2} \sqrt{f'_c}$ | Lý thuyết uốn vênh [13] |
| ACI 318M-05 [14] | Với dầm đặc: $T_{cr} = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right)$ | Lý thuyết ống thành mỏng Bres't [4] |

4. Ví dụ số

4.1 Ví dụ số

Mô hình tính toán được kiểm chứng với các thí nghiệm đã thực hiện của các nghiên cứu của [15-18] với tổng 53 mẫu thử được tính toán và so sánh. Mô men xoắn nứt và biểu đồ quan hệ mô men xoắn – góc xoắn được trình bày.

4.2 Kết quả tính toán và nhận xét

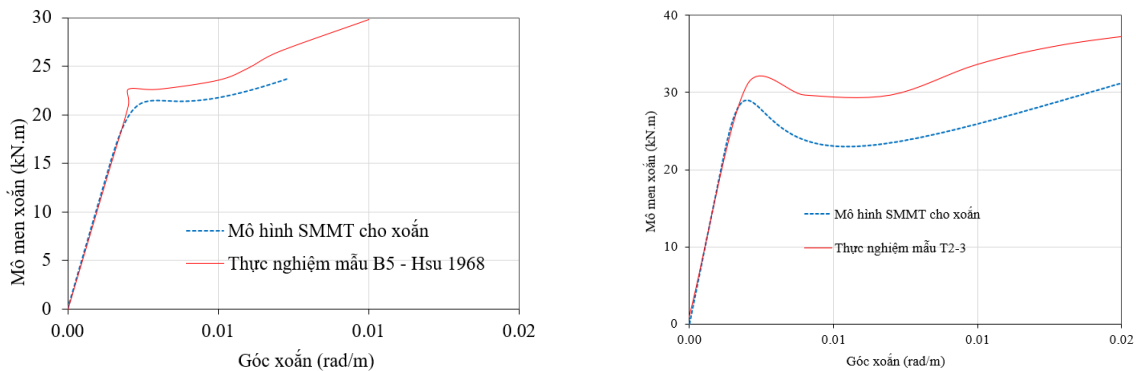
Mô men xoắn nứt được tính toán theo lý thuyết đàn hồi, lý thuyết uốn vênh, lý thuyết ống thành mỏng Bres't và SMMT được tổng hợp ở Bảng 2. Tỷ số $T_{cr,cal}/T_{cr,exp}$ trung bình theo lý thuyết uốn vênh cho giá trị lớn hơn 1 và bằng 1,07 trong khi theo lý thuyết thành mỏng là nhỏ nhất bằng 0,66. Còn theo lý thuyết đàn hồi và SMMT

tương ứng là 0,72 ; 0,93. Ngoài ra, trên Hình 4 cũng cho thấy sự phân bố của tỷ số $T_{cr,cal}/T_{cr,exp}$ so với đường phân bố chuẩn. Tất cả các kết quả theo lý thuyết đàn hồi và lý thuyết uốn vênh đều nằm dưới đường phân bố chuẩn (nhỏ hơn 1). Điều này cho thấy sự an toàn trong thiết kế theo hai lý thuyết này. Bên cạnh đó, biểu đồ phân bố theo SMMT gần với kết quả thực nghiệm nhất. Điều đặc biệt trong kết quả phân tích này là tất cả tính toán theo thực nghiệm của [17] cho giá trị nhỏ nhất, nguyên nhân bởi thực nghiệm của [17] tạo ra mô men xoắn kết hợp với uốn, cắt khác với xoắn thuần túy. Trên Hình 2 thể hiện ứng xử của dầm BTCT chịu xoắn ở giai đoạn làm việc đàn hồi theo SMMT và thực nghiệm. Kết quả cho thấy độ chính xác tuyệt vời của mô hình SMMT với thực nghiệm ở giai đoạn làm việc đàn hồi của dầm BTCT chịu xoắn. Ứng xử ở toàn bộ giai đoạn làm việc của dầm cũng được thể hiện trên Hình 3.

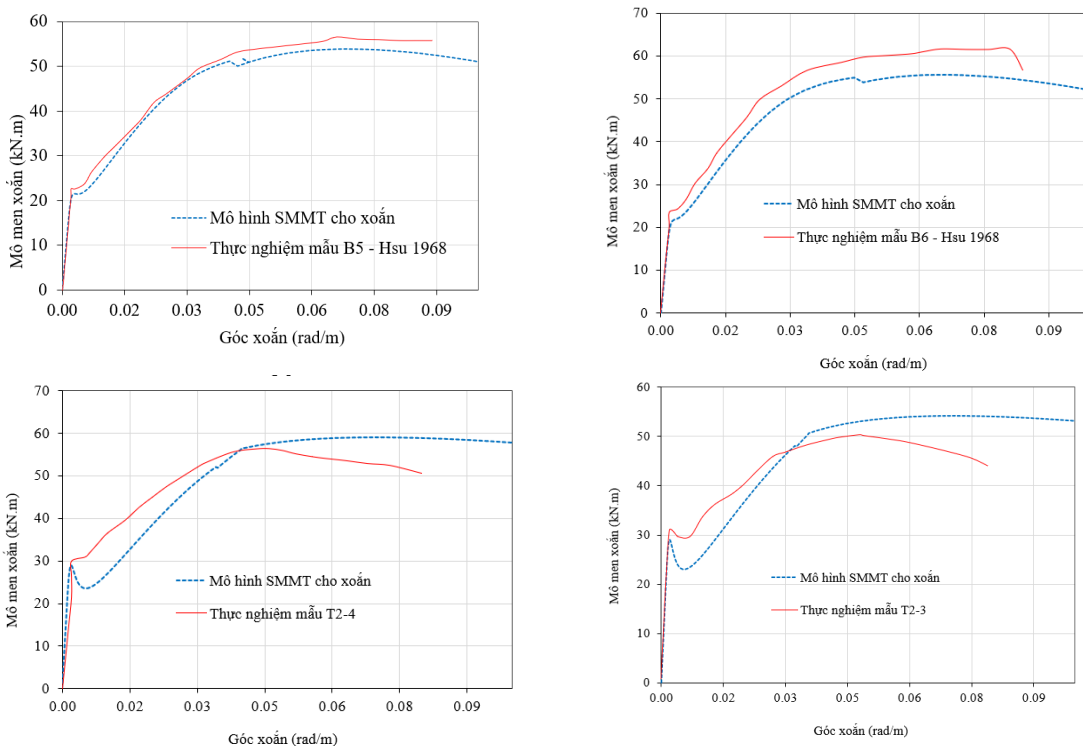
Bảng 1. Mô men xoắn nứt thực nghiệm và tính toán.

| Tham khảo | Mẫu thử | $T_{cr,exp}$ (kN.m) | Lý thuyết đàn hồi | | Lý thuyết uốn vênh Hsu 1984 [13] | | Lý thuyết ống thành mỏng Bres't ACI 318M-05 [14] | | SMMT | |
|---------------------|---------|------------------------|------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|---|---------------------------------|------------------------|---------------------------------|
| | | | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ |
| Lee và cộng sự [18] | T1-1 | 31,4 | 29,54 | 0,94 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 28,49 | 0,91 |
| | T1-2 | 31,4 | 29,54 | 0,94 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 28,69 | 0,91 |
| | T1-3 | 31,8 | 29,54 | 0,93 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 28,67 | 0,90 |
| | T1-4 | 33,7 | 29,54 | 0,88 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 29,24 | 0,87 |
| | T2-1 | 29,8 | 29,54 | 0,99 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 28,64 | 0,96 |
| | T2-2 | 29,9 | 29,54 | 0,99 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 28,49 | 0,95 |
| | T2-3 | 29,8 | 29,54 | 0,99 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 28,89 | 0,97 |
| | T2-4 | 29,9 | 29,54 | 0,99 | 25,63 | 1,34 | 18,27 | 0,77 | 28,91 | 0,97 |
| Hsu 1968 [15] | B1 | 20,00 | 16,14 | 0,81 | 17,76 | 1,21 | 12,78 | 0,69 | 20,62 | 1,03 |
| | B2 | 20,00 | 16,74 | 0,84 | 17,98 | 1,22 | 13,02 | 0,69 | 20,05 | 1,00 |
| | B3 | 20,11 | 16,42 | 0,82 | 17,86 | 1,22 | 12,89 | 0,69 | 20,64 | 1,03 |
| | B4 | 21,92 | 17,87 | 0,82 | 18,37 | 1,23 | 13,45 | 0,69 | 21,69 | 0,99 |
| | B5 | 22,60 | 16,99 | 0,75 | 18,06 | 1,22 | 13,11 | 0,69 | 21,54 | 0,95 |
| | B6 | 24,97 | 16,87 | 0,68 | 18,02 | 1,22 | 13,06 | 0,69 | 21,62 | 0,87 |
| | B7 | 20,22 | 15,21 | 0,75 | 17,41 | 1,20 | 12,41 | 0,69 | 18,70 | 0,92 |
| | B8 | 21,81 | 15,66 | 0,72 | 17,58 | 1,21 | 12,59 | 0,69 | 20,28 | 0,93 |
| | B9 | 19,66 | 16,87 | 0,86 | 18,02 | 1,22 | 13,06 | 0,69 | 20,67 | 1,05 |

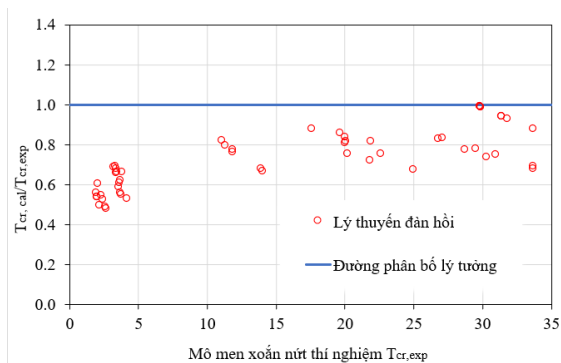
| Tham khảo | Mẫu thử | $T_{cr,exp}$ (kN.m) | Lý thuyết đàn hồi | | Lý thuyết uốn vênh Hsu 1984 [13] | | Lý thuyết ống thành mỏng Bres't ACI 318M-05 [14] | | SMMT | |
|---------------------|---------|------------------------|------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|---|---------------------------------|------------------------|---------------------------------|
| | | | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ | $T_{cr,cal}$ (kN.m) | $\frac{T_{cr,cal}}{T_{cr,exp}}$ |
| | B10 | 17,63 | 15,50 | 0,88 | 17,52 | 1,20 | 12,52 | 0,69 | 20,25 | 1,15 |
| | C1 | 11,30 | 8,99 | 0,80 | 11,66 | 1,20 | 6,94 | 0,83 | 11,10 | 0,98 |
| | C2 | 11,07 | 9,06 | 0,82 | 11,69 | 1,20 | 6,96 | 0,83 | 11,05 | 1,00 |
| | C3 | 11,86 | 9,18 | 0,77 | 11,74 | 1,21 | 7,01 | 0,83 | 11,56 | 0,97 |
| | C4 | 11,86 | 9,04 | 0,76 | 11,68 | 1,20 | 6,96 | 0,83 | 11,56 | 0,97 |
| | C5 | 14,01 | 9,30 | 0,66 | 11,79 | 1,21 | 7,05 | 0,83 | 11,74 | 0,84 |
| | C6 | 13,90 | 9,42 | 0,68 | 11,84 | 1,21 | 7,10 | 0,83 | 12,00 | 0,86 |
| | G1 | 26,78 | 22,14 | 0,83 | 23,32 | 1,20 | 18,50 | 0,62 | 27,03 | 1,01 |
| | G2 | 30,28 | 22,30 | 0,74 | 23,38 | 1,20 | 18,57 | 0,62 | 29,13 | 0,96 |
| | G3 | 27,12 | 22,60 | 0,83 | 23,48 | 1,21 | 18,69 | 0,62 | 29,23 | 1,08 |
| | G4 | 28,70 | 22,25 | 0,78 | 23,36 | 1,20 | 18,55 | 0,62 | 30,19 | 1,05 |
| | G5 | 29,49 | 22,88 | 0,78 | 23,58 | 1,21 | 18,81 | 0,62 | 29,79 | 1,01 |
| | G6 | 30,96 | 23,18 | 0,75 | 23,68 | 1,21 | 18,93 | 0,62 | 30,79 | 0,99 |
| | G7 | 33,67 | 22,88 | 0,68 | 23,58 | 1,21 | 18,81 | 0,62 | 31,24 | 0,93 |
| | G8 | 33,67 | 23,18 | 0,69 | 23,68 | 1,21 | 18,93 | 0,62 | 30,32 | 0,90 |
| Karayanis [16] | R(a) | 1,93 | 1,07 | 0,56 | 1,97 | 0,77 | 1,01 | 0,62 | 2,03 | 1,05 |
| | R(b) | 2,32 | 1,26 | 0,54 | 2,08 | 0,79 | 1,09 | 0,62 | 2,22 | 0,96 |
| | R(c) | 2,04 | 1,23 | 0,61 | 2,07 | 0,79 | 1,08 | 0,62 | 1,96 | 0,96 |
| | Rh(a) | 3,79 | 2,51 | 0,66 | 3,34 | 0,82 | 2,04 | 0,55 | 3,76 | 0,99 |
| | Rh(b) | 3,37 | 2,21 | 0,66 | 3,20 | 0,81 | 1,91 | 0,55 | 3,32 | 0,99 |
| | Rh(c) | 3,37 | 2,28 | 0,68 | 3,23 | 0,81 | 1,94 | 0,55 | 3,34 | 0,99 |
| Chalioris 2006 [17] | R4-20 | 2,17 | 1,07 | 0,50 | 1,97 | 0,77 | 1,01 | 0,62 | 1,57 | 0,72 |
| | R4-15 | 2,01 | 1,07 | 0,53 | 1,97 | 0,77 | 1,01 | 0,62 | 1,59 | 0,79 |
| | R4-10 | 2,00 | 1,07 | 0,54 | 1,97 | 0,77 | 1,01 | 0,62 | 1,61 | 0,81 |
| | R6-20 | 2,40 | 1,26 | 0,53 | 2,08 | 0,79 | 1,09 | 0,62 | 1,94 | 0,81 |
| | R6-15 | 2,59 | 1,26 | 0,49 | 2,08 | 0,79 | 1,09 | 0,62 | 1,96 | 0,76 |
| | R6-10 | 2,64 | 1,26 | 0,48 | 2,08 | 0,79 | 1,09 | 0,62 | 2,06 | 0,78 |
| | RH4-20 | 3,22 | 2,21 | 0,69 | 3,20 | 0,81 | 1,91 | 0,55 | 2,14 | 0,66 |
| | RH4-15 | 3,64 | 2,21 | 0,61 | 3,20 | 0,81 | 1,91 | 0,55 | 3,01 | 0,83 |
| | RH4-10 | 4,18 | 2,21 | 0,53 | 3,20 | 0,81 | 1,91 | 0,55 | 3,12 | 0,75 |
| | RH6-20 | 3,78 | 2,08 | 0,55 | 3,13 | 0,80 | 1,85 | 0,55 | 3,15 | 0,83 |
| | RH6-15 | 3,55 | 2,08 | 0,58 | 3,13 | 0,80 | 1,85 | 0,55 | 3,21 | 0,90 |
| | RH6-10 | 3,72 | 2,08 | 0,56 | 3,13 | 0,80 | 1,85 | 0,55 | 3,23 | 0,87 |
| | RH8-20 | 3,45 | 2,28 | 0,66 | 3,23 | 0,81 | 1,94 | 0,55 | 3,21 | 0,93 |
| | RH8-15 | 3,30 | 2,28 | 0,69 | 3,23 | 0,81 | 1,94 | 0,55 | 3,15 | 0,95 |
| RH8-10 | 3,68 | 2,28 | 0,62 | 3,23 | 0,81 | 1,94 | 0,55 | 3,22 | 0,88 | |
| Trung bình | | | | 0,72 | | 1,07 | | 0,66 | | 0,93 |
| Độ lệch chuẩn SD | | | | 0,14 | | 0,22 | | 0,09 | | 0,10 |
| Biến động CV | | | | 0,20 | | 0,21 | | 0,14 | | 0,10 |



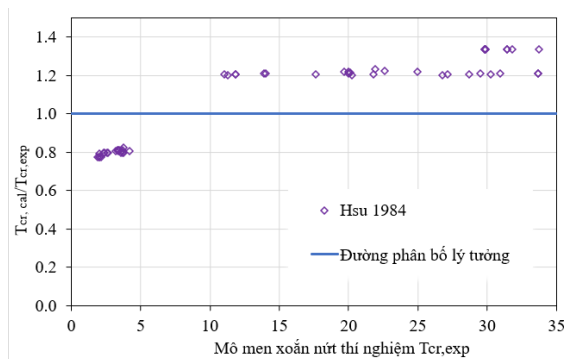
Hình 2. Ứng xử giai đoạn làm việc đàn hồi theo mô hình SMMT và thực nghiệm của dầm BTCT chịu xoắn thuần túy.



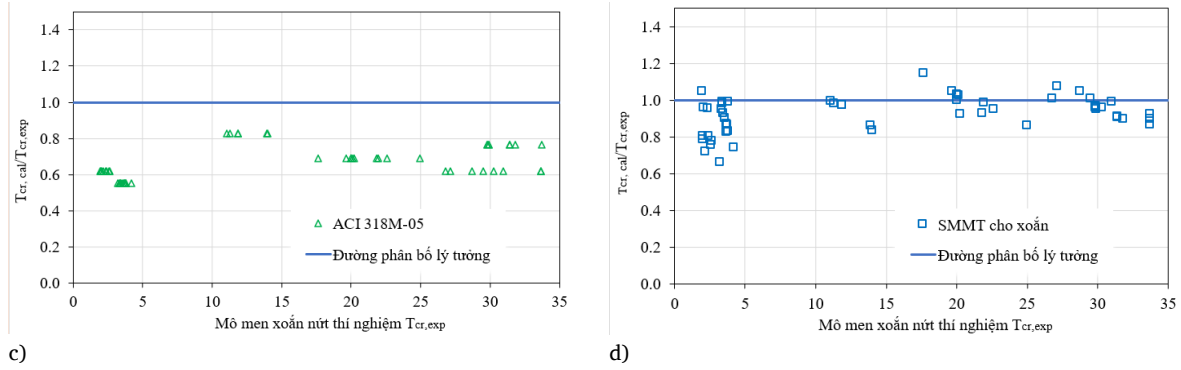
Hình 3. Ứng xử dầm BTCT của mô hình SMMT và thực nghiệm.



a)



b)



Hình 4. Biểu đồ phân bố tỷ số $T_{cr,cal}/T_{cr,exp}$ so với đường phân bố chuẩn : (a) theo lý thuyết đàn hồi, (b) theo lý thuyết uốn vênh, (c) theo ống thành mỏng, (d) theo SMMT.

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày ứng xử chịu xoắn ở giai đoạn đàn hồi của dầm BTCT và xác định mô men xoắn nứt theo các phương pháp khác nhau lý thuyết uốn vênh, lý thuyết đàn hồi, ống thành mỏng Brest' và mô hình SMMT. Ví dụ số lấy từ 53 mẫu thí nghiệm đã được thực hiện để kiểm chứng mô hình tính toán khi so sánh giá trị mô men xoắn nứt với các nghiên cứu khác, biểu đồ ứng xử mô men xoắn – góc xoắn cũng được thể hiện theo SMMT. Từ các kết quả phân tích, có thể rút ra một số kết luận sau :

- Mô men xoắn nứt được tính toán theo các lý thuyết đàn hồi, ống thành mỏng Brest' cho kết quả nhỏ hơn thực nghiệm. Bên cạnh đó, theo lý thuyết ống thành mỏng Brest' ACI 318M-05 [14] cho kết quả nhỏ nhất là an toàn trong thiết kế.

- Mô men xoắn nứt theo SMMT gần với kết quả thực nghiệm nhất. Ngoài ra, mô hình SMMT đã cho ứng xử tuyệt vời ở giai đoạn đàn hồi so với thực nghiệm. Giải bài toán theo mô hình SMMT cần thủ tục lặp phức tạp, cần xem xét đến các phương pháp đơn giản hóa khi xác định mô men xoắn nứt khi thực hiện theo mô hình này.

Tài liệu tham khảo

- [1]. TCVN-5574-2018, "Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép – Tiêu chuẩn thiết kế," Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng - Bộ Xây dựng 2018.
- [2]. Hsu, T. T, *Unified theory of reinforced concrete*. Boca Raton, FL: CRC Press. (in Eng), 1993.
- [3]. Karayannis, C. G, "Smearred crack analysis for plain concrete in torsion," *J. Struct. Eng.*, vol. 126, no. 6, pp. 638–645, 2000, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:6(638).
- [4]. Bredt, R, "Kritische Bemerkungen zur drehungselastizitat," *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, vol. 40, no. 28, pp. 785-790, 1986.
- [5]. Vecchio, F. J., and M. P. Collins, "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear," *ACI J*, vol. 83, no. 2, pp. 219–231, 1986.
- [6]. Chyuan-Hwan Jeng, Thomas T.C. Hsu, "A softened membrane model for torsion in reinforced concrete members," *Eng. Struct.*, vol. 31, no. 9, pp. 1944–1954, 2009, doi: 10.1016/j.engstruct.2009.02.038.
- [7]. Chyuan-Hwan Jeng, Min Chao, "Unified rational formula for pre-cracking torsional stiffness of solid and hollow reinforced concrete members," *Engineering Structures*, vol. 99, pp. 90-107, 2015.
- [8]. Zhu, Thomas T. C. Hsu and Ronnie R. H., "Softened membrane model for reinforced concrete elements in shear," *ACI Structural Journal*, vol. 99, no. 4, pp. 460–469, 2002, doi: 10.14359/12115.
- [9]. Hsu, Ronnie R. H. Zhu and Thomas T. C., "Poisson Effect in Reinforced Concrete Membrane Elements," *Structural Journal*, vol. 9, no. 5, pp. 631-640, 2002.
- [10]. J, Wang, "Constitutive relationships of prestressed concrete membrane elements," Ph.D. dissertation. Houston (TX, USA), University of Houston, 2006.
- [11]. TT, Belarbi A and Hsu, "Constitutive laws of softened concrete in biaxial tension compression," *Structural Journal* vol. 92, no. 5, pp. 562–573, 1995, doi: 10.14359/907.
- [12]. Bairan JM, Mari AR, "Multiaxial-coupled analysis of RC cross-sections subjected to combined forces," *Eng Struct*, vol. 29, no. 8, pp. 1722-1738, 2007, doi: 10.1016/j.engstruct.2006.09.007.
- [13]. Hsu, Thomas T. C., "Torsion Of Structural Concrete-Uniformly Prestressed Rectangular Members Without Web Reinforcement," *PCI Journal*, 1984.
- [14]. Committee-318, ACI, "Building Code Requirements for Structural Concrete," American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2005.
- [15]. Hsu, Thomas T.C., "Torsion of Structural Concrete-Behavior of Reinforced Concrete Rectangular Members," *American Concrete Institute*, vol. 18, pp. 261-306, 1968, doi: 10.14359/17572.
- [16]. Karayannis, C. G., and C. E. Chalioris, "Experimental validation of smeared analysis for plain concrete in torsion," *J. Struct. Eng.*, vol. 126, no. 6, pp. 646–653, 2000, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:6(646).
- [17]. Chalioris, C. E., "Behaviour model and experimental study for the torsion of reinforced concrete members," *High Performance Structures and Materials III*, vol. 85, pp. 459-468, 2006, doi: 10.2495/HPSM06045.
- [18]. J.-Y. Lee, S.-W. Kim, J.-H. Kim, "Torsional strength and failure modes of reinforced concrete beams subjected to pure torsion," *J. Korea Concr. Inst.*, vol. 20, 2008.