

# Nghiên cứu tính toán ứng xử chịu uốn của kết cấu sàn liên hợp bằng bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép

Nguyễn Công Hậu<sup>1\*</sup>, Nguyễn Thị Thu Thủy<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Trường Đại học Giao thông vận tải

**TỪ KHOẢ**

Sàn liên hợp

Lưới dệt

**TÓM TẮT**

Bài báo trình bày nghiên cứu về tính toán ứng xử chịu uốn của sàn liên hợp sử dụng bê tông cốt lưới dệt (TRC) và bê tông cốt thép. Mục tiêu là xây dựng các mô hình tính toán cho cả giai đoạn thi công và giai đoạn sử dụng của kết cấu. Các mô hình được xây dựng dựa trên nguyên lý làm việc của bê tông cốt thép thông thường, có điều chỉnh để phù hợp với đặc tính của vật liệu TRC. Bài viết trình bày chi tiết các bước thiết lập mô hình tính toán mô men gây nứt và sức kháng uốn bằng phương pháp chia lớp, cung cấp tài liệu tham khảo hữu ích cho kỹ sư thiết kế.

**KEYWORDS**

Composite slab

Textile reinforced concrete

**ABSTRACT**

This paper presents research on the calculation of bending behavior of composite slabs using textile reinforced concrete (TRC) and rebar reinforced concrete. The goal is to develop calculation models for both the construction and service phases of the structure. The models are built based on the working principle of ordinary reinforced concrete, adjusted to suit the characteristics of TRC materials. The article details the steps to establish calculation models for cracking moment and bending resistance using the layer division method, providing useful reference materials for design engineers.

**1. Đặt vấn đề**

Sự ra đời của bê tông cốt lưới dệt (Textile Reinforced Concrete, TRC) đánh dấu một bước tiến quan trọng trong lĩnh vực vật liệu xây dựng. Được giới thiệu lần đầu tiên vào cuối những năm 1990 tại Đức, nhờ sự hợp tác của trung tâm nghiên cứu TU Dresden và Đại học RWTH Aachen [1], TRC nhanh chóng chứng minh được tiềm năng to lớn của mình.

Hiện nay, vật liệu bê tông cốt lưới dệt (TRC) đang ngày càng được nghiên cứu và ứng dụng rộng rãi trên thế giới, cũng như tại Việt Nam. Một trong số các ứng dụng tiềm năng của TRC là trong kết cấu sàn liên hợp sử dụng bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép. Nghiên cứu trước đây của nhóm tác giả đã đề xuất một số dạng mặt cắt phù hợp cho loại kết cấu sàn liên hợp này [2].

Tuy nhiên, hiện tại, cả trên thế giới và ở Việt Nam, các nghiên cứu về tính toán kết cấu sàn liên hợp sử dụng bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép còn rất hạn chế.

Hyeong-Yeol Kim và cộng sự [3] đã xây dựng mô hình tính toán sức kháng uốn cực hạn của kết cấu sàn liên hợp dựa trên các điều kiện về cân bằng lực trong tiết diện. Trong nghiên cứu này, phương pháp khối ứng suất được sử dụng để tính ứng suất trong vùng bê tông chịu nén. Tuy nhiên, tấm TRC và phần bê tông cốt thép thường trong nghiên cứu này có tiết diện hình chữ nhật đơn giản. Với các dạng tiết diện được tối ưu về độ dính bám có chiều rộng thay đổi theo chiều cao mặt cắt như trong nghiên cứu trước đây của nhóm tác giả [2], việc sử dụng phương pháp khối ứng suất là không phù hợp.

Vũ Văn Hiệp [4] đã nghiên cứu đề xuất mô hình xác định ứng xử chịu uốn cho kết cấu sàn liên hợp dạng “sandwich” gồm: Tấm TRC – Bê tông nhẹ – Tấm TRC. Tuy nhiên, dạng mặt cắt này khá phức tạp do có cấu tạo nhiều lớp và vật liệu bê tông nhẹ không quá phổ biến để triển khai trong điều kiện xây dựng thông thường ở nước ta.

Điều này gây ra nhiều khó khăn trong việc ứng dụng loại kết cấu này vào thực tế. Các kỹ sư xây dựng hiện đang thiếu các tài liệu và hướng dẫn đầy đủ để tính toán và kiểm tra các dạng kết cấu sàn liên hợp này một cách hiệu quả.

Bài toán đặt ra là cần xây dựng các mô hình tính toán chi tiết và đáng tin cậy cho kết cấu sàn liên hợp bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép với các dạng tiết diện đơn giản cho việc triển khai thi công. Việc giải quyết bài toán này sẽ giúp khai thác tối đa các ưu điểm của bê tông cốt lưới dệt và kết cấu sàn liên hợp, từ đó mở ra tiềm năng ứng dụng rộng rãi của loại kết cấu này trong thực tế xây dựng. Các mô hình tính toán này sẽ cung cấp cơ sở khoa học và công cụ thiết kế cho các kỹ sư, giúp đảm bảo an toàn và hiệu quả cho các công trình sử dụng kết cấu sàn liên hợp bê tông cốt lưới dệt.

**2. Nguyên lý tính toán thiết kế kết cấu sàn liên hợp bằng bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép**

**2.1. Nguyên lý tính toán thiết kế**

Hiện nay, trên thế giới các nghiên cứu về xây dựng các mô hình tính toán cho kết cấu liên hợp bằng bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt

\*Liên hệ tác giả: haunc\_ph@utc.edu.vn

Nhận ngày 20/01/2025, sửa xong ngày 18/02/2025, chấp nhận đăng ngày 20/02/2025

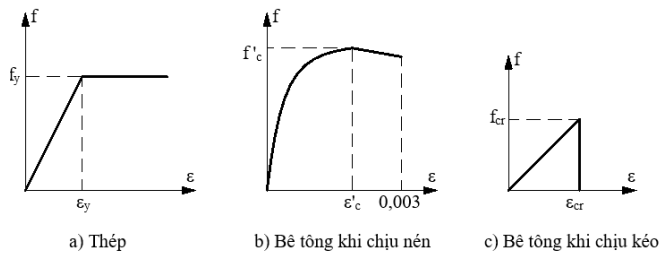
Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.01.2025.835>

thép còn hạn chế. Tuy nhiên, nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng, mô hình làm việc của bê tông cốt thép dẹt cũng tương đồng với mô hình làm việc của bê tông cốt thép thường ([3], [4], [5]). Sự khác biệt giữa hai mô hình làm việc này nằm ở đặc điểm cấu tạo của kết cấu và các tính chất cơ bản của vật liệu. Do đó, các mô hình tính toán được xây dựng cho kết cấu liên hợp bằng bê tông cốt thép dẹt và bê tông cốt thép cũng dựa trên mô hình làm việc điển hình của bê tông cốt thép thường, có xét đến các tính chất của vật liệu bê tông hạt mịn, cốt thép dẹt và sự làm việc đồng thời giữa các vật liệu trong kết cấu liên hợp. Các trường hợp của vị trí trục trung hòa trong tính toán tiết diện sàn liên hợp bê tông cốt thép dẹt cũng được xét đến tương tự như kết cấu sàn liên hợp sử dụng tấm tôn thông thường ([6], [7]).

2.2. Mô hình vật liệu

2.2.1. Mô hình làm việc của cốt thép

Sự làm việc của cốt thép được mô hình hoá thành dạng đàn hồi dẻo tuyệt đối như Hình 1a. Với ứng suất chảy thực tế  $f_y$  được coi là không đổi cho tới khi bị phá hoại, bỏ qua hiện tượng tái bền.



Hình 1. Quan hệ ứng suất – biến dạng của vật liệu thép và bê tông.

Phương trình biểu diễn ứng xử của cốt thép:

$$f_s = E_s \epsilon_s \leq f_y \quad (1)$$

Với:  $f_s$  là ứng suất trong cốt thép;  $E_s$  là mô đun đàn hồi của cốt thép;  $\epsilon_s$  là biến dạng của cốt thép;  $f_y$  là cường độ dẻo của cốt thép.

2.2.2. Mô hình làm việc của bê tông thường chịu nén

Sự phân bố ứng suất của bê tông thường trong vùng nén có dạng đường cong (

Hình 1-b) theo quy luật parabol của Hognestad [8] ứng với phương trình **Error! Reference source not found.** và đạt giá trị chịu nén lớn

$$\text{nhất } f'_c. \quad f_c = f'_c \left[ 2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (2)$$

Trong đó:  $f'_c$  là cường độ chịu nén của bê tông;  $\epsilon_c$  và  $f_c$  là biến dạng nén và ứng suất nén của bê tông;  $\epsilon'_c$  là biến dạng của bê tông khi ứng suất đạt đến cường độ chịu nén.

2.2.3. Mô hình làm việc của bê tông hạt mịn chịu nén

Quan hệ ứng suất và biến dạng của bê tông hạt mịn khi chịu nén được biểu diễn theo phương trình **Error! Reference source not found.** của tác giả Brockmann [9].

$$f_{c, hm} = \frac{\alpha f'_{c, hm}}{1,2} \left[ 2 \frac{\epsilon_{c, hm}}{\epsilon'_{c, hm}} - \left( \frac{\epsilon_{c, hm}}{\epsilon'_{c, hm}} \right)^2 \right] \quad (3)$$

Trong đó:  $f'_{c, hm}$  là cường độ chịu nén của bê tông hạt mịn;  $\epsilon_{c, hm}$  và  $f_{c, hm}$  là biến dạng nén và ứng suất nén của bê tông hạt mịn;  $\epsilon'_{c, hm}$  là biến dạng của bê tông hạt mịn khi ứng suất đạt đến cường độ chịu nén.  $\alpha$  là hệ số điều chỉnh với bê tông hạt mịn được lấy bằng 0,85.

2.2.4. Mô hình làm việc của bê tông thường và bê tông hạt mịn chịu kéo

Bê tông thường và bê tông hạt mịn khi chịu kéo, các vết nứt đầu tiên xuất hiện ở mức ứng suất khá nhỏ. Sau khi nứt, nếu vết nứt nhỏ, bê tông vẫn có thể tiếp tục chịu kéo nhưng với độ cứng giảm dần.

Quan hệ ứng suất biến dạng của bê tông khi chịu kéo dọc trục có thể được coi là tuyến tính đến khi nứt (

Hình 1-c) và có thể được mô tả bởi phương trình sau:

$$\begin{cases} f_{ct} = E_c \epsilon_{ct} \leq f_{cr} = E_c \epsilon_{cr} & \text{khi } 0 \leq \epsilon_{ct} \leq \epsilon_{cr} \\ f_{ct} = 0 & \text{khi } \epsilon_{ct} > \epsilon_{cr} \end{cases} \quad (4)$$

Trong đó:  $f_{ct}$ ,  $f_{cr}$ ,  $\epsilon_{ct}$ ,  $E_c$  lần lượt là ứng suất kéo, cường độ chịu kéo, biến dạng kéo và mô đun đàn hồi của bê tông.

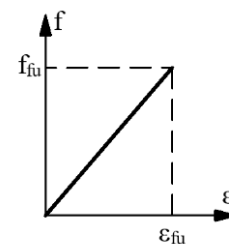
Tương tự, quan hệ ứng suất biến dạng của bê tông hạt mịn có thể được mô tả bởi phương trình sau:

$$\begin{cases} f_{ct, hm} = E_{c, hm} \epsilon_{ct, hm} \leq f_{cr, hm} = E_{c, hm} \epsilon_{cr, hm} & \text{khi } 0 \leq \epsilon_{ct, hm} \leq \epsilon_{cr, hm} \\ f_{ct, hm} = 0 & \text{khi } \epsilon_{ct, hm} > \epsilon_{cr, hm} \end{cases} \quad (5)$$

Trong đó:  $f_{ct, hm}$ ,  $f_{cr, hm}$ ,  $\epsilon_{ct, hm}$ ,  $E_{c, hm}$  lần lượt là ứng suất kéo, cường độ chịu kéo, biến dạng kéo và mô đun đàn hồi của bê tông hạt mịn.

2.2.5. Mô hình làm việc của cốt thép dẹt chịu kéo

Cốt thép dẹt là loại vật liệu có tính đàn hồi – giòn. Ứng suất kéo tăng gần như tuyến tính, sau khi đạt ứng suất cực đại, cốt thép dẹt bị phá hoại ngay lập tức. Hình 2 thể hiện mối quan hệ ứng suất – biến dạng của cốt thép dẹt, đây là loại vật liệu làm việc không có giai đoạn biến dạng dẻo trước khi bị phá hoại.



Hình 2. Quan hệ ứng suất – biến dạng của lưới dẹt.

Sự làm việc của cốt thép dẹt được biểu diễn bằng phương trình sau:

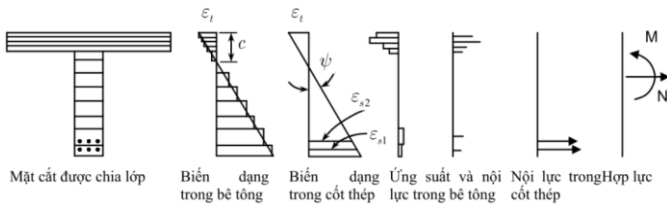
$$f_f = E_f \epsilon_f \quad (6)$$

Trong đó:  $f_f$ ,  $\epsilon_f$ ,  $E_f$  là ứng suất kéo, biến dạng kéo và mô đun đàn hồi của cốt thép dẹt.

2.3. Phương pháp xác định sự làm việc chịu uốn của mặt cắt

Phương pháp khối ứng suất thường được sử dụng phổ biến trong tính toán sức kháng uốn của các kết cấu bê tông cốt thép do khả năng tính toán đơn giản nhưng đối với các tiết diện có bề rộng thay đổi hoặc sự phân bố ứng suất trong bê tông theo chiều cao tiết diện không theo quy luật tuyến tính sẽ khó để xác định được nội lực trong các vùng vật liệu. Một phương pháp tính toán khá phù hợp với sự làm việc của mặt cắt có bề rộng thay đổi là phương pháp chia lớp.

Mặt cắt được xem là một tập hợp các lớp hình chữ nhật hoặc hình thang và giả thiết rằng biến dạng ở mỗi lớp là phân bố đều và bằng biến dạng tại tâm của lớp. Bởi vì biến dạng trên từng lớp là bằng nhau nên ứng suất của bê tông trên từng lớp đó cũng bằng nhau. Từ đó, có thể xác định hợp lực trong mỗi vùng làm việc của bê tông bằng tổng lực dọc trong từng lớp, còn mô men là tích của lực dọc lớp với khoảng cách từ trọng tâm lớp đến trục tham chiếu [10].



Hình 3. Xác định nội lực bằng cách tính toán theo lớp [10].

3. Xây dựng mô hình tính toán

Dạng mặt cắt và thông số của tiết diện dạng đặc dùng để xây dựng mô hình tính toán khả năng chịu uốn của kết cấu sàn liên hợp bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép được tham khảo từ tài liệu [2].

3.1. Mô hình tính toán sự làm việc của tấm TRC trong giai đoạn thi công

Tấm ván khuôn TRC trong giai đoạn thi công phải được giới hạn không bị nứt để đảm bảo các điều kiện về thi công [2]. Trong giai đoạn mặt cắt chưa nứt, ứng suất trong bê tông ở thứ chịu kéo xa nhất nhỏ hơn cường độ chịu kéo khi uốn và mô men nội lực nhỏ hơn mô men gây nứt. Toàn bộ vật liệu của mặt cắt được coi là làm việc đàn hồi. Sự phân bố ứng suất và biến dạng có dạng tuyến tính. Diện tích của cốt lưới dệt hoặc cốt thép khá nhỏ so với diện tích toàn bộ mặt cắt nên chúng ít ảnh hưởng đến độ cứng của mặt cắt trước khi nứt. Nên trong giai đoạn này độ cứng của mặt cắt được tính bằng độ cứng của mặt cắt bê tông (mặt cắt nguyên  $I_g$ ) [10]. Khi đó, trục trung hoà gần đúng được xem như đi qua trọng tâm của mặt cắt.

Mặt cắt bị nứt khi ứng suất tại thứ dưới của bản cánh lớn hơn hoặc bằng cường độ chịu kéo của bê tông hạt mịn:

$$f_{ct, hm} \geq f_{cr, hm} \quad (7)$$

Mô men gây nứt  $M_{cr}$ , là mô men làm cho mặt cắt bị nứt:

$$M_{cr, hm} = \frac{f_{cr, hm} I_g}{y} \quad (8)$$

Trong đó:

-  $y$  là khoảng cách từ trục trung hoà tới mép chịu kéo của mặt cắt:

+ Khi mặt cắt chịu mô men dương, thứ dưới của mặt cắt chịu kéo:

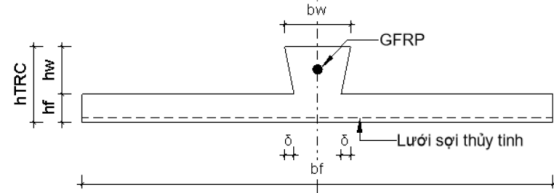
$$y = \bar{y} \quad (9)$$

( $\bar{y}$  là khoảng cách từ mép dưới của bản cánh tới trọng tâm của tiết diện)

+ Khi mặt cắt chịu mô men âm, thứ trên của mặt cắt chịu kéo:

$$y = h_{TRC} - \bar{y} \quad (10)$$

-  $I_g$  là mô men quán tính của mặt cắt nguyên.



Hình 0.1. Cấu tạo mặt cắt.

Khoảng cách từ mép dưới của bản cánh tới trọng tâm của tiết diện:

$$\bar{y} = \frac{\delta h_w (h_f + \frac{2}{3} h_w) + (b_w - 2\delta) h_w (h_f + \frac{1}{2} h_w) + h_f b_f (\frac{1}{2} h_f)}{\delta h_w + (b_w - 2\delta) h_w + h_f b_f} \quad (11)$$

Mô men quán tính của mặt cắt nguyên:

$$I_g = \frac{\delta h_w^3}{18} + \delta h_w \left[ \bar{y} - \left( h_f + \frac{2h_w}{3} \right) \right]^2 + \frac{(b_w - 2\delta) h_w^3}{12} + (b_w - 2\delta) h_w \left[ \bar{y} - \left( h_f + \frac{h_w}{2} \right) \right]^2 + \frac{b_f h_f^3}{12} + b_f h_f \left( \bar{y} - \frac{h_f}{2} \right)^2 \quad (12)$$

3.2. Mô hình tính toán sự làm việc của tấm TRC trong giai đoạn sử dụng

Để xác định sức kháng uốn của mặt cắt sàn liên hợp, vật liệu bê tông, bê tông hạt mịn, cốt lưới dệt, cốt thép được lấy theo mô hình đề xuất ở trên. Việc tính toán mặt cắt chịu uốn ở trạng thái giới hạn về cường độ được dựa trên nguyên lý cân bằng lực. Xác định hợp lực nén trong bê tông bằng phương pháp chia lớp.

3.2.1. Các giả thiết tính toán

Việc tính toán được thực hiện dựa trên điều kiện tương thích về biến dạng và điều kiện cân bằng tĩnh của mặt cắt. Các giả thiết cơ bản để xây dựng hai điều kiện này bao gồm: Ở trạng thái giới hạn cường độ, mặt cắt vẫn được giữ phẳng; Sự dính bám giữa bê tông và cốt chịu lực là tuyệt đối. Dính bám giữa tấm ván khuôn TRC và lớp bê tông cũng là tuyệt đối; Biến dạng nén cực hạn cho phép của bê tông là 0,003; Khi bê tông nứt, bỏ qua khả năng chịu kéo của bê tông, do đó toàn bộ lực kéo cần thiết để tạo ra trạng thái cân bằng của mặt cắt đều do cốt chịu lực đảm nhiệm; Mặt cắt đạt đến giới hạn cường độ khi biến dạng của bê tông hoặc của cốt chịu lực đạt đến giá trị giới hạn.

3.2.2. Xác định sức kháng uốn của mặt cắt sàn liên hợp

Ở trạng thái giới hạn về cường độ, vùng bê tông chịu kéo ở thứ dưới bị nứt, các vết nứt phát triển mạnh lên vùng bê tông chịu nén. Lúc này sự tham gia chịu kéo của bê tông là không đáng kể, cốt chịu lực và

bê tông vùng nén đạt đến giới hạn bị phá hoại. Tiết diện bị phá hoại khi bê tông vùng nén bị ép vỡ hoặc cốt chịu lực bị kéo đứt.

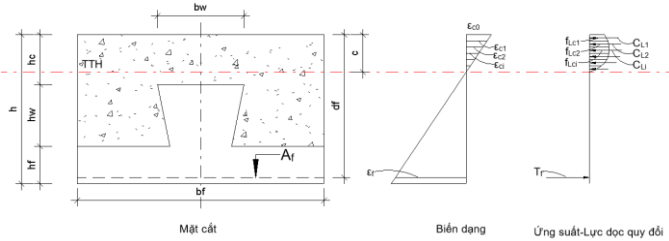
Các thông số cơ bản của tiết diện bao gồm: chiều cao mặt cắt của sàn liên hợp là  $h$ . Chiều dày lớp bê tông thường từ mặt trên của sườn tấm ván khuôn TRC đến mặt trên của sàn là  $h_c$ . Chiều rộng của tiết diện dải sàn đang xét là  $b_f$ . Diện tích cốt thép đặt trong lớp bê tông thường là  $A_s$ . Bỏ qua khả năng chịu nén của cốt thép khi tiết diện chịu mô men dương. Bỏ qua khả năng chịu kéo, chịu nén của thanh cốt GFRP. Khoảng cách từ thớ chịu nén xa nhất của tiết diện tới trọng tâm cốt thép là  $d_s$ . Giả sử chiều cao vùng bê tông chịu nén của tiết diện sàn liên hợp là  $c$  và biến dạng nén lớn nhất của bê tông vùng chịu nén nếu là bê tông thường (tiết diện chịu mô men dương) là  $\epsilon_{c0}$ , nếu là bê tông hạt mịn (tiết diện chịu mô men âm) là  $\epsilon_{c0, hm}$ .

3.2.2.1. Mặt cắt chịu mô men Dương

Dựa vào giả thiết mặt cắt phẳng, biến dạng kéo của cốt lưới dệt:

$$\epsilon_f = (d_f - c) \frac{\epsilon_{c0}}{c} \quad (13)$$

Xét trường hợp trục trung hoà đi qua lớp bê tông thường phía trên sườn tấm TRC. Phần bê tông thường chịu nén được chia thành  $m$  lớp có chiều dày bằng nhau, trong đó giả thiết ứng suất trong mỗi lớp được coi là bằng nhau. Số lượng lớp sẽ phụ thuộc vào chiều cao vùng bê tông chịu nén.



Hình 0.2. Mặt cắt chịu mô men dương-trục trung hoà đi qua lớp bê tông thường phía trên sườn tấm TRC.

Phương trình (14) thể hiện điều kiện cân bằng lực:

$$C_c = T_f \quad (14)$$

Trong đó:  $C_c$  là hợp lực nén trong bê tông thường ở thớ trên;  $T_f$  là hợp lực kéo trong cốt lưới dệt.

Dựa vào giả thiết mặt cắt phẳng, biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $i$  trong bê tông thường:

$$\epsilon_{ci} = \left(c - i \frac{c}{m}\right) \frac{\epsilon_{c0}}{c} \quad (15)$$

Ứng suất nén ở mép dưới của lớp thứ  $i$  trong bê tông thường:

$$f_{ci} = f'_c \left[ 2 \frac{\epsilon_{ci}}{\epsilon'_c} - \left(\frac{\epsilon_{ci}}{\epsilon'_c}\right)^2 \right] \quad (16)$$

Ứng suất nén trung bình của lớp thứ  $i$  trong bê tông thường:

$$f_{Lci} = \frac{f_{ci(i-1)} + f_{ci}}{2} \quad (17)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $i$  trong bê tông thường:

$$C_{Li} = f_{Lci} \left(\frac{c}{m}\right) b_f \quad (18)$$

Tổng lực nén trong bê tông thường:

$$C_c = \sum_{i=1}^m C_{Li} \quad (19)$$

Hợp lực kéo trong cốt lưới dệt:

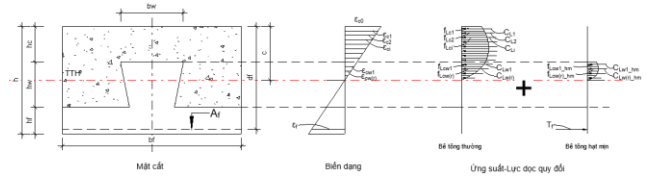
$$T_f = A_f f_f = A_f \epsilon_f E_f \quad (20)$$

Thay các phương trình (19), (20) vào phương trình (14), thông qua các biến đổi số học sẽ xác định được chiều cao vùng nén  $c$ . Nếu  $c \leq h_c$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là đúng.

Từ phương trình cân bằng mô men với điểm gốc là trục trung hoà, sức kháng mô men uốn của mặt cắt tấm ván khuôn TRC được xác định như sau:

$$M_n = \sum_{i=1}^m C_{Li} \left[ c - \frac{c}{m} (i - 0,5) \right] + T_f (d_f - c) \quad (21)$$

Nếu  $h_c < c \leq h_c + h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là chưa chính xác. Xét trường hợp trục trung hoà đi qua bản sườn tấm TRC. Phần bê tông thường phía trên tấm TRC chịu nén được chia thành  $m$  lớp có chiều dày bằng nhau. Phần tiết diện từ mặt trên của sườn tấm TRC tới trục trung hoà được chia thành  $k$  lớp có chiều dày bằng nhau để xác định lực nén trong cả bê tông thường và bê tông hạt mịn. Giả thiết ứng suất trong mỗi lớp được coi là bằng nhau.



Hình 0.3. Mặt cắt chịu mô men dương-trục trung hoà đi qua sườn tấm TRC.

Phương trình (22) thể hiện điều kiện cân bằng lực:

$$C_c + C_{c, hm} = T_f \quad (22)$$

Trong đó:  $C_c$  và  $C_{c, hm}$  là hợp lực nén trong bê tông thường và bê tông hạt mịn ở thớ trên;  $T_f$  là hợp lực kéo trong cốt lưới dệt.

Các tính toán được thực hiện tương tự như trên.

Biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $i$  phần tiết diện có chiều cao  $h_c$  trong bê tông thường:

$$\epsilon_{ci} = \left(c - i \frac{h_c}{m}\right) \frac{\epsilon_{c0}}{c} \quad (23)$$

Biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường phần tiết diện có chiều cao  $c - h_c$ :

$$\epsilon_{cw(r)} = \left(c - h_c - r \frac{c - h_c}{k}\right) \frac{\epsilon_{c0}}{c} \quad (24)$$

Ứng suất nén ở mép dưới của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường:

$$f_{cw(r)} = f'_c \left[ 2 \frac{\epsilon_{cw(r)}}{\epsilon'_c} - \left(\frac{\epsilon_{cw(r)}}{\epsilon'_c}\right)^2 \right] \quad (25)$$

Ứng suất nén trung bình của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường:

$$f_{Lcw(r)} = \frac{f_{cw(r-1)} + f_{cw(r)}}{2} \quad (26)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông thường:

$$C_{Lw(r)} = f_{Lcw(r)} \left(\frac{c - h_c}{k}\right) b_r \quad (27)$$

Trong đó:  $b_r$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường được xác định như sau:

$$b_r = (b_f - b_w + 2\delta) - 2\delta \frac{h_w - \left(\frac{c - h_c}{k}\right)(r - 0,5)}{h_w} \quad (28)$$

Ứng suất nén ở mép dưới của lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn:

$$f_{cw(r)_{hm}} = \frac{\alpha' f'_{c, hm}}{1,2} \left[ 2 \frac{\epsilon_{cw(r)}}{\epsilon'_{c, hm}} - \left(\frac{\epsilon_{cw(r)}}{\epsilon'_{c, hm}}\right)^2 \right] \quad (29)$$

Ứng suất nén trung bình của lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn:

$$f_{LcW(r),hm} = \frac{f_{cW(r-1),hm} + f_{cW(r),hm}}{2} \quad (30)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn:

$$C_{LW(r),hm} = f_{LcW(r),hm} \left(\frac{c-h_c}{k}\right) b_{r,hm} \quad (31)$$

Trong đó:  $b_{r,hm}$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn được xác định như sau:

$$b_{r,hm} = (b_w - 2\delta) + 2\delta \frac{h_w - (\frac{c-h_c}{k})(r-0,5)}{h_w} \quad (32)$$

Tổng lực nén trong bê tông thường:

$$C_c = \sum_{i=1}^m C_{Li} + \sum_{r=1}^k C_{LW(r)} \quad (33)$$

Tổng lực nén trong bê tông hạt mịn:

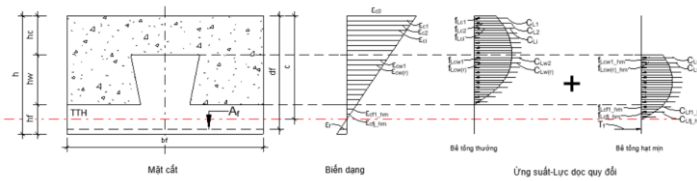
$$C_{c,hm} = \sum_{r=1}^k C_{LW(r),hm} \quad (34)$$

Thay các phương trình (33), (34), (20) vào phương trình (22), thông qua các biến đổi số học sẽ xác định được chiều cao vùng nén  $c$ . Nếu  $h_c < c \leq h_c + h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là đúng.

Từ phương trình cân bằng mô men với điểm gốc là trục trung hoà, sức kháng mô men uốn của mặt cắt tấm ván khuôn TRC được xác định như sau:

$$M_n = \sum_{i=1}^m C_{Li} \left[ \frac{h_c}{m} (m-i+0,5) + (c-h_c) \right] + \left( \sum_{r=1}^k C_{LW(r)} + \sum_{r=1}^k C_{LW(r),hm} \right) \left[ \frac{c-h_c}{k} (k-r+0,5) \right] + T_f (d_f - c) \quad (35)$$

Nếu  $c > h_c + h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là chưa chính xác. Xét trường hợp trục trung hoà đi qua bản cánh tấm TRC. Phần bê tông thường phía trên tấm TRC chịu nén được chia thành  $m$  lớp có chiều dày bằng nhau. Phần tiết diện trong khoảng chiều cao sườn tấm TRC được chia thành  $k$  lớp có chiều dày bằng nhau để xác định lực nén trong cả bê tông thường và bê tông hạt mịn. Phần bê tông hạt mịn từ mặt trên bản cánh tấm TRC đến trục trung hoà được chia thành  $n$  lớp có chiều dày bằng nhau. Giả thiết ứng suất trong mỗi lớp được coi là bằng nhau.



Hình 0.4. Mặt cắt chịu mô men dương-trục trung hoà đi qua cánh tấm TRC.

Phương trình (22) thể hiện điều kiện cân bằng lực;

Các tính toán được thực hiện tương tự như trên.

Biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường phần tiết diện có chiều cao  $h_w$ :

$$\varepsilon_{cW(r)} = \left( c - h_c - r \frac{h_w}{k} \right) \frac{\varepsilon_{c0}}{c} \quad (36)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông thường:

$$C_{LW(r)} = f_{LcW(r)} \left(\frac{h_w}{k}\right) b_r \quad (37)$$

Trong đó:  $b_r$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường được xác định như sau:

$$b_r = (b_f - b_w + 2\delta) - 2\delta \frac{(\frac{h_w}{k})(k-r+0,5)}{h_w} \quad (38)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn:

$$C_{LW(r),hm} = f_{LcW(r),hm} \left(\frac{h_w}{k}\right) b_{r,hm} \quad (39)$$

Trong đó:  $b_{r,hm}$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn được xác định như sau:

$$b_{r,hm} = (b_w - 2\delta) + 2\delta \frac{(\frac{h_w}{k})(k-r+0,5)}{h_w} \quad (40)$$

Biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn ở bản cánh:

$$\varepsilon_{cfj,hm} = \left[ (n-j) \frac{(c-h_c-h_w)}{n} \right] \frac{\varepsilon_{c0}}{c} \quad (41)$$

Ứng suất nén ở mép dưới của lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn:

$$f_{cfj,hm} = \frac{\alpha f'_c}{1,2} \left[ 2 \frac{\varepsilon_{cfj,hm}}{\varepsilon_{c,hm}} - \left( \frac{\varepsilon_{cfj,hm}}{\varepsilon_{c,hm}} \right)^2 \right] \quad (42)$$

Ứng suất nén trung bình của lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn:

$$f_{Lcfj,hm} = \frac{f_{cf(j-1),hm} + f_{cfj,hm}}{2} \quad (43)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn:

$$C_{L fj,hm} = f_{Lcfj,hm} \left(\frac{c-h_c-h_w}{n}\right) b_f \quad (44)$$

Tổng lực nén trong bê tông thường:

$$C_c = \sum_{i=1}^m C_{Li} + \sum_{r=1}^k C_{LW(r)} \quad (45)$$

Tổng lực nén trong bê tông hạt mịn:

$$C_{c,hm} = \sum_{r=1}^k C_{LW(r),hm} + \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} \quad (46)$$

Thay các phương trình (45), (46), (20) vào phương trình (22), thông qua các biến đổi số học sẽ xác định được chiều cao vùng nén  $c$ . Nếu  $c > h_c + h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là đúng.

Từ phương trình cân bằng mô men với điểm gốc là trục trung hoà, sức kháng mô men uốn của mặt cắt tấm ván khuôn TRC được xác định như sau:

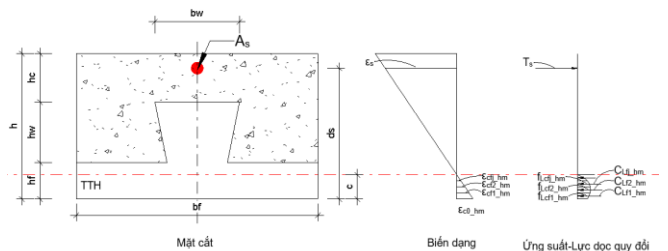
$$M_n = \sum_{i=1}^m C_{Li} \left[ \frac{h_c}{m} (m-i+0,5) + (c-h_c) \right] + \left( \sum_{r=1}^k C_{LW(r)} + \sum_{r=1}^k C_{LW(r),hm} \right) \left[ \frac{h_w}{k} (k-r+0,5) + (c-h_c-h_w) \right] + \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} \left[ \frac{c-h_c-h_w}{n} (n-j+0,5) \right] + T_f (d_f - c) \quad (47)$$

### 3.2.2.2. Mặt cắt chịu mô men âm

Dựa vào giả thiết mặt cắt phẳng, biến dạng kéo của cốt thép:

$$\varepsilon_s = (d_s - c) \frac{\varepsilon_{c0}}{c} \quad (48)$$

Xét trường hợp trục trung hoà đi qua bản cánh, phần bê tông hạt mịn chịu nén ở cánh có chiều cao  $c$  được chia thành  $n$  lớp có chiều dày bằng nhau, trong đó giả thiết ứng suất trong mỗi lớp được coi là bằng nhau. Số lượng lớp sẽ phụ thuộc vào chiều cao vùng bê tông chịu nén.



Hình 0.5. Mặt cắt chịu mô men âm-trục trung hoà đi qua cánh tấm TRC.

Phương trình (49) thể hiện điều kiện cân bằng lực:

$$C_{c,hm} = T_s \quad (49)$$

Trong đó:  $C_{c,hm}$  là hợp lực nén trong bê tông hạt mịn ở thứ dưới;  $T_s$  là hợp lực kéo trong cốt thép.

Dựa vào giả thiết mặt cắt phẳng, biến dạng nén ở mép trên của lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn:

$$\epsilon_{cfj,hm} = \left(c - j \frac{c}{n}\right) \frac{\epsilon_{co,hm}}{c} \quad (50)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn:

$$C_{L fj,hm} = f_{L cfj,hm} \left(\frac{c}{n}\right) b_f \quad (51)$$

Tổng lực nén trong bê tông hạt mịn:

$$C_{c,hm} = \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} \quad (52)$$

Hợp lực kéo trong cốt thép:

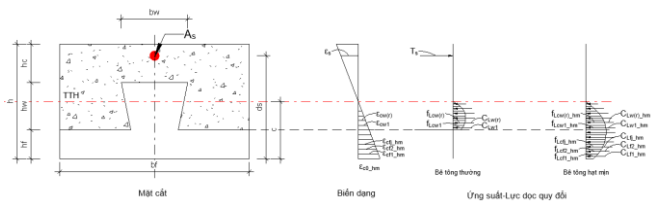
$$T_s = A_s f_s = A_s \epsilon_s E_s \quad (53)$$

Thay các phương trình (52), (53) vào phương trình (49), thông qua các biến đổi số học sẽ xác định được chiều cao vùng nén  $c$ . Nếu  $c \leq h_f$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là đúng.

Từ phương trình cân bằng mô men với điểm gốc là trục trung hoà, sức kháng mô men uốn của mặt cắt tẩm ván khuôn TRC được xác định như sau:

$$M_n = \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} \left[\frac{c}{n}(n - j + 0,5)\right] + T_s(d_s - c) \quad (54)$$

Nếu  $h_f < c \leq h_f + h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là chưa chính xác. Xét trường hợp trục trung hoà đi qua bản sườn tẩm TRC. Phần bê tông hạt mịn chịu nén ở cánh có chiều cao  $h_f$  được chia thành  $n$  lớp có chiều dày bằng nhau. Phần tiết diện phía trên bản cánh tẩm TRC chịu nén được chia thành  $k$  lớp có chiều dày bằng nhau để xác định lực nén trong cả bê tông thường và bê tông hạt mịn. Giả thiết ứng suất trong mỗi lớp được coi là bằng nhau.



**Hình 0.6.** Mặt cắt chịu mô men âm-trục trung hoà đi qua sườn tẩm TRC.

Phương trình (55) thể hiện điều kiện cân bằng lực:

$$C_c + C_{c,hm} = T_s \quad (55)$$

Trong đó:  $C_c$  và  $C_{c,hm}$  là hợp lực nén trong bê tông thường và bê tông hạt mịn ở thứ trên;  $T_s$  là hợp lực kéo trong cốt thép.

Các tính toán được thực hiện tương tự như trên.

Dựa vào giả thiết mặt cắt phẳng, biến dạng nén ở mép trên của lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn:

$$\epsilon_{cfj,hm} = \left(c - j \frac{h_f}{n}\right) \frac{\epsilon_{co,hm}}{c} \quad (56)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $j$  trong bê tông hạt mịn:

$$C_{L fj,hm} = f_{L cfj,hm} \left(\frac{h_f}{n}\right) b_f \quad (57)$$

Biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $r$  trong phần tiết diện bê tông thường cao  $c - h_f$ :

$$\epsilon_{cw(r)} = \left(c - h_f - r \frac{c-h_f}{k}\right) \frac{\epsilon_{co,hm}}{c} \quad (58)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông thường:

$$C_{Lw(r)} = f_{Lcw(r)} \left(\frac{c-h_f}{k}\right) b_r \quad (59)$$

Trong đó:  $b_r$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường được xác định như sau:

$$b_r = (b_f - b_w + 2\delta) - 2\delta \frac{\left(\frac{c-h_f}{k}\right)^{(r-0,5)}}{h_w} \quad (60)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn:

$$C_{Lw(r),hm} = f_{Lcw(r),hm} \left(\frac{c-h_f}{k}\right) b_{r,hm} \quad (61)$$

Trong đó:  $b_{r,hm}$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn được xác định như sau:

$$b_{r,hm} = (b_w - 2\delta) + 2\delta \frac{\left(\frac{c-h_f}{k}\right)^{(r-0,5)}}{h_w} \quad (62)$$

Tổng lực nén trong bê tông thường:

$$C_c = \sum_{r=1}^k C_{Lw(r)} \quad (63)$$

Tổng lực nén trong bê tông hạt mịn:

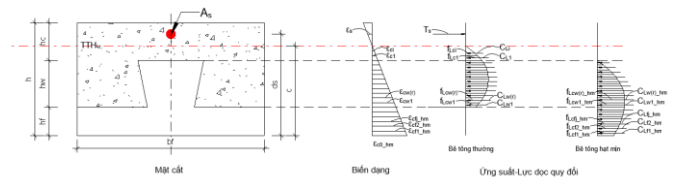
$$C_{c,hm} = \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} + \sum_{r=1}^k C_{Lw(r),hm} \quad (64)$$

Thay các phương trình (63), (64), (53) vào phương trình (55), thông qua các biến đổi số học sẽ xác định được chiều cao vùng nén  $c$ . Nếu  $h_c < c \leq h_c + h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là đúng.

Từ phương trình cân bằng mô men với điểm gốc là trục trung hoà, sức kháng mô men uốn của mặt cắt tẩm ván khuôn TRC được xác định như sau:

$$M_n = \left(\sum_{r=1}^k C_{Lw(r)} + \sum_{j=1}^n C_{Lw(r),hm}\right) \left[\frac{c-h_f}{k}(k-r+0,5)\right] + \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} \left[c - \frac{h_f}{n}(j-0,5)\right] + T_s(d_s - c) \quad (65)$$

Nếu  $c > h_f + h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là chưa chính xác. Xét trường hợp trục trung hoà đi qua lớp bê tông thường phía trên sườn tẩm TRC. Phần bê tông thường chịu nén phía trên sườn tẩm TRC được chia thành  $m$  lớp có chiều dày bằng nhau. Phần bê tông hạt mịn chịu nén ở cánh có chiều cao  $h_f$  được chia thành  $n$  lớp có chiều dày bằng nhau. Phần tiết diện trong khoảng chiều cao sườn tẩm TRC được chia thành  $k$  lớp có chiều dày bằng nhau để xác định lực nén trong cả bê tông thường và bê tông hạt mịn. Giả thiết ứng suất trong mỗi lớp được coi là bằng nhau.



**Hình 0.7.** Mặt cắt chịu mô men âm-trục trung hoà đi qua lớp bê tông thường phía trên sườn tẩm TRC.

Phương trình (55) thể hiện điều kiện cân bằng lực;

Các tính toán được thực hiện tương tự như trên.

Biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường phần tiết diện có chiều cao  $h_w$ :

$$\epsilon_{cw(r)} = \left(c - h_f - r \frac{h_w}{k}\right) \frac{\epsilon_{co,hm}}{c} \quad (66)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông thường:

$$C_{LW(r)} = f_{LW(r)} \left( \frac{h_w}{k} \right) b_r \quad (67)$$

Trong đó:  $b_r$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông thường được xác định như sau:

$$b_r = (b_f - b_w + 2\delta) - 2\delta \frac{\left( \frac{h_w}{k} \right)^{(r-0,5)}}{h_w} \quad (68)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn:

$$C_{LW(r),hm} = f_{LW(r),hm} \left( \frac{h_w}{k} \right) b_{r,hm} \quad (69)$$

Trong đó:  $b_{r,hm}$  là bề rộng ở tâm của lớp thứ  $r$  trong bê tông hạt mịn được xác định như sau:

$$b_{r,hm} = (b_w - 2\delta) + 2\delta \frac{\left( \frac{h_w}{k} \right)^{(r-0,5)}}{h_w} \quad (70)$$

Biến dạng nén ở mép dưới của lớp thứ  $i$  trong bê tông thường phần tiết diện có chiều cao  $c - h_f - h_w$ :

$$\varepsilon_{ci} = \left( c - h_f - h_w - i \frac{c - h_f - h_w}{m} \right) \frac{\varepsilon_{c0,hm}}{c} \quad (71)$$

Hợp lực nén trong lớp thứ  $i$  trong bê tông thường:

$$C_{Li} = f_{Lci} \left( \frac{c - h_f - h_w}{m} \right) b_f \quad (72)$$

Tổng lực nén trong bê tông thường:

$$C_c = \sum_{r=1}^k C_{LW(r)} + \sum_{i=1}^m C_{Li} \quad (73)$$

Tổng lực nén trong bê tông hạt mịn:

$$C_{c,hm} = \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} + \sum_{r=1}^m C_{LW(r),hm} \quad (74)$$

Thay các phương trình (73), (74), (53) vào phương trình (55), thông qua các biến đổi số học sẽ xác định được chiều cao vùng nén  $c$ . Nếu  $c - h_f - h_w$  thì giả thiết vị trí trục trung hoà như trên là đúng.

Từ phương trình cân bằng mô men với điểm gốc là trục trung hoà, sức kháng mô men uốn của mặt cắt tấm ván khuôn TRC được xác định như sau:

$$M_n = \sum_{i=1}^m C_{Li} \left[ \frac{c - h_f - h_w}{m} (m - i + 0,5) \right] \left( \sum_{r=1}^k C_{LW(r)} + \sum_{r=1}^m C_{LW(r),hm} \right) \left[ c - h_f - \frac{h_w}{k} (r - 0,5) \right] + \sum_{j=1}^n C_{L fj,hm} \left[ c - \frac{h_f}{n} (j - 0,5) \right] + T_s (d_s - c) \quad (75)$$

Với tiết diện dạng rộng [2], các mô hình tính toán cũng có thể được xây dựng tương tự như tiết diện dạng đặc.

#### 4. Kết luận

Nghiên cứu này đã trình bày chi tiết quy trình thiết lập các mô hình tính toán trọng cho kết cấu sàn liên hợp bê tông cốt lưới dệt (TRC) và bê tông cốt thép gồm có: Mô hình tính toán mô men gây nứt cho tấm ván khuôn TRC trong giai đoạn thi công và mô hình tính sức kháng uốn

cho mặt cắt sàn liên hợp trong giai đoạn sử dụng. Mô hình này sử dụng phương pháp chia lớp để xác định hợp lực nén trong bê tông và tính toán khả năng chịu uốn của mặt cắt. Các mô hình này xét đến sự làm việc đồng thời của các vật liệu khác nhau trong kết cấu liên hợp.

Kết quả nghiên cứu cung cấp một bộ công cụ cho các kỹ sư thiết kế và những người quan tâm đến lĩnh vực này. Các mô hình tính toán có thể được sử dụng để tối ưu hóa thiết kế của kết cấu sàn liên hợp, nhằm giảm thiểu chi phí vật liệu và tăng khả năng chịu lực. Có thể phát triển phần mềm dựa trên các mô hình tính toán này để giúp các kỹ sư thiết kế dễ dàng hơn trong việc áp dụng vào thực tế.

Tóm lại, nghiên cứu này đã đóng góp một bước tiến trong việc xây dựng các mô hình tính toán cho kết cấu sàn liên hợp bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép. Kết quả nghiên cứu không chỉ có giá trị về mặt lý thuyết mà còn có tiềm năng ứng dụng thực tế cao, góp phần thúc đẩy việc sử dụng rộng rãi loại kết cấu này trong ngành xây dựng.

#### Tài liệu tham khảo

- [1]. Hegger, J., N. Will, "Textile Reinforced Concrete - A new Composite Material", *Advances in Construction Materials*, Springer Berlin Heidelberg, pp. 147-156, 2007.
- [2]. Nguyễn Công Hậu, Nguyễn Thị Thu Thủy (2024), "Nghiên cứu đề xuất cấu tạo mặt cắt của kết cấu sàn liên hợp bằng bê tông cốt lưới dệt và bê tông cốt thép", *Tạp Chí Vật Liệu Và Xây Dựng*, Tập 14 Số 2 (4-2024).
- [3]. Hyeong-Yeol Kim, Kyung-Taek Koh, Young-Jun You, Gum-Sung Ryu, Dong-Woo Seo (2020), "Load-deflection behaviour of concrete slab-type elements casted on stay-in-place TRC formwork", *Composite Structures* 244 (2020) 112310.
- [4]. Vũ Văn Hiệp (2023), "Nghiên cứu ứng xử chịu uốn và chịu cắt của kết cấu sandwich bằng bê tông cốt lưới dệt và bê tông nhẹ dạng panel sàn", *Luận án Tiến sĩ Kỹ thuật, Trường Đại học Giao thông vận tải, Hà Nội*.
- [5]. Nguyễn Huy Cường (2021), "Nghiên cứu tăng cường dầm bê tông cốt thép bằng bê tông cốt lưới dệt", *Luận án Tiến sĩ Kỹ thuật, Trường Đại học Giao thông vận tải, Hà Nội*.
- [6]. EN 1994-1-1 (2004). Eurocode 4: *Design of steel and concrete composite structures, part 1.1: General rules and rules for building*.
- [7]. Nguyễn Xuân Huy, Nguyễn Hoàng Quân (2017), *Tính toán kết cấu liên hợp thép - bê tông cốt thép theo tiêu chuẩn Eurocode 4*, Nhà xuất bản Xây dựng.
- [8]. Hognestad E., Hanson N.W, McHenry D. (1955), "Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design", *ACI Journal*, pp. 52(12):455-480, 1955.
- [9]. Brockmann, T. (2007), "Mechanical and Fracture Mechanical Properties of Fine", *In book: Advances in Construction Materials 2007*, pp. 119-129.
- [10]. Ngô Đăng Quang, Nguyễn Duy Tiến (2016), *Kết cấu bê tông cơ bản, NXB Giao thông vận tải*.