

# Ứng xử phi tuyến của kết cấu khung thép nhồi bê tông có liên kết nửa cứng

Lê Quang Trung<sup>1</sup>, Lưu Văn Thực<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, trường Đại học Xây dựng Hà Nội

## TỪ KHOÁ

Phân tích tiên tiến  
Thép nhồi bê tông  
Hàm ổn định  
Phần tử dầm cột  
Liên kết dầm cột nửa cứng

## TÓM TẮT

Một phương pháp tiên tiến mới kết hợp mô hình dầm cột thép sợi và liên kết dầm cột nửa cứng đã được phát triển bằng ngôn ngữ lập trình Fortran để nghiên cứu ứng xử động và tĩnh phi đàn hồi phi tuyến của kết cấu khung thép nhồi bê tông (CFST). Phương pháp này cải thiện thời gian phân tích bằng cách mô phỏng chính xác ứng xử phi tuyến chỉ với một vài phần tử dầm cột thay vì sử dụng các phần tử khối và tấm vỏ như truyền thống. Đồng thời, ảnh hưởng của liên kết dầm cột nửa cứng đến ứng xử tổng thể của khung CFST cũng sẽ được xem xét. Cho phân tích tĩnh, thuật toán GDC với khả năng phân tích sau điểm cực hạn sẽ được sử dụng để giải các phương trình cân bằng phi tuyến thay vì thuật toán Newton-Raphson truyền thống. Với phân tích động, thuật giải phi tuyến dựa vào phương pháp tích phân trực tiếp Newmark- $\beta$  và phương pháp giải lặp Newton-Raphson đã được phát triển để giải các phương trình vi phân chủ đạo của chuyển động bởi tính ổn định số và tính đơn giản của thuật toán này. Độ tin cậy và tính chính xác của phương pháp đề xuất được kiểm chứng thông qua việc so sánh kết quả phân tích với kết quả từ Abaqus. Kết quả cho thấy rằng, khi sử dụng phần tử dầm cột thép sợi để mô phỏng, phương pháp đề xuất đem lại kết quả chính xác và giảm thiểu đáng kể tài nguyên tính toán. Đồng thời, ứng xử của khung CFST với liên kết nửa cứng cũng được quan sát chi tiết.

## KEYWORDS

Advanced analysis  
CFST  
Stability function  
Beam-column element  
Semi-rigid beam-column element

## ABSTRACT

A new advanced method combining the fiber beam-column model and semi-rigid beam-to-column connections has been developed using the Fortran programming language to study the nonlinear inelastic dynamic and static behavior of concrete-filled steel tubular (CFST) frames. This method improves analysis time by accurately simulating nonlinear behavior with only a few beam-column elements instead of using traditional solid and shell elements. Additionally, the effect of semi-rigid beam-to-column connections on the overall behavior of CFST frames will also be considered. For static analysis, the GDC algorithm with post-peak analysis capability will be used to solve the nonlinear equilibrium equations instead of the traditional Newton-Raphson algorithm. For dynamic analysis, a nonlinear algorithm based on the Newmark- $\beta$  direct integration method and the Newton-Raphson iterative method has been developed to solve the governing differential equations of motion due to its numerical stability and simplicity. The reliability and accuracy of the proposed method were verified by comparing the analysis results with those from Abaqus. The results show that when using the fiber beam-column element for simulation, the proposed method provides accurate results and significantly reduces computational resources. Additionally, the behavior of CFST frames with semi-rigid connections was observed in detail.

## 1. Giới thiệu

Trong những năm gần đây, kết cấu thép nhồi bê tông (CFST) đã trở thành lựa chọn phổ biến cho các công trình cầu, nhịp lớn, tòa nhà cao tầng và các công trình khác nhờ vào những ưu điểm vượt trội của chúng. Kết cấu CFST mang lại độ cứng, độ bền cao, độ dẻo dai lớn và khả năng hấp thụ năng lượng đáng kể. Phần tử CFST thường bao gồm ống thép bao bọc bên ngoài và lõi bê tông bên trong, tăng cường cường độ nén của lõi bê tông nhờ hiệu ứng giam giữ từ ống thép. Điều này giúp giảm thiểu sự mất ổn định cục bộ của các tấm thép và cải thiện khả năng chịu tải của ống thép so với ống thép rỗng. Ngoài

ra, ống thép còn có thể sử dụng như ván khuôn trong xây dựng, giúp tiết kiệm chi phí lao động và vật liệu. Trong các nghiên cứu thực nghiệm gần đây, nhiều nỗ lực đã được hướng tới việc điều tra hành vi phi tuyến của kết cấu CFST [1,2]. Uy và đồng nghiệp [3] đã nghiên cứu ứng xử uốn cục bộ và sau khi uốn cục bộ của các tấm thép mỏng trong cột CFST dưới tác động kết hợp của tải trọng nén và uốn. Họ phát hiện rằng cường độ nén dọc trục của cột CFST giảm đáng kể khi ống thép trải qua uốn cục bộ. Tomii và Sakino [4] nghiên cứu mô men uốn cực hạn của dầm cột CFST dưới tải trọng nén không đổi và tăng dần, và kết quả chỉ ra rằng tải trọng cực hạn đạt được sau khi uốn cục bộ bắt đầu xảy ra ở mép thép. Gần đây, Han và đồng nghiệp [5] đã

\*Liên hệ tác giả: thuclv@huce.edu.vn

Nhận ngày 22/05/2024, sửa xong ngày 21/06/2024, chấp nhận đăng ngày 24/06/2024

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.03.2024.744>

tiến hành sáu thí nghiệm khung CFST, với mỗi thí nghiệm bao gồm một dầm thép và hai cột vuông CFST. Các thí nghiệm này cho thấy khung CFST có khả năng chống động đất đáng kể và khám phá phá hủy dầm trước khi cột, đặc biệt khi áp dụng chiến lược cột mạnh - dầm yếu. Tóm lại, hầu hết các nghiên cứu thực nghiệm về khung CFST hiện tập trung vào ứng xử của khung với liên kết dầm-cột tuyệt đối cứng. Tuy nhiên, cần có thêm các nghiên cứu về ứng xử của khung CFST sử dụng liên kết dầm-cột nửa cứng hoặc khớp.

Trong các phương pháp thiết kế kết cấu hiện nay, liên kết giữa dầm và cột thường được giả định là khớp lý tưởng hoặc hoàn toàn cứng. Tuy nhiên, thực nghiệm cho thấy các liên kết trong khung thép [6,7] và giữa cột CFST và dầm thép hình chữ I [8] thực tế là liên kết nửa cứng. Lưu ý rằng các nghiên cứu này chỉ thực hiện cho các liên kết dầm cột riêng lẻ, nên rõ ràng là cần xem xét ảnh hưởng của liên kết nửa cứng đến ứng xử tổng thể của khung CFST. Để đánh giá mối quan hệ phi tuyến giữa mô men và góc xoay trong liên kết nửa cứng, một số mô hình đã được đề xuất như mô hình ba tham số [9], phương pháp phần tử nối bốn nút [10], và mô hình của Chen-Lui [11]. Áp dụng mô hình này giúp phân tích chính xác hơn, cung cấp kết quả gần với thực tế hơn. Mặc dù thí nghiệm có thể đáng tin cậy, nhưng nó thường đắt đỏ và tốn thời gian. Do đó, sử dụng công cụ mô phỏng số là lựa chọn thay thế hiệu quả. Hiện nay, các phương pháp mô phỏng số thường dựa vào các phần mềm thương mại như Abaqus [12], Ls-syna [13] và Ansys [14] để nghiên cứu ứng xử phi tuyến của kết cấu CFST. Tuy nhiên, các phần mềm này thường sử dụng phần tử khối và phần tử tấm vỏ, làm quá trình mô phỏng trở nên tốn thời gian và phức tạp. Để khắc phục, mô hình dầm-cột thớ sợi có thể được phát triển và áp dụng. Trong mô hình này, tiết diện của phần tử CFST được chia thành nhiều thớ sợi và gán các tính chất vật liệu tương ứng cho từng thớ sợi. Phương pháp phân tích phi tuyến tiến tiến cần xem xét cả phi tuyến hình học và phi tuyến vật liệu. Phi tuyến hình học có thể được xác định bằng cách sử dụng hàm nội suy chuyển vị hoặc hàm ổn định [15]. Hàm nội suy chuyển vị yêu cầu nhiều phần tử trên một cấu kiện để có kết quả chính xác, dẫn đến giảm hiệu suất tính toán. Hạn chế này có thể được vượt qua bằng cách sử dụng hàm ổn định, cho phép xem xét chính xác ảnh hưởng phi tuyến hình học P-δ chỉ với một hoặc hai phần tử. Phương pháp này đã được phát triển cho phân tích phi tuyến kết cấu thép và hiệu quả hơn so với các phần mềm thương mại [15,16]. Thêm vào đó, các phần mềm thương mại hiện chưa xem xét được liên kết dầm-cột nửa cứng.

Trong bài báo này, một phương pháp tiến tiến mới kết hợp mô hình dầm cột thớ sợi và liên kết dầm cột nửa cứng sẽ được phát triển bằng ngôn ngữ lập trình Fortran để nghiên cứu ứng xử động và tính phi đàn hồi phi tuyến của kết cấu khung CFST. Phương pháp này cải thiện thời gian phân tích bằng cách mô phỏng chính xác ứng xử phi tuyến chỉ với một hoặc hai phần tử dầm cột thay vì sử dụng các phần tử khối và tấm vỏ như truyền thống. Đồng thời, ảnh hưởng của liên kết dầm cột nửa cứng đến ứng xử tổng thể của khung CFST cũng sẽ được xem xét. Cho phân tích tĩnh, thuật toán GDC với khả năng phân tích sau điểm cực hạn sẽ được sử dụng để giải các phương trình cân

bằng phi tuyến thay vì thuật toán Newton-Raphson truyền thống. Với phân tích động, thuật giải phi tuyến dựa vào phương pháp tích phân trực tiếp Newmark-β và phương pháp giải lặp Newton-Raphson đã được phát triển để giải các phương trình vi phân chủ đạo của chuyển động bởi tính ổn định số và tính đơn giản của thuật toán này. Độ tin cậy và tính chính xác của phương pháp đề xuất được kiểm chứng thông qua việc so sánh kết quả phân tích với kết quả từ Abaqus. Kết quả cho thấy rằng, khi sử dụng phần tử dầm cột thớ sợi để mô phỏng, phương pháp đề xuất đem lại kết quả chính xác và giảm thiểu đáng kể tài nguyên tính toán. Đồng thời, ứng xử của khung CFST với liên kết nửa cứng cũng được quan sát chi tiết.

## 2. Công thức thiết lập các phần tử

### 2.1. Phần tử dầm cột thớ sợi

#### a) Giả thiết để xây dựng phần tử

Tất cả các giả thiết cơ bản được sử dụng trong quá trình xây dựng phần tử dầm-cột thớ sợi như sau

- (1) Tiết diện luôn phẳng và vuông góc với trục của phần tử sau khi biến dạng.
- (2) Sự bán dính giữa thép và bê tông được xem là hoàn hảo.
- (3) Cho phép dịch chuyển và xoay lớn, nhưng biến dạng nhỏ.
- (4) Hiệu ứng xoắn không được xem xét.

#### b) Phi tuyến về mặt hình học P-δ

Để nghiên cứu ảnh hưởng phi tuyến về mặt hình học do tương tác giữa lực dọc và moment uốn của phần tử dầm-cột P-δ, bài báo này sử dụng hàm ổn định đã được phát triển bởi Chen và cộng sự [17]. Lợi ích chính của hàm ổn định đó là khả năng xem xét ứng xử phi tuyến hình học P-δ chỉ với một hoặc hai phần tử dầm-cột trên một cấu kiện kết cấu, do đó làm giảm đáng kể thời gian phân tích của mô hình. Bằng cách xem xét một phần tử dầm-cột có độ cong uốn hai chiều như được biểu diễn trong Hình 1, mối quan hệ giữa lực và dịch chuyển của phần tử đó có thể được suy ra, như được công thức hóa bởi Kim và cộng sự [18], như dưới đây

$$\Delta F = K_e \Delta d \tag{1}$$

$$\Delta F = [\Delta P \quad \Delta M_{y_i} \quad \Delta M_{y_j} \quad \Delta M_{z_i} \quad \Delta M_{z_j} \quad \Delta T]^T \tag{2}$$

$$\Delta d = [\Delta \delta \quad \Delta \theta_{y_i} \quad \Delta \theta_{y_j} \quad \Delta \theta_{z_i} \quad \Delta \theta_{z_j} \quad \Delta \phi]^T \tag{3}$$

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{iy} \frac{EI}{L} & S_{jy} \frac{EI}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{jy} \frac{EI}{L} & S_{iy} \frac{EI}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{iz} \frac{EI}{L} & S_{jz} \frac{EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{jz} \frac{EI}{L} & S_{iz} \frac{EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} \end{bmatrix} \tag{4}$$

trong đó P là lực trục,  $M_{y_i}$ ,  $M_{y_j}$ ,  $M_{z_i}$  và  $M_{z_j}$  là moment tại hai đầu của phần tử tương ứng với các trục y và z; T là moment xoắn; δ là biến dạng trục;  $\theta_{y_i}$ ,  $\theta_{y_j}$ ,  $\theta_{z_i}$  và  $\theta_{z_j}$  là góc quay của các nút ở hai đầu của phần tử tương ứng với các trục y và z; φ là góc xoắn; G là mô đun cắt; E là mô đun đàn hồi của vật liệu; J là hằng số xoắn của tiết diện chéo; A là diện tích mặt cắt; L là độ dài của phần tử;  $S_{1n}$  và  $S_{2n}$  ( $n = y, z$ ) là các

hàm ổn định tương ứng với các trục  $y$  và  $z$ , và chúng được xác định bởi các phương trình sau :

$$S_{1n} = \begin{cases} \frac{\pi\sqrt{\rho_n}[\sin(\pi\sqrt{\rho_n}) - \pi\sqrt{\rho_n} \cos(\pi\sqrt{\rho_n})]}{2 - 2 \cos(\pi\sqrt{\rho_n}) - \pi\sqrt{\rho_n} \sin(\pi\sqrt{\rho_n})} & \text{if } P < 0 \\ \frac{\pi\sqrt{\rho_n}[\pi\sqrt{\rho_n} \cosh(\pi\sqrt{\rho_n}) - \sinh(\pi\sqrt{\rho_n})]}{2 - 2 \cosh(\pi\sqrt{\rho_n}) + \pi\sqrt{\rho_n} \sinh(\pi\sqrt{\rho_n})} & \text{if } P > 0 \end{cases} \quad (5)$$

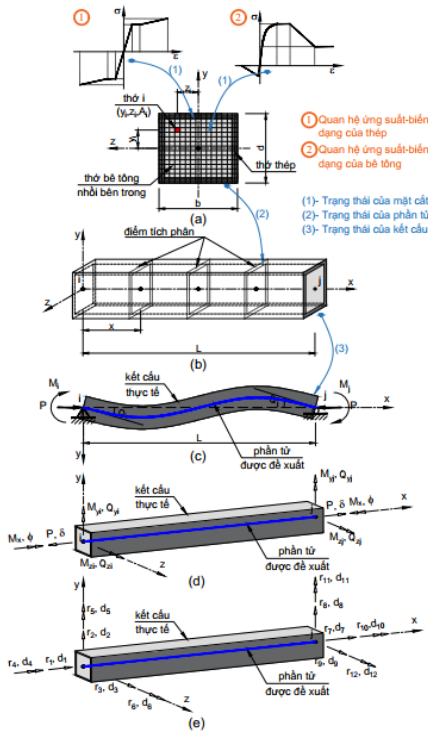
$$S_{2n} = \begin{cases} \frac{\pi\sqrt{\rho_n}[\pi\sqrt{\rho_n} - \sin(\pi\sqrt{\rho_n})]}{2 - 2 \cos(\pi\sqrt{\rho_n}) - \pi\sqrt{\rho_n} \sin(\pi\sqrt{\rho_n})} & \text{if } P < 0 \\ \frac{\pi\sqrt{\rho_n}[\sinh(\pi\sqrt{\rho_n}) - \pi\sqrt{\rho_n}]}{2 - 2 \cosh(\pi\sqrt{\rho_n}) + \pi\sqrt{\rho_n} \sinh(\pi\sqrt{\rho_n})} & \text{if } P > 0 \end{cases} \quad (6)$$

ở đây  $\rho_n = P/(\pi^2 EI_n/L^2)$ , trong đó  $P$  là số dương nếu lực dọc là kéo và số âm nếu lực dọc là nén.

EA đại diện cho độ cứng trục của phần tử dầm-cột thớ sợi, trong khi đó  $EI_n$  và  $GJ$  lần lượt đại diện cho độ cứng uốn và độ cứng xoắn của phần tử đó. Các giá trị này được xác định dựa trên các công thức sau

$$EA = \sum_{t=1}^s w_t (\sum_{i=1}^m E_i A_i)_t \quad (7)$$

$$EI_y = \sum_{t=1}^s w_t (\sum_{i=1}^m E_i A_i z_i^2)_t \quad (8)$$



Hình 1. Phần tử dầm cột thớ sợi cho phân tích khung CFST.

$$EI_z = \sum_{t=1}^s w_t (\sum_{i=1}^m E_i A_i y_i^2)_t \quad (9)$$

$$GJ = \sum_{t=1}^s G w_t [\sum_{i=1}^m (y_i^2 + z_i^2) A_i]_t \quad (10)$$

ở đây  $s$  là số điểm tích phân phân bố dọc trục của phần tử dầm-cột;  $m$  là số thớ sợi trong một mặt cắt tại một điểm tích phân đang xét;  $w_k$  là trọng số tích phân tương ứng;  $E_i$  là mô đun đàn hồi của vật liệu tại thớ thứ  $i$ ;  $A_i$  là diện tích tương ứng của thớ sợi thứ  $i$ ; và  $y_i$  và  $z_i$  là các tọa độ cục bộ của thớ sợi thứ  $i$  trong mặt cắt, tương ứng với các trục  $z$  và  $y$ .

c) Phi tuyến về mặt vật liệu

Để quan sát sự lan toả dẻo một cách từ từ trên một mặt cắt, bài

báo này sẽ sử dụng mô hình phần tử dầm-cột thớ sợi. Nguyên tắc cơ bản của phần tử dầm-cột thớ sợi đó là một phần tử sẽ được chia thành nhiều đoạn thông qua các điểm tích phân trung gian. Tại mỗi điểm tích phân, mặt cắt của phần tử đó lại được chia thành một ma trận các thớ sợi, và mỗi thớ sợi sẽ được đặc trưng bởi các thông số như diện tích  $A_i$ , tọa độ địa phương tương ứng với trọng tâm ( $y_i, z_i$ ), và ứng suất dư nếu có. Sau đó, mỗi thớ sợi sẽ được gán một mô hình vật liệu khác nhau, và các mô hình vật liệu này sẽ được cập nhật trong mỗi bước gia tăng tải trọng quá trình phân tích. Biến dạng của mặt cắt được đặc trưng bởi ba thành phần chính: i) biến dạng trục  $\epsilon$ , và ii) hai thành phần độ cong  $\chi_x$  và  $\chi_y$  tương ứng với các trục  $y$  và  $z$ . Nội lực tương ứng bao gồm lực dọc  $N$  và moment uốn quanh hai trục  $M_z$  và  $M_y$ . Nội lực và biến dạng của mặt cắt được nhóm lại thành các véc tơ hàng như sau

Véc tơ lực mặt cắt  $Q$  và véc tơ gia tăng lực mặt cắt  $\Delta Q$

$$Q = [M_z(x) \quad M_y(x) \quad N(x)]^T \quad (11)$$

$$\Delta Q = [\Delta M_z \quad \Delta M_y \quad \Delta N]^T \quad (12)$$

Véc tơ biến dạng  $q$  véc tơ gia tăng biến dạng trên mặt cắt  $\Delta q$

$$q = [\chi_x(x) \quad \chi_y(x) \quad \epsilon(x)]^T \quad (13)$$

$$\Delta q = [\Delta \chi_x \quad \Delta \chi_y \quad \Delta \epsilon]^T \quad (14)$$

Lực mặt cắt  $Q$  ở mỗi điểm tích phân thì được tính toán dựa vào lực nút phần tử  $F$  và ma trận nội suy lực, như được mô tả trong biểu thức dưới đây

$$\Delta Q = B(x) \Delta F \quad (15)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} \delta_y(\zeta L) & 0 & 0 & (\zeta - 1) & \zeta & 0 \\ -\delta_z(\zeta L) & (\zeta - 1) & \zeta & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \zeta = \frac{x}{L} \quad (16)$$

trong đó  $\delta_y(\zeta L)$  và  $\delta_z(\zeta L)$  là các thành phần chuyển vị ngang tương ứng với các trục địa phương  $z$  và  $y$ . Các giá trị này được xác định theo biểu thức dưới đây

$$\delta_y(\zeta L) = -\frac{1}{EI_y k_y^2} \left\{ M_{zi} \left[ \frac{\sin(k_y \zeta L)}{\tan(k_y L)} - \cos(k_y \zeta L) - \zeta + 1 \right] + M_{zj} \left[ \frac{\sin(k_y \zeta L)}{\sin(k_y L)} - \zeta \right] \right\} \quad (17)$$

$$\delta_z(\zeta L) = \frac{1}{EI_y k_y^2} \left\{ M_{yi} \left[ \frac{\sin(k_y \zeta L)}{\tan(k_y L)} - \cos(k_y \zeta L) - \zeta + 1 \right] + M_{yj} \left[ \frac{\sin(k_y \zeta L)}{\sin(k_y L)} - \zeta \right] \right\} \quad (18)$$

Sau đó, biến dạng của mặt cắt sẽ được xác định dựa vào lực của mặt cắt, như sau

$$\Delta q = k_{sec}^{-1} Q \quad (19)$$

trong đó ma trận độ cứng của mặt cắt sẽ được tính toán theo biểu thức dưới đây

$$k_{sec}^{-1} = -1 \sum_{i=1}^m E_i A_i \begin{bmatrix} y_i^2 & (-y_i)z_i & (-y_i) \\ (-y_i)z_i & z_i^2 & z_i \\ (-y_i) & z_i & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Dựa vào giả thiết rằng tiết diện sẽ duy trì phẳng và luôn vuông góc với trục của phần tử sau khi biến dạng, véc tơ biến dạng gia tăng của từ thớ sợi sẽ được xác định thông qua biến dạng gia tăng của mặt cắt như sau

$$\Delta \epsilon_i(x, y, z) = a_i^T \Delta q \quad (21)$$

ở đây  $a_i$  là ma trận hình học tuyến tính, và ma trận này được xác định như biểu thức dưới đây

$$a_i = \{-y_i \quad z_i \quad 1\}^T \quad (22)$$

Sau khi biến dạng của các thớ sợi được xác định, ứng suất gia tăng và mô đun tiếp tuyến của từng thớ sợi cũng được cập nhật dựa trên các mô hình vật liệu khác nhau. Trong quá trình lặp, ma trận độ

cứng phần tử  $K_e$  và ma trận độ cứng mặt cắt  $k_{sec}$  sẽ được liên tục cập nhật sau mỗi bước tăng tải. Dựa trên mô đun tiếp tuyến mới, vị trí trọng tâm của mặt cắt cũng sẽ được cập nhật trong mỗi giai đoạn tăng tải để xem xét phân bố của sự lan toả dẻo trên mặt cắt. Nội lực của mặt cắt được tính bằng cách tổng hợp lực dọc và moment uốn của tất cả các thớ sợi, như mô tả trong phương trình dưới đây

$$Q_r = \begin{Bmatrix} M_z(x) \\ M_y(x) \\ N(x) \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i \begin{Bmatrix} -y_i \\ z_i \\ 1 \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^m \sigma_i A_i a_i \quad (23)$$

d) Phi tuyến về mặt hình học P-Δ

Ảnh hưởng phi tuyến về mặt hình học P-Δ do sự quay của các phần tử trong khung sẽ được mô tả trong phần này. Hình 5 (c) minh họa mối quan hệ giữa lực và chuyển vị tại các nút của phần tử dầm-cột, trong khi Hình 5 (d) mô tả quy ước dấu của các lực và chuyển vị tương ứng. Quan hệ động học và cân bằng của phần tử dầm-cột có thể được suy ra bằng cách so sánh hai hình này và được biểu diễn như sau :

$$\Delta f_n = T^T \Delta F \quad (24)$$

$$\Delta d = T \Delta d_L \quad (25)$$

$$\Delta f_n^T = \{\Delta r_1 \ \Delta r_2 \ \Delta r_3 \ \Delta r_4 \ \Delta r_5 \ \Delta r_6 \ \Delta r_7 \ \Delta r_8 \ \Delta r_9 \ \Delta r_{10} \ \Delta r_{11} \ \Delta r_{12}\} \quad (26)$$

$$\Delta d_L^T = \{\Delta d_1 \ \Delta d_2 \ \Delta d_3 \ \Delta d_4 \ \Delta d_5 \ \Delta d_6 \ \Delta d_7 \ \Delta d_8 \ \Delta d_9 \ \Delta d_{10} \ \Delta d_{11} \ \Delta d_{12}\} \quad (27)$$

trong đó  $\Delta f_n$  và  $\Delta d_L$  véc tơ lực nút và chuyển vị nút tương ứng của phần tử hữu hạn dầm-cột;  $\Delta F$  và  $\Delta d$  là véc tơ lực nút và chuyển vị nút của phần tử dầm-cột, trong khi  $T$  là ma trận biến đổi, và ma trận này được tính toán như dưới đây

$$T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Thông qua ma trận chuyển đổi từ quan hệ động học và cân bằng, mối liên hệ giữa véc tơ lực nút và chuyển vị nút được xác định như sau

$$\Delta f_n = K_n \Delta d_L \quad (29)$$

trong đó  $K_n$  là ma trận độ cứng phần tử, và ma trận này được tính toán dựa theo biểu thức dưới đây:

$$K_n = T^T K_e T \quad (30)$$

Phương trình (25) được áp dụng cho trường hợp mà phần tử dầm-cột không có khả năng xoay. Tuy nhiên, nếu phần tử đó có khả năng xoay, lực dọc và lực cắt sẽ tăng lên trong phần tử. Các lực tăng lên này có thể được liên hệ với chuyển vị của nút thông qua phương trình sau

$$\Delta f_s = K_g \Delta d_L \quad (31)$$

ở đây  $K_g$  là ma trận độ cứng phần tử vì ảnh hưởng xoay của các thành phần của khung, và ma trận này được xác định như dưới đây

$$K_g = \begin{bmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s^T & K_s \end{bmatrix} \quad (32)$$

trong đó

$$K_s = \begin{bmatrix} 0 & (M_{zi} + M_{zj})/L^2 & (M_{yi} + M_{yj})/L^2 & 0 & 0 & 0 \\ (M_{zi} + M_{zj})/L^2 & P/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (M_{yi} + M_{yj})/L^2 & 0 & P/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Bằng việc so sánh phương trình (24) và phương trình (29), mối quan hệ giữa lực và chuyển vị của phần tử dầm-cột có thể được tính toán theo công thức dưới đây

$$\Delta f_L = K \Delta d_L \quad (34)$$

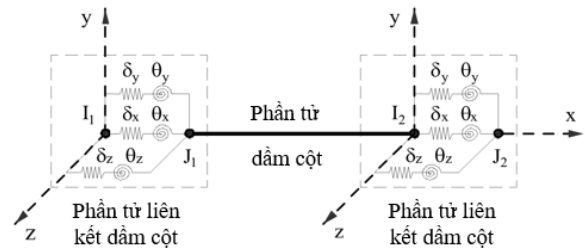
trong đó

$$\Delta f_L = \Delta f_n + \Delta f_s \quad (35)$$

$$K = K_n + K_g \quad (36)$$

## 2.2. Phần tử dầm-cột liên kết nửa cứng

Các liên kết giữa dầm và cột thường được mô hình hóa như các liên kết nửa cứng dựa trên mô hình phần tử có chiều dài bằng không do Nguyễn và Kim trình bày [19]. Trong mô hình phần tử có chiều dài bằng không này, ba lò xo xoay và ba lò xo chuyển vị thẳng được sử dụng để kết nối hai nút có tọa độ giống hệt nhau ( $I=J$ ) như được mô tả trong Hình 3. Các lò xo chuyển vị thẳng được giả thiết có độ cứng tuyến tính, trong khi đó các lò xo xoay được giả thiết có độ cứng tuyến tính hoặc phi tuyến tính để có thể mô tả thực tế nhất ứng xử của liên kết giữa dầm và cột trong mô hình phân tích.



Hình 2. Mô hình của liên kết với các lò xo có chiều dài bằng không [19].

Mối quan hệ phi tuyến giữa lực gia tăng  $\Delta F_n$  và chuyển vị gia tăng  $\Delta d_n$  của liên kết giữa dầm và cột được xác định theo biểu thức dưới đây:

$$\Delta F_n = K_n \times \Delta d_n \quad (37)$$

trong đó

$$\Delta F_n = [\Delta P_x \ \Delta P_y \ \Delta P_z \ \Delta M_x \ \Delta M_y \ \Delta M_z]^T \quad (38)$$

$$\Delta d_n = [\Delta \delta_x \ \Delta \delta_y \ \Delta \delta_z \ \Delta \theta_x \ \Delta \theta_y \ \Delta \theta_z]^T \quad (39)$$

và  $K_n$  là ma trận độ cứng tiếp tuyến đường chéo, ma trận này được cho như sau

$$K_n = \begin{bmatrix} R_x^{tra} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \square & R_y^{tra} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \square & \square & R_z^{tra} & 0 & 0 & 0 \\ \square & \square & \square & R_x^{rot} & 0 & 0 \\ \square & \text{sym.} & \square & \square & R_y^{rot} & 0 \\ \square & \square & \square & \square & \square & R_z^{rot} \end{bmatrix} \quad (40)$$

ở đây  $R_i^{tra}$  là một hằng số vô hướng của lò xo tuyến tính,  $R_i^{rot}$  là độ cứng tiếp tuyến của lò xo phi tuyến quanh các trục x, y, và z.

Mô hình ba tham số của Kishi-Chen [9] sẽ được sử dụng trong bài báo này để mô tả đường cong mô men và góc xoay của liên kết giữa dầm và cột vì sự đơn giản của nó, trong đó chỉ cần ba tham số. Mối quan hệ giữa mô men và góc xoay mô tả ứng xử của liên kết giữa dầm và cột được định nghĩa như sau

$$M = \frac{R_{ki}\theta_r}{\left[1 + \left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \quad (41)$$

ở đây

$$R_{ki} = \frac{M_u}{\theta_0} \quad (42)$$

trong đó  $R_{ki}$  là độ cứng ban đầu của liên kết,  $M$  là mô men và  $\theta_r$  là góc xoay của liên kết,  $n$  là tham số hình dạng,  $M_u$  và  $\theta_0$  lần lượt là khả năng chịu mô men cực hạn và góc xoay dẻo tham chiếu.

Bằng cách gán các giá trị tương đối lớn hoặc tương đối nhỏ cho độ cứng của lò xo, mô hình có thể mô phỏng được liên kết cứng hoặc liên kết bản lề. Ngoài ra, các giá trị độ cứng tiếp tuyến của các lò xo phi tuyến có thể được xác định từ việc thực hiện đạo hàm của mô men đối với biến góc xoay trong phương trình (42) như sau

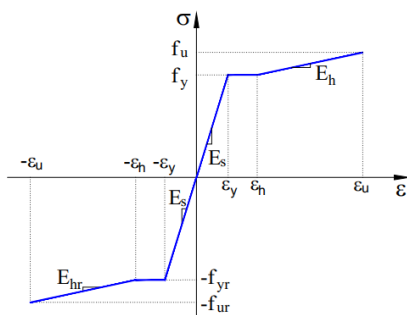
$$R_i^{rot} = \frac{dM}{d|\theta_r|} = \frac{R_{ki}^{rot}}{\left[1 + \left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{1 + \frac{1}{n}}} \quad (43)$$

### 3. Mô hình vật liệu

#### 3.1. Mối quan hệ ứng suất biến dạng của thép hình kết cấu

Thép hình kết cấu có thể được sản xuất bằng phương pháp cán nóng hoặc dập nguội. Quan hệ ứng suất và biến dạng của thép hình trong nghiên cứu này được mô tả theo mô hình ba đoạn trilinear, như được gợi ý bởi Tài và các cộng sự [15]. Mô hình này được minh họa trong Hình 3 và công thức (44). Giai đoạn đầu biến dạng của thép được giả định là đàn hồi hoàn toàn, sau đó khi đạt đến giới hạn chảy dẻo, biến dạng của thép tăng mà ứng suất không tăng, và cuối cùng là giai đoạn củng cố. Tương tự như cốt thép thanh, ứng xử kéo và nén của thép hình kết cấu cũng được giả thiết là như nhau.

$$f_s = \begin{cases} E_s \varepsilon_s \text{ cho } 0 \leq |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_y \\ \pm f_y \text{ cho } \varepsilon_y < |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_h \\ \pm [f_y + E_h (|\varepsilon_s| - \varepsilon_h)] \text{ cho } \varepsilon_h < |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad (44)$$



Hình 3. Quan hệ ứng suất và biến dạng của thép hình kết cấu được sử dụng trong nghiên cứu

#### 4. Quy trình giải lập gia tăng phi tuyến

##### 4.1. Thuật toán phân tích tĩnh phi tuyến

Vấn đề cơ bản của bài toán phân tích phi tuyến là nghiệm của

trong đó  $E_s$  là mô đun đàn hồi của thép,  $f_s$  và  $\varepsilon_s$  là ứng suất và biến dạng trong thép hình,  $f_y$  và  $\varepsilon_y$  tương ứng là ứng suất chảy và biến dạng chảy,  $f_u$  là ứng suất tới hạn, biến dạng tăng cứng được lựa chọn là  $\varepsilon_h = 0.005$  cho thép cường độ cao và  $\varepsilon_h = 10\varepsilon_y$  cho thép hình kết cấu thông thường, và biến dạng cực hạn là  $\varepsilon_u = 0.1$  cho thép cường độ cao và  $\varepsilon_u = 0.2$  cho thép hình kết cấu thông thường.

#### 3.2. Mối quan hệ ứng suất biến dạng của bê tông bị kiềm chế

##### 3.3.

Kết cấu thép hộp giúp kiềm chế sự nở ngang của lõi bê tông, do đó, dẫn đến sự cải thiện đáng kể về cả cường độ và độ dẻo của bê tông trong kết cấu CFST. Trong nghiên cứu này, mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của bê tông nhồi chịu tải trọng động sẽ được xem xét theo Hình 4, dựa trên công trình nghiên cứu của Mander và đồng nghiệp [20]. Giai đoạn đầu kéo dài từ 0 đến giá trị biến dạng  $\varepsilon$  trong vùng nén và được biểu thị như sau

$$\sigma_c = \frac{f'_{cc} k r}{r - 1 + k r} \quad (45)$$

ở đây

$$k = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_{cc}} \quad (46)$$

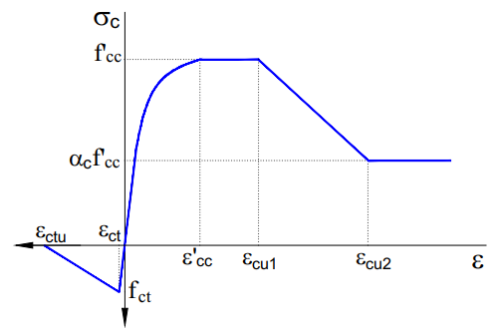
trong đó  $\sigma_c$  là cường độ nén trong khi  $\varepsilon_c$  là biến dạng nén tương ứng.

$$r = \frac{E_c}{E_c - \left(\frac{f'_{cc}}{\varepsilon'_{cc}}\right)} \quad (47)$$

Thông tin về các tham số  $E_c$ ,  $f'_{cc}$ ,  $\varepsilon'_{cc}$  nhân tố suy giảm cường độ, và áp lực ngang gây ra kiềm chế sự nở ngang của bê tông có thể tìm thấy trong nghiên cứu của Liang [21]. Theo đó, cường độ nén của bê tông bị kiềm chế trong thép ống được xác định như dưới đây :

$$\sigma_c = \begin{cases} f'_{cc} \text{ cho } \varepsilon'_{cc} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} = 0.005 \\ 100(f'_{cc} - \alpha_c f'_{cc})(0.015 - \varepsilon_c) + \alpha_c f'_{cc} \text{ cho } \varepsilon_{cu1} = 0.005 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} = 0.015 \\ \alpha_c f'_{cc} \text{ cho } \varepsilon_c > \varepsilon_{cu2} = 0.015 \end{cases} \quad (48)$$

Trong vùng bê tông chịu kéo, ứng suất kéo được giả thiết là tăng tuyến tính tới giá trị  $0.6\sqrt{f'_{cc}}$  với biến dạng kéo tăng tương ứng tới khi bê tông nứt. Sau khi bê tông nứt, ứng suất kéo được xem xét là giảm tuyến tính tới giá trị 0.



Hình 4. Quan hệ ứng suất và biến dạng của thép hình kết cấu được sử dụng trong nghiên cứu

nó là một chuỗi các phương trình cân bằng phi tuyến của kết cấu. Tùy thuộc vào sự gia tải, độ cứng kết cấu có thể tăng hoặc giảm, dẫn đến con đường cân bằng của kết cấu có thể là ổn định hoặc không.

toán Newton-Raphson là một phương pháp giải lập, cho phép giải các bài toán phi tuyến với quá trình hội tụ nhanh. Phương pháp này có thể áp dụng cho hầu hết các loại kết cấu để tìm kiếm mối quan hệ tải trọng - chuyển vị. Tuy nhiên, phương pháp này chỉ giới hạn trong phạm vi khả năng chịu lực của kết cấu. Điều này có nghĩa rằng khi tải trọng tác động lớn hơn khả năng chịu tải của kết cấu, quá trình hội tụ sẽ thất bại [22]. Để quan sát được quá trình cân bằng kết cấu ở giai đoạn vượt quá tải trọng cho phép, thuật toán cần phải phân tích với bước tải giảm, điều này không thể thực hiện được bằng thuật toán Newton-Raphson. Do đó, thuật toán Newton-Raphson không thể sử dụng để phân tích phi tuyến kết cấu trong giai đoạn khi đường cong tải trọng - chuyển vị vượt quá điểm tải giới hạn. Thuật toán GDC (generalized displacement control), được phát triển bởi Yang và các cộng sự [23] cho phép giải các bài toán phi tuyến với nhiều điểm tải giới hạn và điểm quay lại (snap-back points). Phương pháp này được sử dụng rộng rãi gần đây vì sự hiệu quả và ổn định về mặt số học của nó. Do đó, phương pháp GDC được sử dụng cho phân tích phi tuyến trong nghiên cứu này, như được minh họa trong Hình 5.

Phương pháp GDC có 3 đặc trưng chính: (1) khả năng tự điều chỉnh bước tải một cách tự động; (2) khả năng tự thay đổi hướng gia tải khi tải trọng đạt đến điểm cực hạn; (3) sự ổn định về mặt số học ở vùng tới hạn. Ở vòng lặp thứ  $j$  của bước tăng tải thứ  $i$ , dạng gia số của phương trình cân bằng có thể được biểu diễn như dưới đây

$$K_{j-1}^i \Delta D_j^i = \lambda_j^i \hat{P} + R_{j-1}^i \quad (49)$$

$$\hat{P} = K_{j-1}^i \Delta \bar{D}_j^i \quad (50)$$

$$R_{j-1}^i = K_{j-1}^i \Delta \bar{D}_j^i \quad (51)$$

Thay thế phương trình (50) và phương trình (51) vào trong phương trình (49)

$$\Delta D_j^i = \lambda_j^i \Delta \bar{D}_j^i + \Delta \bar{D}_j^i \quad (52)$$

trong đó  $\Delta D_j^i$  véc tơ gia số chuyển vị,  $\Delta \bar{D}_j^i$  véc tơ gia số chuyển vị được tạo ra bởi véc tơ tải trọng tham chiếu  $\hat{P}$ ,  $\Delta \bar{D}_j^i$  véc tơ gia số chuyển vị được tạo ra bởi véc tơ lực không cân bằng  $R_{j-1}^i$ ,  $K_{j-1}^i$  ma trận độ cứng, và  $\lambda_j^i$  tham số gia tăng tải trọng.

Véc tơ chuyển vị tổng cộng  $D_j^i$ , véc tơ tải trọng áp dụng  $\hat{P}$ , và nhân tố tải trọng  $\lambda_j^i$  của kết cấu ở cuối vòng lặp thứ  $j^{th}$  của bước gia tăng thứ  $i^{th}$  được cộng dồn như Hình 5.

$$A_j^i = A_{j-1}^i + \lambda_j^i \quad (53)$$

$$P_j^i = \lambda_j^i \hat{P} \quad (54)$$

$$D_j^i = D_{j-1}^i + \Delta D_j^i \quad (55)$$

Ở vòng lặp thứ nhất ( $j = 1$ ), tham số gia tăng tải trọng  $\lambda_j^i$  được xác định như dưới đây [41]:

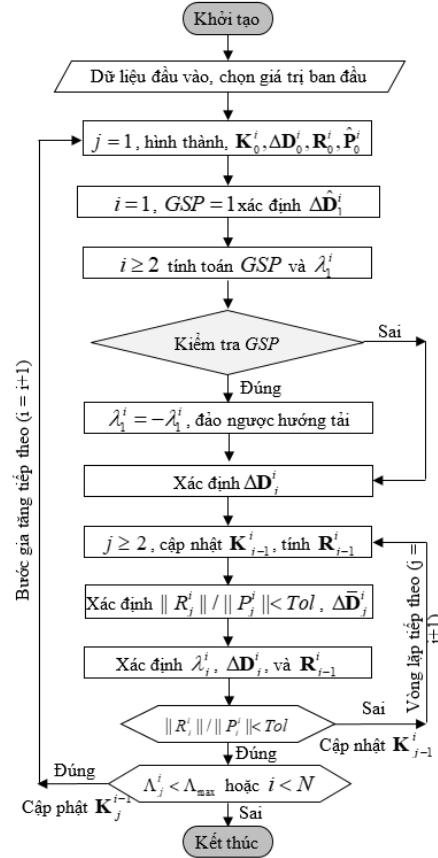
$$\lambda_1^i = \lambda_1^i \sqrt{|GSP|} \quad (56)$$

trong đó  $GSP$  là tham số độ cứng được tổng quát hóa và  $\lambda_1^i$  là giá trị ban đầu của tham số tăng tải trọng :

$$GSP = \frac{\Delta \bar{D}_1^{i,T} \Delta \bar{D}_1^i}{\Delta \bar{D}_1^{i-1,T} \Delta \bar{D}_1^i} \quad (57)$$

Với các vòng lặp tiếp theo ( $j \geq 2$ ), tham số gia tăng tải trọng  $\lambda_j^i$  được tính toán như công thức dưới :

$$\lambda_j^i = -\frac{\Delta \bar{D}_1^{i-1,T} \Delta \bar{D}_1^i}{\Delta \bar{D}_1^{i-1,T} \Delta \bar{D}_1^i} \quad (58)$$



Hình 5. Sơ đồ phân tích tĩnh phi tuyến sử dụng thuật toán GDC.

#### 4.2. Thuật toán phân tích động phi tuyến

Để thực hiện phân tích động lực học phi đàn hồi phi tuyến tính cho khung liên hợp, một thuật giải phi tuyến đã được phát triển dựa trên phương pháp tích phân trực tiếp Newmark [24] và phương pháp giải lập Newton-Raphson để giải các phương trình vi phân chủ đạo của chuyển động bởi vì tính ổn định số và tính đơn giản của thuật toán này, như được minh họa trong Hình 6. Phương trình gia tăng của chuyển động của một kết cấu có thể được biểu diễn bằng phương trình dưới đây :

$$M \cdot \Delta \ddot{D} + C \cdot \Delta \dot{D} + K \cdot \Delta D = \Delta F_{ext} \quad (59)$$

trong đó  $K$ ,  $C$ , và  $M$  lần lượt là ma trận độ cứng, ma trận cản nhớt và ma trận khối lượng;  $\Delta \ddot{D}$ ,  $\Delta \dot{D}$ , và  $\Delta D$  lần lượt là véc tơ gia tăng gia tốc, vận tốc, và chuyển vị; và  $\Delta F_{ext}$  là véc tơ gia tăng lực ngoài.

Ở vòng lặp đầu tiên  $i = 1$  của mỗi bước gia tăng, dạng gia tăng của gia tốc và vận tốc có thể được tính toán sử dụng phương pháp gia tốc trung bình của họ Newmark với các tham số  $\gamma = 1/2$  và  $\beta = 1/4$  [24], như các phương trình dưới đây

$$\Delta \ddot{D} = \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot \Delta D - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{D}_n - \frac{1}{\beta \cdot 2} \cdot \ddot{D}_n \quad (60)$$

$$\Delta \dot{D} = \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \Delta D - \frac{\gamma}{\beta} \cdot \dot{D}_n + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \cdot \Delta t \cdot \ddot{D}_n \quad (61)$$

Dạng gia tăng chuyển vị của kết cấu có thể được tính toán như sau:

$$\bar{R} \cdot \Delta D = \Delta \bar{F} \quad (62)$$

ở đây  $\bar{K}$  biểu thị ma trận độ cứng hiệu quả và  $\Delta F$  là dạng gia tăng của véc tơ lực hiệu quả, như dưới đây

$$\bar{K} = K + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot M + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot C \quad (63)$$

$$\Delta F = \Delta F + \left\{ \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{D}_n + \frac{1}{2\beta} \cdot \ddot{D}_n \right\} \cdot M + \left\{ \frac{\gamma}{\beta} \cdot \dot{D}_n - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \cdot \Delta t \cdot \ddot{D}_n \right\} \cdot C \quad (64)$$

Ở vòng lặp đầu tiên  $i = 1$  của mỗi bước gia tăng  $n+1$ , chuyển vị tổng cộng, vận tốc tổng cộng và gia tốc tổng cộng tại thời điểm  $t + \Delta t$  được cập nhật dựa trên véc tơ chuyển vị gia tăng  $D_n$  ở bước thời gian  $n$  như các biểu thức dưới đây:

$$D_{n+1} = D_n + \Delta D \quad (65)$$

$$\dot{D}_{n+1} = \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \cdot \Delta t \cdot \ddot{D}_n + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \cdot \dot{D}_n + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \Delta D \quad (66)$$

$$\bar{K} = K + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot M + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot C \quad (70)$$

Nếu lực không cân bằng nhỏ hơn tiêu chuẩn hội tụ đã được cài đặt trước, phản ứng của kết cấu sẽ được cập nhật cho mỗi bước gia tăng tiếp theo như dưới đây

$$\Delta D^{k+1} = \Delta D^k + \delta \Delta D \quad (71)$$

$$D_{n+1} = D_n + \Delta D^{k+1} \quad (72)$$

$$\dot{D}_{n+1} = \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \cdot \Delta t \cdot \ddot{D}_n + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \cdot \dot{D}_n + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \Delta D^{k+1} \quad (73)$$

$$\ddot{D}_{n+1} = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \cdot \ddot{D}_n - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{D}_n + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot \Delta D^{k+1} \quad (74)$$

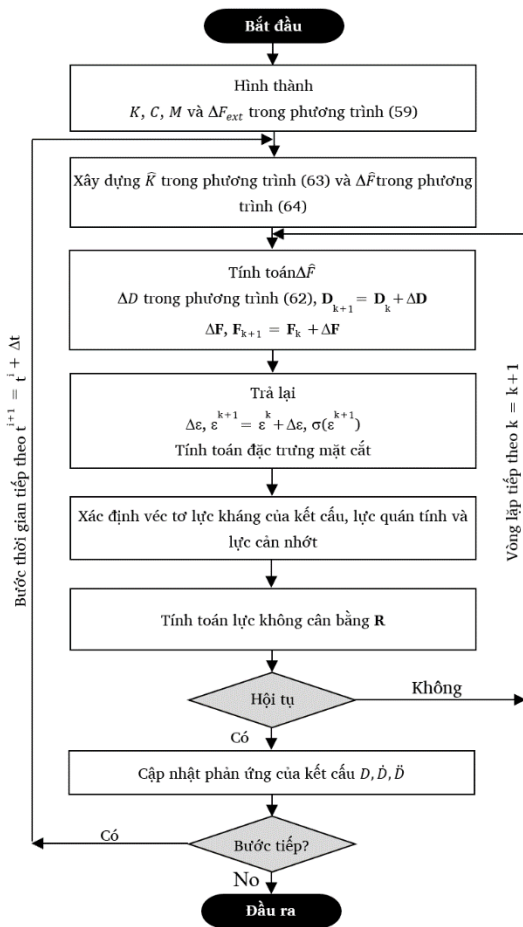
Thuật toán phân tích động học phi tuyến được minh hoạ trong Hình 6.

### 5. Ví dụ phân tích

Trong mục này, một ví dụ số sẽ được phân tích kỹ lưỡng để kiểm chứng tính chính xác và hiệu quả của phương pháp được đề xuất trong việc dự đoán ứng xử phi đàn hồi phi tuyến tính của kết cấu khung thép nhồi bê tông có liên kết nửa cứng chịu tải trọng tĩnh và tải trọng động. Kết quả thu được từ phương pháp đề xuất sẽ được so sánh với kết quả từ chương trình thương mại Abaqus. Bằng cách sử dụng các công thức đã thiết lập cho các phần tử dầm cột thớ sợi và phần tử liên kết nửa cứng, một chương trình máy tính sẽ được phát triển bằng ngôn ngữ lập trình Fortran cho quá trình phân tích.

#### 5.1. Kết cấu khung thép nhồi bê tông có liên kết nửa cứng chịu tải trọng tĩnh

Mục đích chính của ví dụ này là để điều tra ứng xử phi đàn hồi phi tuyến tính của khung thép nhồi bê tông có liên kết nửa cứng chịu tải trọng tĩnh. Một khung CFST dạng cổng như được mô tả trong Hình 7 (a) đã được chọn cho nghiên cứu này. Khung CFST bao gồm một dầm thép hình chữ I và hai cột CFST, trong đó kích thước và liên kết của các phần tử trong khung được mô tả như trong hình vẽ. Tiết diện của cột CFST bao gồm một lõi bê tông đặc bên trong và thép hộp vuông bọc bên ngoài với kích thước  $200 \times 200$  mm và dày là 10 mm. Cường độ chảy dẻo của thép hộp là  $f_{ys} = 250$  MPa, cường độ kéo tới hạn của thép là  $f_{us} = 400$  MPa, trong khi mô đun đàn hồi của thép là  $E = 20 \times 10^5$  MPa. Cường độ nén của bê tông với mẫu trụ tròn là  $f_c = 38$  MPa. Dầm thép hình chữ I có tiết diện HEA200 với chiều cao bản bụng là 190 mm, chiều rộng bản cánh là 200 mm, độ dày bản bụng là 6.5 mm và độ dày bản cánh là 10 mm. Tải trọng tập trung  $P = 2800$  kN được đặt ở trên đỉnh của các cột CFST. Trong khi đó, một tải trọng tập trung nằm ngang bổ sung  $H = 35$  kN đã được đặt lên đỉnh của cột bên trái của khung. Tất cả các tải trọng được gia tăng theo tỷ lệ cho đến khi kết cấu khung sụp đổ. Đầu tiên, khung CFST được phân tích với liên kết dầm cột là cứng tuyệt đối, và sau đó các liên kết dầm cột cứng tuyệt đối này lần lượt được thay thế bằng liên kết dầm cột nửa cứng và liên kết dầm cột dạng khớp để điều tra ứng xử phi tuyến của khung CFST có xem xét ảnh hưởng phi tuyến của liên kết dầm cột. Giá trị của ba tham số trong mô hình Kishi-Chen được sử dụng để mô phỏng các liên kết dầm cột nửa cứng là:  $M_u = 142$  kN.m,  $R_{ki} =$



Hình 6. Sơ đồ phân tích động học phi đàn hồi phi tuyến tính.

$$\ddot{D}_{n+1} = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \cdot \ddot{D}_n - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{D}_n + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot \Delta D \quad (67)$$

Ở các vòng lặp tiếp theo  $i \geq 2$  của mỗi bước gia tăng, kỹ thuật giải lặp Newton-Raphson sẽ được sử dụng để loại bỏ lực không cân bằng trong kết cấu  $\Delta R$  và được xác định như dưới đây

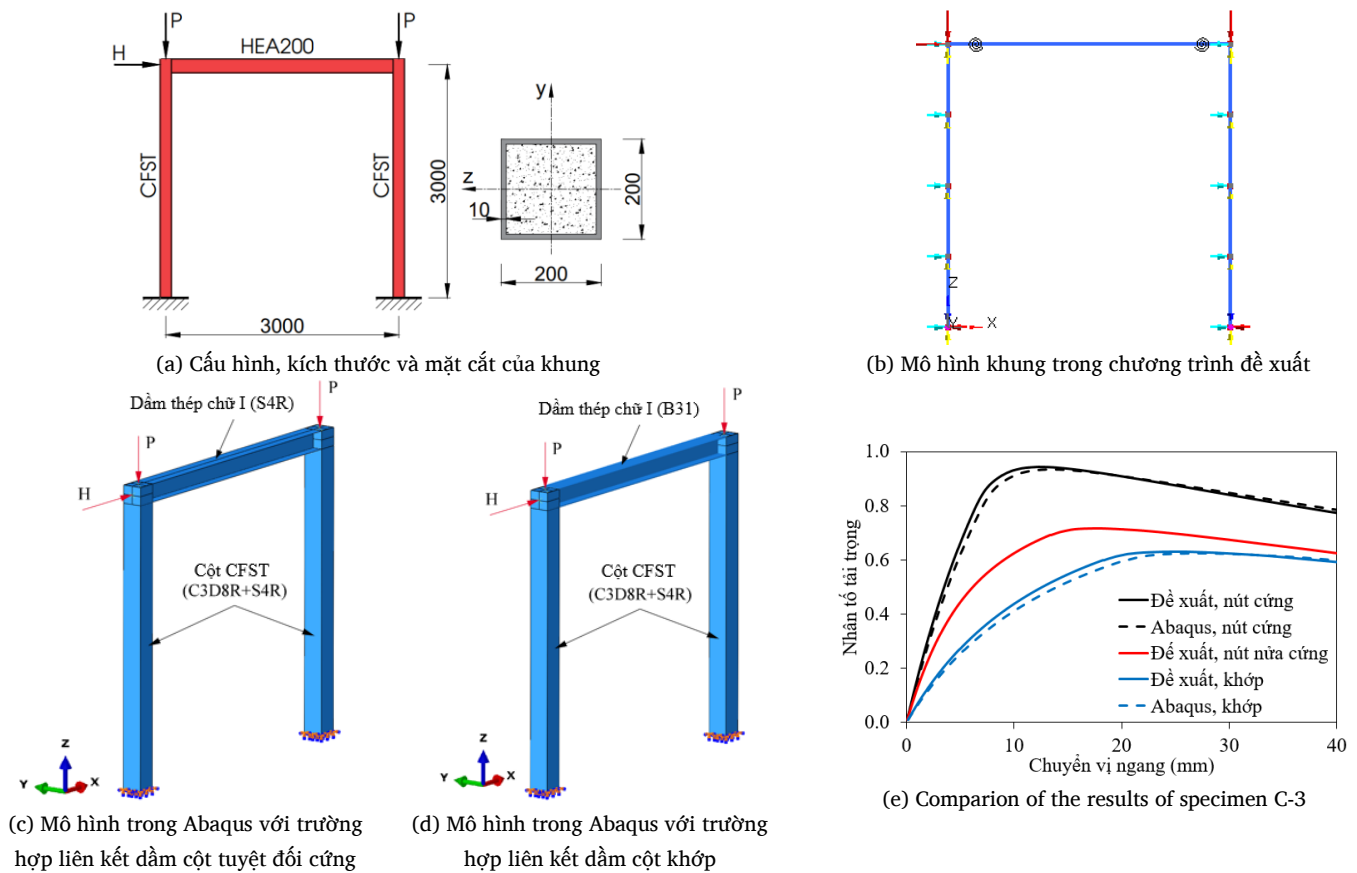
$$\bar{K} \cdot \delta \Delta D = \Delta R \quad (68)$$

trong đó véc tơ lực dư  $\Delta R$  sẽ được tính toán dựa vào tổng lực tác động từ bên ngoài  $F_{ext}$ , lực quán tính, lực cản nhớt, và lực nội tại được cập nhật ở mỗi vòng lặp  $F_{int}$  như sau

$$\Delta R = F_{n+1} - M \cdot \ddot{D}_{n+1} - C \cdot \dot{D}_{n+1} - F_{int} \quad (69)$$

31,635 (kN.m)/rad, và  $n = 0.98$  [19]. Ngược lại, ba tham số trên sẽ được gán là vô cùng nhỏ,  $M_{ui} = 1 \times 10^{-15}$  kN.m,  $R_{ki} = 1 \times 10^{-15}$  (kN.m)/rad, khi liên kết dầm cột được giả định là khớp. Hình 7 (b) mô tả mô hình khung trong chương trình được đề xuất. Trong mô hình Abaqus, thép hộp của cột CFST được mô phỏng bằng phần tử vỏ tích phân giảm 4 nút (S4R), và lõi bê tông được mô hình bằng phần tử khối tích phân giảm 8 nút (C3D8R). Dựa vào nghiên cứu hội tụ của lưới phần tử đã được thực hiện bởi các nhà nghiên cứu trước đây, kích thước nhỏ nhất và lớn nhất của phần tử nên được chọn trong khoảng  $B/23$  và  $B/13$  [25]. Lưới phần tử hữu hạn của cột CFST trong Hình 7 (c) bao gồm 7680 phần tử C3D8R và 3840 phần tử S4R. Tương tác giữa bề mặt bê tông và bề mặt thép hộp được mô hình với tùy chọn \*Contact pair và tương tác surface-to-surface đã được sử dụng trong Abaqus với hệ số ma sát là 0,25 [25]. Một điểm tham chiếu nằm ở trung tâm của mặt cắt đầu cột đã được gán vào bề mặt

của mặt cuối cột CFST bằng các ràng buộc Rigid body. Tải trọng tập trung theo phương z,  $P = 2800$  kN, được đặt vào điểm tham chiếu này như được minh họa trong Hình 7 (c) và (d). Trong khi đó, một điểm tham chiếu thứ hai nằm ở giữa mép ngoài phía trên của ống thép và kết hợp với thép hình chữ I đã được sử dụng để áp dụng tải trọng tập trung ngang H theo trục x. Ngoài ra, dầm thép hình chữ I được mô phỏng bằng cách sử dụng phần tử vỏ S4R và được liên kết chặt với bề mặt của thép hộp cột CFST bằng tùy chọn \*Tie trong Abaqus để mô hình hóa liên kết cứng của các cột CFST với dầm thép chữ I, như minh họa trong Hình 7 (c). Trong trường hợp liên kết dầm cột là khớp, dầm thép hình chữ I được mô hình bằng cách sử dụng phần tử dầm tích phân giảm 2 nút B31, như minh họa trong Hình 7 (d). Kích thước lưới phần tử hữu hạn của dầm thép hình chữ I là 2576 phần tử S4R cho trường hợp sử dụng phần tử vỏ và 175 phần tử B31 cho trường hợp sử dụng phần tử dầm.



Hình 7. Khung CFST với các liên kết dầm cột khác nhau chịu tải trọng tĩnh.

Đường cong tải trọng-chuyển vị của khung CFST có liên kết dầm cột là hoàn toàn cứng, nửa cứng, và khớp chịu tải trọng tĩnh thu được từ phương pháp đề xuất và Abaqus được so sánh trong Hình 7 (e). Có thể thấy, đường cong và hệ số tải trọng cực đại thu được từ hai phương pháp là gần tương đồng. Đường cong tải trọng-chuyển vị của khung CFST với liên kết dầm cột nửa cứng là hoàn toàn hợp lý vì nó nằm giữa các đường cong của hai trường hợp liên kết dầm cột

cứng hoàn toàn và khớp. Cũng cần phải chú ý ở đây, chương trình thương mại Abaqus đã không thể phân tích khung có liên kết nửa cứng mà chỉ có thể phân tích khung có liên kết tuyệt đối cứng hoặc liên kết khớp. Điều này đã chứng minh tính mới và sự cần thiết của chương trình đề xuất. Bảng 1 tổng hợp hệ số tải trọng cực đại của khung CFST có liên kết dầm cột là hoàn toàn cứng, nửa cứng, và khớp thu được từ phương pháp đề xuất và Abaqus. Quan sát từ bảng có thể



thấy, kết quả tiên đoán bởi 2 phương pháp đề xuất và Abaqus có những khác biệt nhỏ nhưng với sai số chỉ dưới 1,0 %. Có thể thấy rằng, việc thay thế liên kết tuyệt đối cứng bằng liên kết nửa cứng hoặc khớp đã làm giảm đáng kể hệ số tải trọng cực đại thu được từ phương pháp đề xuất, với giá trị lần lượt là 24,1 % và 43,7 %. Để xem xét hiệu quả tính toán số của chương trình đã đề xuất, một máy tính với cấu hình Core i7-3930K và RAM 32,0 GB đã cùng được sử dụng cho cả hai phương pháp phân tích. Kết quả cho thấy, chương trình đề xuất chỉ phân tích kết cấu khung CFST trong 47,75 giây trong khi Abaqus đã phân tích khung trong 209,8 phút. Điều này cho thấy hiệu quả phân tích số của phương pháp đã đề xuất là đáng kể, gấp gần 263 lần chương trình thương mại Abaqus. Như vậy, điều này chứng minh rằng phương pháp đã đề xuất có thể phân tích chính xác ứng xử phi tuyến của khung thép nhồi bê tông có liên kết nửa cứng với hiệu suất tính toán cao.

**Bảng 1.** Nhân tố tải trọng cực hạn của khung CFST chịu tải trọng tĩnh.

Kiểu liên kết dầm cột	Phương pháp đề xuất	Abaqus	Khác nhau (%)
Tuyệt đối cứng	0,943	0,935	0,848
Nửa cứng	0,716	-	-
Khớp	0,630	0,624	0,953

**5.2. Kết cấu khung thép nhồi bê tông có liên kết nửa cứng chịu tải trọng động đất**

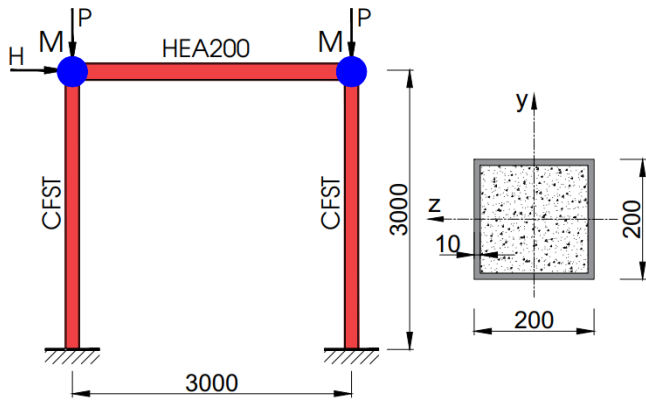
Trong mục này, hai ví dụ số sẽ được thực hiện để kiểm chứng tính chính xác và hiệu quả tính toán của phương pháp đề xuất trong nghiên cứu về ứng xử động học phi đàn hồi phi tuyến tính của kết cấu khung CFST có liên kết nửa cứng dưới tác dụng của động đất. Vì không có kết quả của thí nghiệm nên chương trình Abaqus sẽ được sử dụng cho mục đích kiểm chứng tính chính xác của chương trình đề xuất. Kết quả từ phương pháp đề xuất sẽ được so sánh với kết quả từ chương trình phân tích thương mại Abaqus. Đối với tất cả các ví dụ, hai trận động đất xảy ra ở El Centro và Loma Prieta với cường độ và thời gian khác nhau sẽ được sử dụng làm dữ liệu đầu vào cho quá trình phân tích và đánh giá [26], như được minh họa trong Hình 8 (c) và (d) và mô tả trong Bảng 2. Cấu hình, kích thước và tiết diện của khung CFST chịu tải trọng động đất trong ví dụ này giống với cấu hình và tiết diện của khung trong ví dụ trước. Khối lượng tập trung được đặt ở nút của khung  $M = 10,0 \text{ Ns}^2/\text{mm}$  cho trường hợp khung chịu tải trọng động đất El Centro và  $M = 1.0 \text{ Ns}^2/\text{mm}$  cho trường hợp khung chịu tải trọng động đất Loma Prieta, như được minh họa trong Hình 8 (a). Hình 8 (b) mô tả mô hình khung trong chương trình được đề xuất. Đối với mô hình Abaqus, cũng như ví dụ trước, lõi bê tông được mô hình bằng phần tử khối C3D8R, trong khi thép hộp bên

ngoài cột và dầm thép hình chữ I được mô hình bằng phần tử tấm S4R. Liên kết \*Surface-to-surface được sử dụng để mô tả liên kết giữa lõi bê tông và thép hộp. Bên cạnh đó, lựa chọn \*Inertia manager được sử dụng để gán khối lượng tập trung và tham số  $\alpha_M$ . Vật liệu bê tông được mô phỏng sử dụng mô hình \*Concrete damaged plasticity, trong khi đó vật liệu thép được mô tả bằng mối quan hệ ứng suất biến dạng hai đoạn bi-linear.

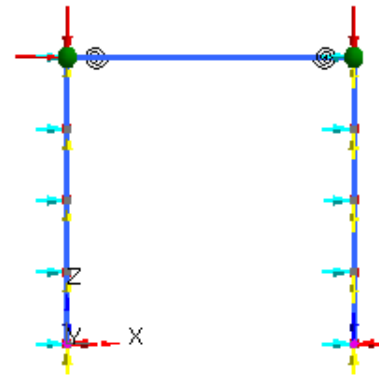
Phản ứng chuyển vị đỉnh của khung theo thời gian giữa phân tích bằng chương trình đề xuất và Abaqus cho cả ba loại liên kết dầm cột: (i) liên kết tuyệt đối cứng, (ii) liên kết nửa cứng và (iii) liên kết khớp được so sánh trong Hình 9 (a) - (c) cho động đất El Centro và Hình 10 (a) - (c) cho động đất Loma Prieta. Kết quả phân tích từ chương trình đề xuất gần như tương đồng với kết quả từ Abaqus. Chuyển vị đỉnh của cột dưới các động đất và các phân tích khác nhau được tổng hợp trong Bảng 3. Có thể thấy, một sự tương đồng trong kết quả chuyển vị đỉnh cực hạn được tiên đoán bởi hai chương trình là gần như nhau. Đối với động đất El Centro, tỉ lệ giữa chuyển vị đỉnh cực hạn phân tích bởi hai chương trình chỉ khác nhau dưới 3,9 % cho phân tích phi tuyến khung có liên kết tuyệt đối cứng và dưới 9,3 % cho phân tích phi tuyến khung có liên kết khớp. Tương tự với động đất Loma Prieta, các giá trị khác nhau này lần lượt là 3,9 % và 9,9 %. Cũng cần phải chú ý ở đây, chương trình thương mại Abaqus đã không thể phân tích khung có liên kết nửa cứng mà chỉ có thể phân tích khung có liên kết tuyệt đối cứng hoặc liên kết khớp. Điều này đã chứng minh tính mới và sự cần thiết của chương trình đề xuất. Để xem xét hiệu quả tính toán số của chương trình đã đề xuất, một máy tính với cấu hình Core i7-3930K và RAM 32,0 GB đã cùng được sử dụng cho cả hai phương pháp phân tích. Kết quả cho thấy, với động đất El Centro và cho phân tích phi đàn hồi phi tuyến tính của khung CFST có liên kết tuyệt đối cứng, chương trình đề xuất đã phân tích kết cấu cột chỉ trong 98,62 giây trong khi Abaqus đã phân tích cột đó trong 473,4 phút. Điều này cho thấy hiệu quả phân tích số của phương pháp đã đề xuất là đáng kể, gấp hơn 288 lần chương trình Abaqus. Như vậy, có thể thấy rằng chương trình được đề xuất có độ chính xác và hiệu quả tính toán cao khi sử dụng để phân tích động học phi đàn hồi phi tuyến tính khung thép nhồi bê tông có liên kết nửa cứng chịu tải trọng động đất.

**Bảng 2.** Bước thời gian và gia tốc mặt đất cực đại của trận động đất.

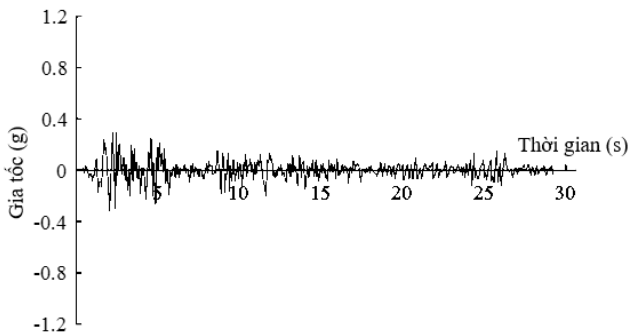
Động đất	Năm	Bước thời gian (s)	Tổng thời gian (s)	Gia tốc cực đại (g)
El Centro	1940	0,020	31,180	0,319
Loma Prieta	1989	0,005	39,995	0,529



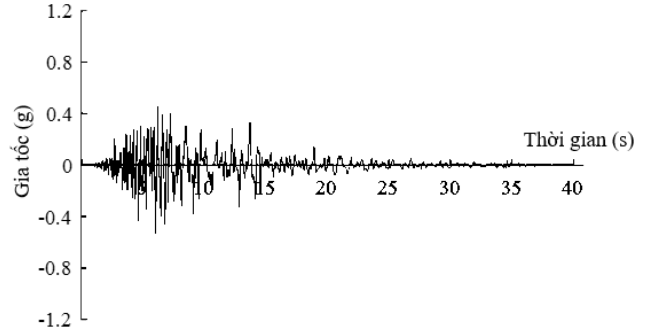
(a) Cấu hình, kích thước và mặt cắt của khung



(b) Mô hình khung trong chương trình đề xuất

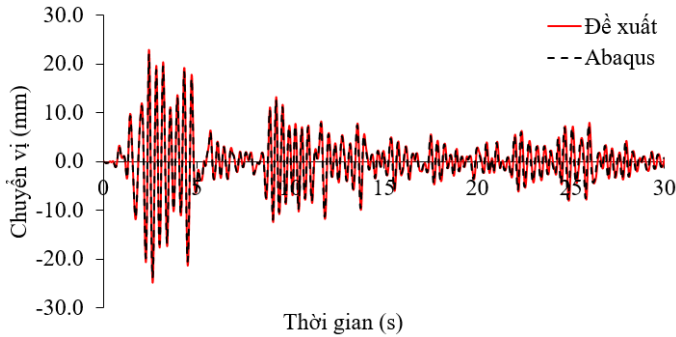


(c) Động đất El Centro

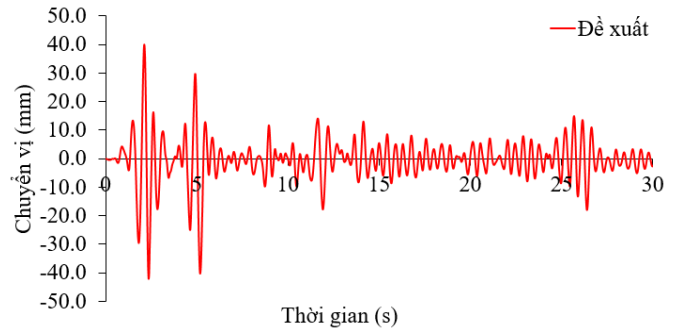


(d) Động đất Loma Prieta

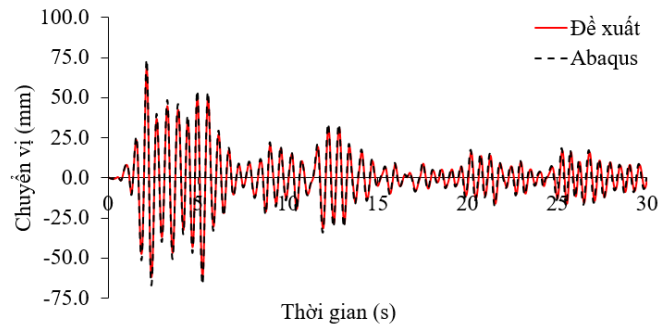
**Hình 8.** Khung CFST với các liên kết dầm cột khác nhau chịu tải trọng động.



(a) phản ứng của khung có liên kết dầm cột cứng tuyệt đối

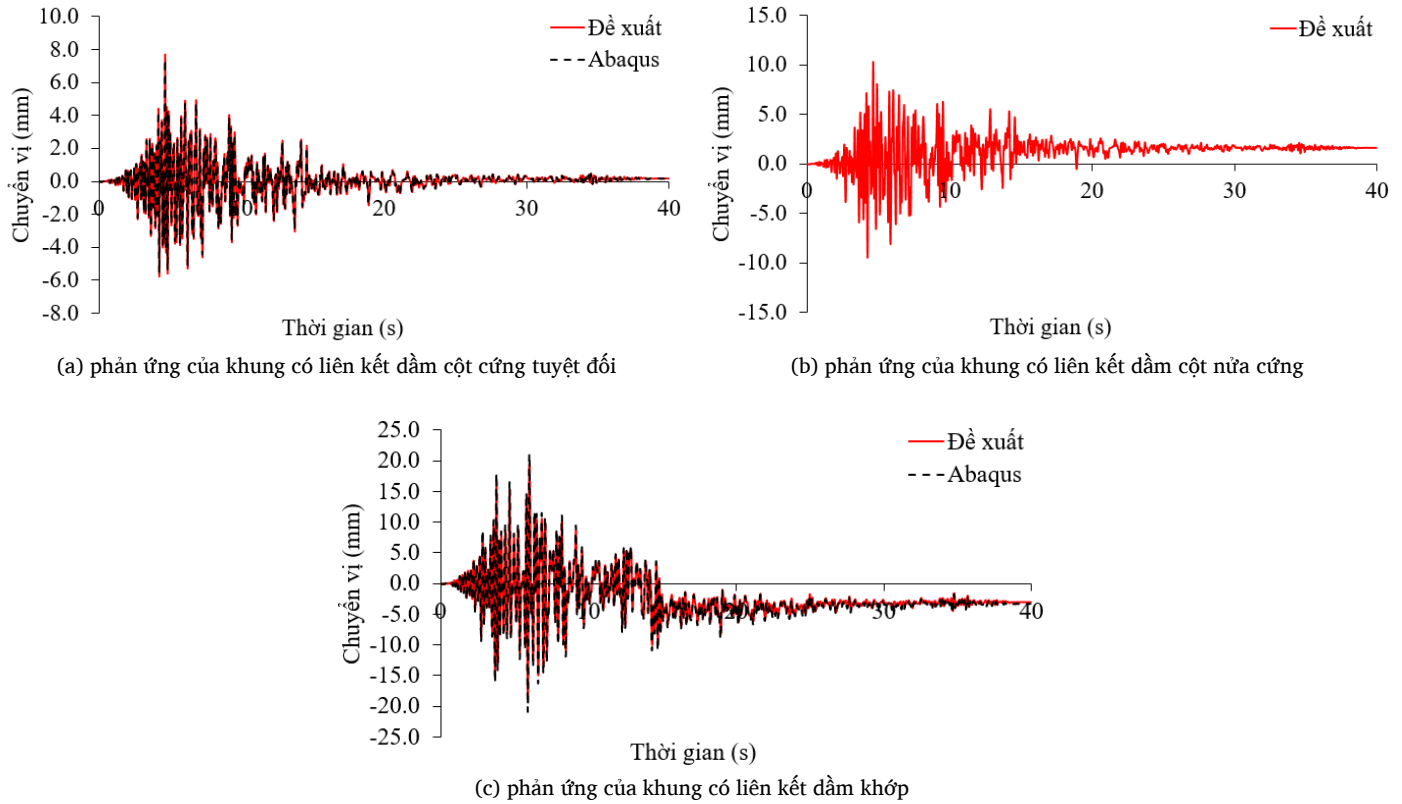


(b) phản ứng của khung có liên kết dầm cột nửa cứng



(c) phản ứng của khung có liên kết dầm khớp

**Hình 9.** Khung CFST với các liên kết dầm cột khác nhau chịu tải trọng động đất El Centro.



**Hình 10.** Khung CFST với các liên kết dầm cột khác nhau chịu tải trọng động đất Loma Prieta.

**Bảng 3.** So sánh chuyển vị đỉnh của khung thép nhồi bê tông chịu động đất.

Động đất	Loại liên kết dầm cột	Giá trị	Chuyển vị đỉnh		$\frac{Abaqus}{Đề xuất}$
			Đề xuất	Abaqus	
El Centro	Tuyệt đối cứng	Lớn nhất	22,881	21,989	0,961
		Nhỏ nhất	-24,851	-23,982	0,965
	Nửa cứng	Lớn nhất	40,103	-	-
		Nhỏ nhất	-42,215	-	-
	Khớp	Lớn nhất	67,757	73,788	1,089
		Nhỏ nhất	-61,886	-67,594	1,092
Loma Prieta	Tuyệt đối cứng	Lớn nhất	7,707	7,407	0,961
		Nhỏ nhất	-5,785	-5,659	0,978
	Nửa cứng	Lớn nhất	10,340	-	-
		Nhỏ nhất	-9,509	-	-
	Khớp	Lớn nhất	19,466	21,399	1,099
		Nhỏ nhất	-19,205	-20,914	1,089

**6. Kết luận**

Một phương pháp tiên tiến mới kết hợp mô hình dầm cột thép sợi và liên kết dầm cột nửa cứng đã được phát triển thành công bằng ngôn ngữ lập trình Fortran để nghiên cứu ứng xử động và tính phi đàn hồi phi tuyến của kết cấu khung CFST. Phương pháp này hợp

nhất hàm ổn định và mô hình dẻo phân tán vào phần tử dầm cột thép sợi, đồng thời sử dụng một phần tử liên kết có chiều dài bằng không với sáu bậc tự do để mô phỏng các liên kết phi tuyến giữa dầm và cột. Đối với phân tích tĩnh, thuật toán GDC với khả năng phân tích sau điểm cực hạn sẽ được sử dụng để giải các phương trình cân bằng phi tuyến, thay cho thuật toán Newton-Raphson truyền thống. Trong phân

tích động, thuật toán phi tuyến dựa trên phương pháp tích phân trực tiếp Newmark- $\beta$  và phương pháp lặp Newton-Raphson đã được phát triển để giải các phương trình vi phân chủ đạo của chuyển động nhờ vào tính ổn định số và tính đơn giản của nó. Các kết quả chính thu được như sau:

(1) Phương pháp được đề xuất có khả năng phân tích chính xác và hiệu quả ứng xử động và tính phi đàn hồi phi tuyến của khung CFST có liên kết dầm cột nửa cứng. Kết quả phân tích từ chương trình đề xuất gần như tương đồng với kết quả từ Abaqus cho cả phân tích động và phân tích tĩnh. Do đó, phương pháp này đáng tin cậy và hứa hẹn sẽ cung cấp một công cụ hữu ích cho thực hành thiết kế khung CFST có liên kết dầm cột nửa cứng.

(2) Trong trường hợp khung CFST, việc thay đổi liên kết dầm cột từ tuyệt đối cứng sang liên kết dầm cột nửa cứng và liên kết dầm cột khớp đã dẫn đến sự giảm đi đáng kể trong hệ số tải trọng giới hạn.

(3) Sử dụng cùng một máy tính cấu hình Core i7-3930K và RAM 32,0 GB cho cả hai phương pháp phân tích, kết quả cho thấy chương trình đề xuất đã phân tích kết cấu cột chỉ trong 98,62 giây khi chịu tác động của động đất El Centro, trong khi Abaqus mất 473.4 phút để phân tích khung tương tự. Điều này cho thấy phương pháp đề xuất có hiệu quả vượt trội trong phân tích số, nhanh hơn gần 288 lần so với chương trình thương mại Abaqus. Như vậy, chương trình được đề xuất có độ chính xác và hiệu quả tính toán cao khi phân tích động và tính phi đàn hồi phi tuyến của khung CFST có liên kết nửa cứng.

#### Tài liệu tham khảo

- [1]. Aslani Farhad, Uy Brian, Tao Zhong, Mashiri Fidelis (2015), "Predicting the axial load capacity of high-strength concrete filled steel tubular columns", *Steel and Composite Structures*, 19 (4): 967-993.
- [2]. Huang Fuyun, Yu Xinmeng, Chen Baochun (2012), "The structural performance of axially loaded CFST columns under various loading conditions", *Steel & Composite Structures*, 13 (5): 451-471.
- [3]. Uy Brian (1998), "Local and post-local buckling of concrete filled steel welded box columns", *Journal of constructional steel research*, 47 (1-2): 47-72.
- [4]. Tomii Masahide, Sakino Kenji (1979), "Experimental studies on the ultimate moment of concrete filled square steel tubular beam-columns", *Transactions of the Architectural Institute of Japan*, 275: 55-65.
- [5]. Han Lin-Hai, Wang Wen-Da, Zhao Xiao-Ling (2008), "Behaviour of steel beam to concrete-filled SHS column frames: Finite element model and verifications", *Engineering Structures*, 30 (6): 1647-1658.
- [6]. Elnashai AS, Elghazouli AY (1994), "Seismic behaviour of semi-rigid steel frames", *Journal of Constructional Steel Research*, 29 (1-3): 149-174.
- [7]. Nader MN, Astaneh A (1991), "Dynamic behavior of flexible, semirigid and rigid steel frames", *Journal of Constructional Steel Research*, 18 (3): 179-192.
- [8]. Wang Jingfeng, Zhang Na (2017), "Performance of circular CFST column to steel beam joints with blind bolts", *Journal of Constructional Steel Research*, 130: 36-52.
- [9]. Chen Wai-Fah, Kishi N (1989), "Semirigid steel beam-to-column connections: Data base and modeling", *Journal of Structural Engineering*, 115 (1): 105-119.
- [10]. Bayo E, Cabrero JM, Gil B (2006), "An effective component-based method to model semi-rigid connections for the global analysis of steel and composite structures", *Engineering structures*, 28 (1): 97-108.
- [11]. Lui EM, Chen Wai-Fah (1986), "Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames", *Engineering Structures*, 8 (2): 107-118.
- [12]. Hibbitt, Karlsson, Sorensen (1997), *ABAQUS: Theory manual*, Vol. 2, Hibbitt, Karlsson & Sorensen.
- [13]. ANSYS Inc (2017), "Ansys ls-dyna user's guide", Ed. Editors|, Publisher|, Place Published|, Pages|.
- [14]. Madenci Erdogan, Guven Ibrahim (2006), "Fundamentals of ANSYS", *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®*: 15-35.
- [15]. Thai Huu-Tai, Kim Seung-Eock (2011), "Second-order inelastic dynamic analysis of steel frames using fiber hinge method", *Journal of Constructional Steel Research*, 67 (10): 1485-1494.
- [16]. Thai Huu-Tai, Kim Seung-Eock (2008), "Second-order inelastic dynamic analysis of three-dimensional cable-stayed bridges", *Steel Str*, 8: 205-214.
- [17]. Chen Wai-Fah, Lui Eric Mun (1987), "Structural stability: theory and implementation", (*No Title*).
- [18]. Kim Seung-Eock, Choi Se-Hyu (2001), "Practical advanced analysis for semi-rigid space frames", *International journal of solids and structures*, 38 (50-51): 9111-9131.
- [19]. Nguyen Phu-Cuong, Kim Seung-Eock (2014), "An advanced analysis method for three-dimensional steel frames with semi-rigid connections", *Finite Elements in Analysis and Design*, 80: 23-32.
- [20]. Mander John B, Priestley Michael JN, Park Robert (1988), "Theoretical stress-strain model for confined concrete", *Journal of structural engineering*, 114 (8): 1804-1826.
- [21]. Liang Qing Quan (2009), "Performance-based analysis of concrete-filled steel tubular beam-columns, Part I: Theory and algorithms", *Journal of Constructional Steel Research*, 65 (2): 363-372.
- [22]. De Borst René, Crisfield Mike A, Remmers Joris JC, Verhoosel Clemens V (2012), *Nonlinear finite element analysis of solids and structures*, John Wiley & Sons.
- [23]. Yang Yeong-Bin, Shieh Ming-Shan (1990), "Solution method for nonlinear problems with multiple critical points", *AIAA journal*, 28 (12): 2110-2116.
- [24]. Newmark Nathan M (1959), "A method of computation for structural dynamics", *Journal of the engineering mechanics division*, 85 (3): 67-94.
- [25]. Thai Huu-Tai, Uy Brian, Khan Mahbub, Tao Zhong, Mashiri Fidelis (2014), "Numerical modelling of concrete-filled steel box columns incorporating high strength materials", *Journal of Constructional Steel Research*, 102: 256-265.
- [26]. Database PEER Ground Motion (2013), "Pacific Earthquake Engineering Research Center".