

# PHÂN TÍCH BÀI TOÁN THẨM QUA ĐẬP ĐẤT-ĐÁ CÓ XÉT ĐẾN TÍNH PHÂN BỐ NGẪU NHIÊN CỦA VẬT LIỆU SỬ DỤNG ĐẬP ĐẬP

Võ Thị Tuyết Giang\*, Nguyễn Võ Trọng

Khoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Bách khoa, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh

Nhận ngày 03/12/2020, chỉnh sửa ngày 12/03/2021, chấp nhận đăng 02/04/2021

## Tóm tắt

Bài nghiên cứu này nhằm mục đích phân tích một phương pháp tính toán dòng thấm qua đập đất-đá khi hệ số thấm của vật liệu đập được xem xét như biến ngẫu nhiên. Điểm mạnh của phương pháp này là sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn tích hợp trong một phần mềm phổ biến về tính toán thấm và một giải thuật đơn giản để phát sinh trường ngẫu nhiên. Để tìm hiểu các đặc tính của phương pháp này, một dạng đập đồng chất được sử dụng cùng với phương pháp Mô phỏng Monte Carlo. Trên cơ sở các kết quả có được, các vấn đề như việc phát sinh số ngẫu nhiên (random number), việc thay đổi kích thước lưới phần tử hữu hạn và số lượng mô phỏng cần thiết được phân tích và trình bày cụ thể.

**Từ khóa:** phân tích thấm; đập đất-đá; phương pháp phần tử hữu hạn; hệ số thấm; tính không chắc chắn.

## Abstract

This study investigates an approach for seepage analysis within earth-fill dams whose hydraulic conductivities of soils are considered as random variables. The strength of this approach is using finite element analysis integrated into a popular software for seepage analysis and a simple algorithm for the random field generation for solving this problem. To study further about this approach, a homogenous dam is used to conduct Monte Carlo simulation. Therefore, the related issues such as the generation of random numbers, the mesh refinement and the number of samples are examined and revealed in the paper.

**Keywords:** seepage analysis; earth-fill or rock-fill dams; finite element method; hydraulic conductivity; uncertainty.

## 1. Giới thiệu

Đến nay, đập đất-đá sử dụng vật liệu địa phương vẫn còn sử dụng phổ biến để xây dựng hồ chứa nước vì các ưu điểm vốn có của dạng đập này. Tuy nhiên, như đã chỉ ra ở bài báo [1], phần lớn các hư hỏng của đập đất là do dòng thấm phát sinh trong thân đập vì dòng thấm là nguyên nhân chính làm xói các vật liệu bên trong thân. Các phân tích thấm sử dụng tính tất định (deterministic) của các thông số tính toán như hệ số thấm sẽ gây ra ít nhiều sai lệch trong kết quả và đã có các đề xuất sử dụng trường phân bố ngẫu nhiên để phân tích [2]. Theo đó, các nghiên cứu sử dụng tính ngẫu nhiên của các thông số đất đá để tính toán như phân tích trong bài toán cố kết (consolidation) của [3], đánh giá sức chịu tải của móng theo [4], phân tích bài toán ổn định mái dốc của [5] hay phân tích dòng thấm của [6][7]. Trong các nghiên cứu này, tính không chắc chắn của các thông số đất như hệ số thấm (hydraulic conductivity), sức chịu cắt không thoát nước (undrained shear strength), hay các thông số khác được xem xét. Bên cạnh đó, các nghiên cứu liên quan có thể được kể ra như sau [8-16].

Một cách tiếp cận gần đây được sử dụng trong nghiên cứu của [6] và [7] có các ưu điểm như tích hợp phương pháp phần tử hữu hạn trong SEEP/W, một phần mềm khá phổ biến hiện nay trong phân tích thấm, và một giải thuật phát sinh trường ngẫu nhiên khá đơn giản so với các giải thuật khác. Theo đó, phương pháp Mô phỏng Monte Carlo (MCS) được áp dụng để phân tích các đặc tính ngẫu nhiên. Tuy nhiên, cách tiếp cận này cũng có

các vấn đề cần lưu ý khi sử dụng. Do đó, bài nghiên cứu xem xét cách tiếp cận này để phân tích dòng thấm có xét tính bất định của hệ số thấm thông qua một đập đồng chất đơn giản.

## 2. Mô tả lý thuyết

Bài toán dòng thấm ổn định (steady state) sử dụng phương trình chủ đạo sau [17]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (1)$$

trong đó,  $H$  là cột nước;  $k_x$  và  $k_y$  là hệ số thấm theo phương  $x$  và  $y$  (do bài toán xem xét môi trường đẳng hướng nên  $k_x = k_y$ );  $Q$  là lưu lượng tại các biên.

Phương pháp phần tử hữu hạn được sử dụng để giải phương trình trên thông qua SEEP/W. Lưới phần tử trong SEEP/W được cung cấp gồm có loại tam giác (triangle), tứ giác (quadrilateral) hoặc hỗn hợp của hai dạng trên. Ngoài ra, khi tính toán các tích phân số (numerical integration), phần mềm cung cấp dạng 4 và 9 điểm Gauss cho phần tử tứ giác, 1 và 3 cho phần tử tam giác.

Do dòng thấm qua đập đất-đá sẽ phát sinh vùng không bão hòa nên hệ số thấm được xem xét các giá trị trong khu vực không bão hòa. Hiện nay, có nhiều mô hình tính toán hệ số thấm có kể đến giá trị không bão hòa. Tuy nhiên, bài nghiên cứu này sử dụng mô hình được đề xuất bởi [18] do tính phổ biến của nó, theo đó:

$$K(h) = K_s K_r(h) \quad (2)$$

trong đó,  $K_s$  là hệ số thấm ở trạng thái bão hòa;  $K_r(h)$  là dạng chuẩn hóa (normalized) của hệ số thấm không bão hòa và  $h$  là cột áp. Trong vùng bão hòa, do  $h > 0$  nên  $K_r(h) = 1$  và trong vùng

không bão hòa,  $K_r(h) < 1$ .  $K_r(h)$  được tính toán theo hai thông số chính của mô hình là  $a$  và  $n$  [18].

Khi xem xét tính không chắc chắn, bên cạnh  $K_s$ ,  $\alpha$  và  $n$  cũng được xem xét như là biến phân bố ngẫu nhiên. Tuy nhiên, do lớp không bão hòa bên trên lớp bão hòa có lưu lượng thấm nhỏ so với toàn bộ lưu lượng thấm và để giảm việc tính toán, nghiên cứu đề xuất chỉ xem xét tính ngẫu nhiên của hệ số thấm và xem  $a$  và  $n$  là không đổi (tất định) cho cùng một loại đất. Việc phát sinh các giá trị ngẫu nhiên được thực hiện thông qua hàm mật độ xác suất (probability density function - PDF) với giá trị trung bình (mean) và hệ số biến thiên (coefficient of variation - COV). Hệ số thấm của đất được cho là tuân theo phân bố lognormal (xem [6] và [7]). Do đó, việc phát sinh trường ngẫu nhiên của hệ số thấm được triển khai dựa theo các công thức sau ( $K$  là hệ số thấm bão hòa):

$$\sigma_{\ln K}^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_K^2}{\mu_K^2}\right) \tag{3}$$

$$\mu_{\ln K} = \ln \mu_K - \frac{1}{2} \sigma_{\ln K}^2 \tag{4}$$

$$K = \exp(\mu_{\ln K} + \sigma_{\ln K} r) \tag{5}$$

trong đó,  $r$  là số ngẫu nhiên được phát sinh dựa theo công thức sau [19]:

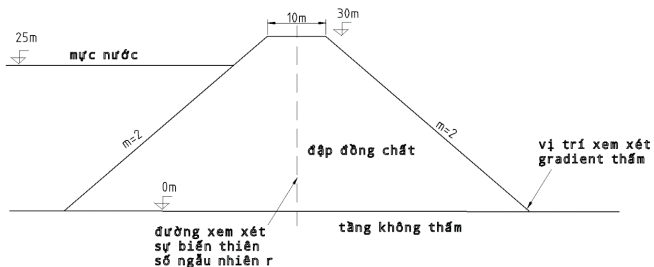
$$r = (-2 \ln u_1)^{1/2} \sin(2\pi u_2) \tag{6}$$

hay

$$r = (-2 \ln u_1)^{1/2} \cos(2\pi u_2) \tag{7}$$

trong đó,  $u_1$  và  $u_2$  là hai biến ngẫu nhiên độc lập phát sinh từ hàm phân bố đồng nhất (uniform density function) trong khoảng (0,1). Theo đó, hệ số thấm ngẫu nhiên được phát sinh và gán vào các điểm Gauss tương ứng. Việc triển khai các công thức này vào SEEP/W có thể thực hiện thông qua bất kỳ ngôn ngữ lập trình nào mà có thể phát sinh mã CLR. Kết quả phân tích được thực hiện theo ý tưởng Mô phỏng Monte Carlo (MCS), tức là một số lượng các mô phỏng tương tự được thực hiện và sử dụng các kỹ thuật thống kê để phân tích các kết quả tương ứng. Nhóm tác giả đã sử dụng ngôn ngữ C# để viết các đoạn mã và tương thích vào thư viện của SEEP/W để có thể thực hiện đúng các ý tưởng trên.

**3. Phân tích một số các vấn đề trong việc sử dụng phương pháp**



**Hình 1.** Hình dạng đập đất đồng chất sử dụng để phân tích.

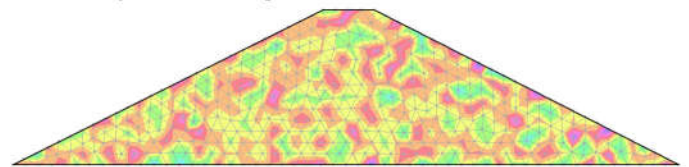
Phần này sử dụng một đập đất đơn giản dạng đồng chất (Hình 1). Đập được đơn giản hóa và không kể vào các bộ phận cơ bản như tầng lọc, vật thoát nước, ... Phân tích sử dụng phần tử tam giác (triangle) với 3 điểm Gauss. Kết quả dùng để phân tích là tổng lưu lượng đi qua đập và gradient thấm tại chân của mặt hạ

lưu đập (xem Hình 1). Đây là hai thông số quan trọng trong bất kỳ một phân tích thấm nào qua đập đất. Thông số đất đầu vào được thể hiện trong Bảng 1. Người đọc có thể tham khảo các thông số này trong các nghiên cứu hiện có liên quan.

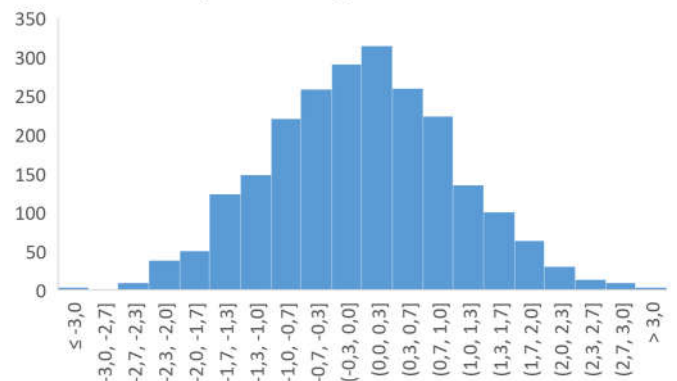
**Bảng 1.** Thông số đất.

Trung bình hệ số thấm bão hòa	$1 \times 10^{-6}$ (m/s)
Hệ số biến thiên	2,00
$\alpha$ (trong Mô hình van Genuchten)	0,02
$n$ (trong Mô hình van Genuchten)	1,40

**3.1. Việc phát sinh số ngẫu nhiên r**



**Hình 2.** Sự phân bố số ngẫu nhiên r của một mẫu.



**Hình 3.** Sự phân bố số ngẫu nhiên r của một mẫu.

Số ngẫu nhiên  $r$  (trong Công thức 6 và 7) đóng vai trò lớn trong việc phát sinh môi trường có tính không chắc chắn. Tuy nhiên, do phương pháp đang xem xét sử dụng phần mềm hiện hữu (SEEP/W) nên người dùng cần viết đoạn mã bằng ngôn ngữ lập trình và tích hợp vào thư viện của SEEP/W. Một điều cần lưu ý là số ngẫu nhiên  $r$  này phải tuân thủ theo phân bố chuẩn. Để kiểm tra tính hợp lý của số này, một mẫu thực hiện với đập trên đã được xem xét. Với hình dạng đập sử dụng, sự phát sinh lưới phần tử mặc định của SEEP/W là lưới có kích thước phần tử là 2,5 m và có 2.289 điểm Gauss, tương ứng với 2.289 số ngẫu nhiên (xem Hình 2 và Hình 3). Hình 3 cho thấy số  $r$  phân bố tương đối đạt yêu cầu.

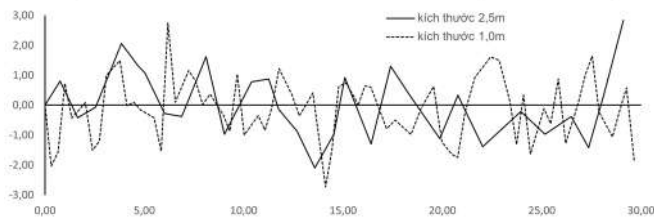
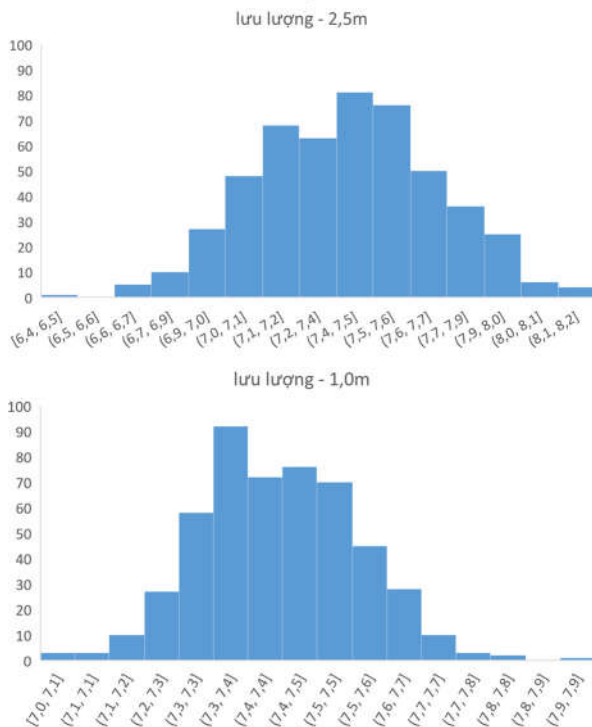
Trong trường hợp sự phân bố của  $r$  không tuân thủ phân bố chuẩn, nguyên nhân có thể do lưới chưa đủ mịn để đủ số lượng dùng phân tích. Lúc này, người dùng có thể tăng độ mịn của lưới trong SEEP/W và thử lại. Lưu ý là việc tăng độ mịn của lưới chủ yếu để kiểm tra giải thuật phát sinh  $r$  và có thể ảnh hưởng đến kết quả phân tích (xem mục sau). Nguyên nhân thứ hai có thể do đoạn mã hóa chưa hợp lý. Lúc này, người dùng xem xét để điều chỉnh.

**Bảng 2.** Thông số thống kê của 2 kích cỡ lưới.

Kích cỡ	Trung bình (lưu lượng) ( $\times 10^6 \text{m}^3/\text{s}$ )	SD (lưu lượng) ( $\times 10^6 \text{m}^3/\text{s}$ )	COV (lưu lượng)	Trung bình (gradient)	SD (gradient)	COV (gradient)
2,5m	7,401	0,300	0,041	0,509	0,038	0,074
1,0m	7,420	0,126	0,017	0,505	0,036	0,072

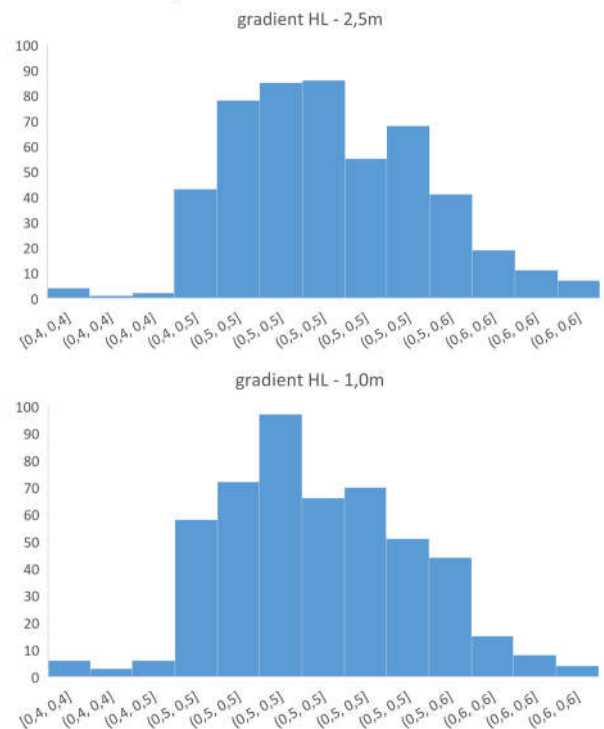
### 3.2. Mịn hóa lưới phần tử

Như [20] đã nhận xét, trong phương pháp phần tử hữu hạn, sự chính xác của lời giải số được đánh giá thông qua độ mịn của lưới (refinement of mesh). Cụ thể, có 2 phương thức là h-refinement và p-refinement để thực hiện ý tưởng này. Với phương pháp mà bài nghiên cứu này đang sử dụng, với lưới càng mịn thì độ chính xác liên quan đến lời giải toán số càng tăng lên. Tuy nhiên, sự phân bố số ngẫu nhiên lại có sự thay đổi, tức biến thiên nhiều hơn, tương ứng với sự thay đổi của mức biến thiên (scale of fluctuation). Đó là vấn đề cần lưu ý khi sử dụng vì vấn đề này làm thay đổi bản chất đầu vào của bài toán ngẫu nhiên này.

**Hình 4.** Số ngẫu nhiên  $r$  của 2 kích cỡ lưới tại vị trí giữa thân đập.**Hình 5.** Kết quả MCS của tổng lưu lượng của 2 kích cỡ lưới.

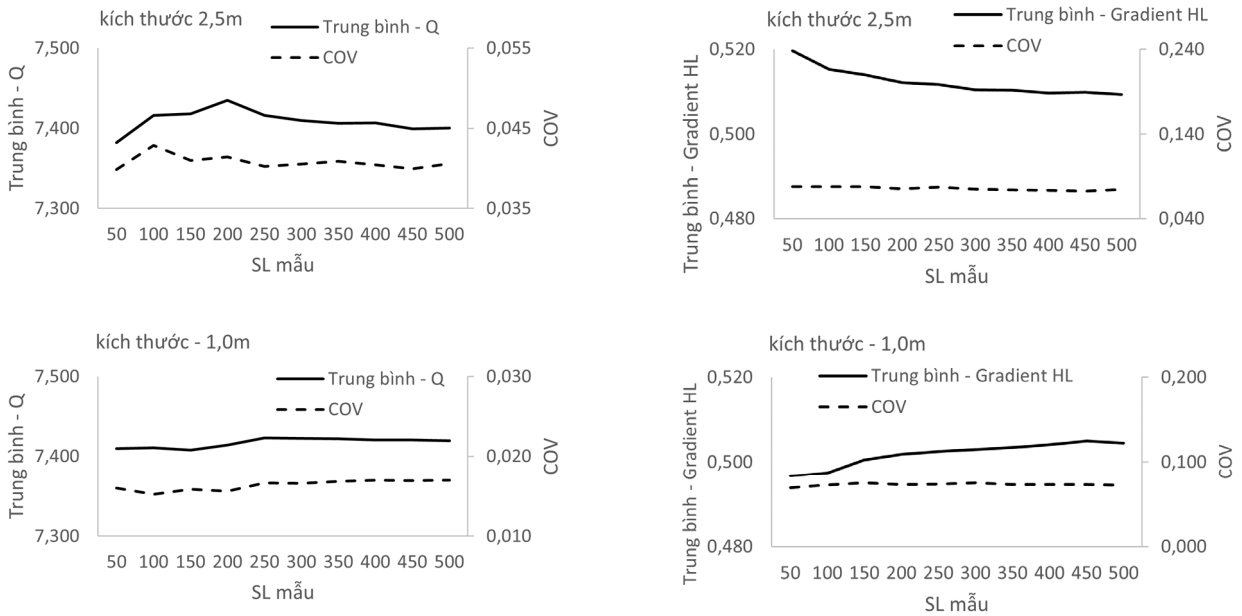
Hình 4 cho thấy dọc theo đường thẳng giữa thân đập (xem Hình 1), sự phân bố số ngẫu nhiên trong 2 dạng lưới (lưới có kích thước phần tử 2,5 m và lưới 1,0 m) cho thấy sự biến thiên của lưới 1,0 m nhiều hơn (tương ứng mức biến thiên lớn hơn). Bên cạnh đó, nghiên cứu thực hiện mô phỏng MCS cho 2 dạng lưới này. Kết quả phân tích tổng lưu lượng và gradient thủy lực được trình bày trong Hình 5, Hình 6 và Bảng 2. Với kết quả này, ta thấy mặc dù sự khác biệt của gradient thấm (trung bình và COV) không nhiều nhưng khi xem xét tổng lưu lượng, ta thấy sự khác biệt khá lớn của COV. Đây là kết quả của việc thay đổi mức biến thiên (tức thay đổi kích cỡ lưới phần tử).

Như vậy, nếu bài toán phân tích có quan tâm đến mức biến thiên trong phát sinh trường ngẫu nhiên thì các giải thuật phức tạp khác nên được sử dụng như LAS (local average subdivision) của [21] hoặc các giải thuật khác.

**Hình 6.** Kết quả MCS của gradient thấm của 2 kích cỡ lưới.

### 3.3. Số lượng mẫu

Vấn đề tiếp theo là số lượng mẫu cần thiết để có kết quả chấp nhận được. Theo [22], trong một mô phỏng để tính số  $\pi$  theo tinh thần MCS, số lượng mẫu cần thực hiện lên đến 30.000 mẫu. Đây là con số khá lớn khi thực hiện với SEEP/W. Bài nghiên



**Hình 7.** Mối quan hệ giữa số lượng mẫu và các giá trị trung bình (mean) và COV của tổng lưu lượng và gradient thấm.

cứu này thực hiện phân tích số lượng và các kết quả phân tích được thể hiện ở các hình dưới (Hình 7). Kết quả cho thấy giá trị trung bình và COV biến thiên nhiều khi số lượng mẫu ít hơn 400. Trong các số gần 500, các giá trị tương đối ổn định. Do đó, nghiên cứu đề xuất sử dụng 500 mẫu để phân tích. Tuy nhiên, nếu điều kiện cho phép, người dùng có thể thực hiện số mẫu nhiều hơn.

**4. Kết luận**

Bài nghiên cứu đã sử dụng một phương pháp phân tích dòng thấm qua đập đất có xét tính không chắc chắn của vật liệu đắp đập. Phương pháp này có các ưu điểm là sử dụng một phần mềm mạnh và phổ biến hiện nay trong phân tích dòng thấm và kết hợp một giải thuật tương đối đơn giản trong việc phát sinh trường ngẫu nhiên. Tuy nhiên, qua phân tích một đập đất, bài nghiên cứu đã chỉ ra các lưu ý khi sử dụng phương pháp này:

Sự phân bố của các số ngẫu nhiên: nếu sự phân bố không hợp lý, người dùng cần kiểm tra các nguyên nhân có thể, như đã trình bày ở phần trên.

Vấn đề độ mịn của lưới phần tử: lưới càng mịn thì càng tốt về mặt toán số nhưng lại làm thay đổi bản chất của đầu vào của trường ngẫu nhiên.

Số lượng các mẫu cần phân tích để có kết quả chấp nhận được: việc cân bằng giữa kết quả chấp nhận được và thời gian để thực hiện mô phỏng là quan trọng và 500 mẫu có thể chấp nhận được.

**Lời cảm ơn**

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (ĐHQG-HCM) trong khuôn khổ đề tài mã số C2020-20-21.

**Tài liệu tham khảo**

[1] Foster, M., Fell, R., Spannagle, M. (2000). The statistics of embankment dam failures and accidents. *Can. Geotech. J.*, 37(5): 1000–1024.

[2] Fenton, G., Griffiths, D. (1996). Statistics of free surface flow through stochastic earth dam. *J. Geotech. Eng.*, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1996\)122:6\(427\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:6(427)).

[3] Bari, M., Shahin, M., Nikraz, H. (2013). Probabilistic analysis of soil consolidation via prefabricated vertical drains. *Int. J. Geomech.*, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000244](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000244).

[4] Griffiths, D., Fenton, G., Manoharan, N. (2006). Undrained bearing capacity of two-strip footings on spatially random soil. *Int. J. Geomech.*, 10.1061/(ASCE)1532-3641(2006)6:6(421).

[5] Genevois, R., Romeo, R. (2003). Probability of failure occurrence and recurrence in rock slopes stability analysis. *Int. J. Geomech.*, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1532-3641](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641).

[6] Calamak, M., Yanmaz, A. M. (2016). Uncertainty quantification of transient unsaturated seepage through embankment dams. *Int. J. Geomech.*, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000823](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000823).

[7] Calamak, M., Yanmaz, A. M. (2018). Assessment of core-filter configuration performance of rock-fill dams under uncertainties. *Int. J. Geomech.*, 18(4), 1532-3641.

[8] Freeze, R. A. (1975). A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media. *Water Resour. Res.*, 11(5): 725–741.

[9] Gutjahr, A. L., Gelhar, L. W. (1981). Stochastic models of subsurface flow: Infinite versus finite domains and stationarity. *Water Resour. Res.*, 17(2): 337–350.

[10] Lin, G. F., Chen, C. M. (2004). Stochastic analysis of spatial variability in unconfined groundwater flow. *Stochastic Environ. Res. Risk Assess.*, 18(2): 100–108.

[11] Mantoglou, A., Gelhar, L. W. (1987). Stochastic modeling of largescale transient unsaturated flow systems. *Water Resour. Res.*, 23(1): 37–46.

[12] Tartakovsky, D. M. (1999). Stochastic modeling of heterogeneous phreatic aquifers. *Water Resour. Res.*, 35(12): 3941–3945.

[13] Zhang, D. (1999). Nonstationary stochastic analysis of transient unsaturated flow in randomly heterogeneous media. *Water Resour. Res.*, 35(4): 1127–1141.

[14] Ahmed, A. A. (2009). Stochastic analysis of free surface flow through earth dams. *Comput. Geotech.*, 36(7): 1186–1190.

[15] Ahmed, A. A. (2013). Stochastic analysis of seepage under hydraulic structures resting on anisotropic heterogeneous soils. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 139(6): 1001–1004.

[16] Le, T. M. H., Gallipoli, D., Sanchez, M., Wheeler, S. J. (2012). Stochastic analysis of unsaturated seepage through randomly heterogeneous

- earth embankments. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 36(8): 1056–1076.
- [17] Geo-Slope International Ltd. (2012). *Seepage modelling with SEEP/W*. Calgary, Canada.
- [18] van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44: 892–898.
- [19] Box, G. E. P., Muller, M. E. (1958). A note on the generation of random normal deviates. *Ann. Math. Stat.*, 29(2), 610–611.
- [20] Hutton, D. V. (2004). *Fundamentals of finite element analysis*, 1st edn. McGraw-Hill, New York.
- [21] Fenton, G., Vanmarcke, E. H. (1990). Simulation of random fields via local average subdivision. *J. Eng. Mech.*, 116(8): 1733-1749.
- [22] Wikipedia. Monte Carlo Method, [https://en.wikipedia.org/wiki/Monte\\_Carlo\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method), truy cập ngày 25/2/2021.