

# Ứng dụng phương pháp máy học trong tối ưu hóa phương án gia cố Jet Grouting trong việc giảm ảnh hưởng của hố đào sâu lên tuyến metro lân cận

Lê Hoàng Nghi<sup>1,2</sup>, Lê Viết Đạt<sup>1,2</sup>, Bùi Hữu Nghĩa<sup>1,2</sup>, Nguyễn Đăng Khoa<sup>3</sup>, Bùi Minh Hiền<sup>4</sup>, Lại Văn Quý<sup>1,2,\*</sup>

<sup>1</sup> Khoa Kỹ Thuật Xây Dựng, Trường Đại Học Bách Khoa TP.HCM.

<sup>2</sup> Đại Học Quốc Gia TP.Hồ Chí Minh.

<sup>3</sup> Khoa Kỹ thuật Công trình, Trường Đại học Lạc Hồng.

<sup>4</sup> Trường Đại học Công nghệ giao thông vận tải

## TỪ KHÓA

Hố đào sâu, Metro, Tối ưu hóa, MARS, MOGA.

## TÓM TẮT

Bài báo đề xuất một phương pháp mới trong việc tối ưu hóa kết cấu. Trường hợp phân tích trong bài báo này là tối ưu hóa khối gia cố Jet Grouting bên ngoài hố đào nhằm mục tiêu giảm ảnh hưởng của hố đào sâu đến tuyến Metro lân cận. Phương pháp mới dựa trên mô hình hồi quy tuyến tính (MARS) và thuật toán di truyền đa mục tiêu (MOGA). Dữ liệu phân tích được trích xuất từ nghiên cứu trước đó về phân tích hiệu quả của việc sử dụng phương pháp Jet Grouting trong việc giảm ảnh hưởng của hố đào sâu đến tuyến Metro lân cận. Kết quả phân tích cho thấy rằng, kích thước khối gia cố Jet Grouting được đề xuất từ phương pháp nghiên cứu có khả năng tối ưu hóa hiệu quả cả về chuyển vị ngang của tuyến Metro bị ảnh hưởng bởi hố đào và chi phí xây dựng. Phương pháp mới đề xuất này cũng có thể áp dụng cho nhiều bài toán tối ưu khác trong lĩnh vực xây dựng.

## KEYWORDS

Deep excavation, Metro, Optimization, MARS, MOGA.

## ABSTRACT

This paper proposes a new approach for optimizing the structure. The case study implemented an optimization of the Jet Grouting block that is used to reduce the influence of deep excavation on an adjacent Metro. The proposed approach is based on the Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) technique and Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA). The investigated data was adopted from previous research that analyzed the effectiveness of the Jet Grouting technique in reducing the influence of deep excavation on the adjacent Metro. The analysis results show that the suggested size of Jet Grouting from the proposed approach can effectively optimize both lateral displacement and construction cost. The proposed approach can be applied to the optimization of other civil engineering problems.

## 1. Giới thiệu

Trong bối cảnh phát triển đô thị hóa mạnh mẽ như hiện nay, việc thi công các công trình có hố đào sâu ngày càng trở nên phức tạp, đặc biệt là các công trình gần khu vực Metro thông qua nghiên cứu của Chen 2018 [1], Vinoth và cộng sự 2021 [2], Meng và cộng sự 2022 [3]. Việc thi công hố đào sâu cạnh tuyến Metro sẽ làm phát sinh chuyển vị của tuyến Metro. Từ đó đòi hỏi quá trình tính toán thiết kế phải có những giải pháp để ngăn cản sự hình thành chuyển vị tuyến Metro trong quá trình thi công hố đào sâu lân cận.

Hiện nay có nhiều phương án thiết kế gia cố tường vây truyền thống để có thể giảm ảnh hưởng của hố đào sâu đến tuyến Metro lân cận. Điển hình như có thể kể đến phương án tường vây tăng chiều dày tường vây của Lai và cộng sự 2020 [4]; Buttress wall của Lai và cộng sự 2023 [5], Thao và cộng sự 2023 [6]; gia cố Jet Grouting cạnh hố đào và công trình lân cận của Le và cộng sự 2024 [7]. Tuy nhiên, những phân tích tính toán, thiết kế trước đây thường tập trung vào việc tính

toán và phân tích hiệu quả của phương án, song việc xác định phương án tối ưu giữa hiệu quả kỹ thuật và chi phí thực hiện vẫn chưa được nhắc đến một cách cụ thể.

Cụ thể hơn, phương án gia cố tường vây bằng Buttress wall, Jet Grouting chịu ảnh hưởng bởi nhiều yếu tố dẫn đến mối quan hệ phi tuyến giữa các thông số đầu vào và kết quả đầu ra, điều này khiến các mô hình mô phỏng truyền thống khó thực hiện tối ưu khi xét đến tính hiệu quả của phương án gia cố và chi phí xây dựng.

Ngày nay, các phương pháp máy học đã được ứng dụng rộng rãi trong hầu hết các lĩnh vực nhờ vào tính hữu dụng trong phân tích dữ liệu. Nhiều nghiên cứu đã ứng dụng máy học nhằm xử lý các vấn đề trong lĩnh vực địa kỹ thuật và đạt được những kết quả trên cả kỳ vọng, đặc biệt là bài toán tối ưu hóa xét đến tính hiệu quả của phương án gia cố và chi phí xây dựng. Tuy nhiên, thực tế hiện nay cho thấy rằng ứng dụng máy học trong các vấn đề liên quan đến địa kỹ thuật xây dựng vẫn còn khá mới mẻ.

\*Liên hệ tác giả: lvqui@hcmut.edu.vn

Nhận ngày 21/04/2025, sửa xong ngày 09/07/2025, chấp nhận đăng ngày 10/07/2025

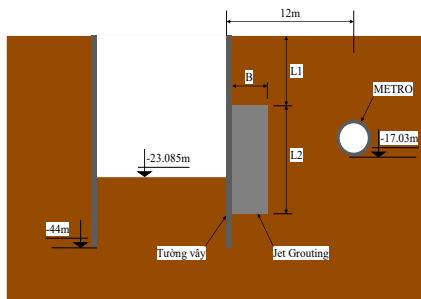
Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.04.2025.933>

Từ đó, mục tiêu của nghiên cứu này là đề xuất một phương pháp mới trong việc tối ưu hóa bài toán xét đến tính hiệu quả của phương án gia cố hố đào và chi phí xây dựng, bằng các phương pháp máy học kết hợp thuật toán di truyền đa mục tiêu. Cụ thể hơn là mô hình hồi quy đa biến (MARS) kết hợp thuật toán di truyền đa mục tiêu (MOGA).

## 2. Bài toán nghiên cứu

Nghiên cứu này tập trung phân tích cho bài toán hố đào sâu dự định thi công đặt kế bên tuyến Metro, thể hiện ở Hình 1. Trong đó, việc thi công hố đào sâu sẽ gây ra chuyển vị cho tuyến Metro. Phương án Jet Grouting có thể được áp dụng bên ngoài hố đào để làm giảm chuyển vị Metro do việc thi công hố đào gây ra. Mục tiêu của nghiên cứu là tối ưu hóa kích thước, thông số và chi phí xây dựng của khối Jet Grouting để đạt được kết quả chuyển vị tốt nhất.

Dựa trên mục tiêu nghiên cứu này, bài báo lựa chọn các kết quả phân tích từ nghiên cứu của Le và cộng sự 2024 [7] về việc đánh giá hiệu quả của phương án gia cố Jet Grouting trong việc giảm chuyển vị của Metro do hố đào lân cận gây ra, làm cơ sở dữ liệu để kiểm chứng phương pháp tối ưu hóa được đề xuất.



Hình 1. Minh họa vấn đề nghiên cứu.

Từ các kết quả phân tích của Le và cộng sự 2024 [7], bài báo này lựa chọn một trường hợp ngẫu nhiên là tuyến Metro đặt ở độ sâu 17.03m, cách 12m so với công trình hố đào sâu 23.085m, được minh họa cụ thể ở Hình 1. Dữ liệu thu thập là kết quả số từ phân tích phần tử hữu hạn thể hiện mối tương quan giữa các thông số đầu vào đặc trưng cho độ cứng của khối gia cường như độ sâu (L1), bề rộng quy đổi (B), chiều cao (L2), hệ số Modulus (E) và các kết quả đầu ra là chuyển vị ngang (ux) tương ứng của tuyến Metro. Trong bài báo này, 108 trường hợp ứng với sự thay đổi các thông số của (L1, L2, B, E) được tóm tắt như trình bày ở Bảng 1. Bảng dữ liệu chi tiết thể hiện mối tương quan giữa thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chuyển vị Metro (ux) được tóm tắt và trình bày ở phần Phụ lục 1.

Bảng 1. Giá trị các biến đầu vào.

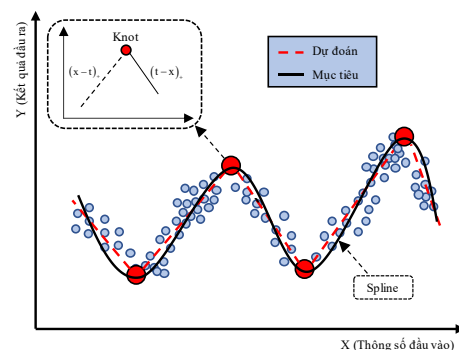
Ký hiệu	Ý nghĩa	Giá trị	Đơn vị
L1	Độ sâu	5, 10, 15, 20	m
L2	Chiều cao	12, 16, 20	m
B	Bề rộng quy đổi	2, 4, 8	m
E	Hệ số Modulus	225, 450, 900	MPa

## 3. Cơ sở lý thuyết

Trong bài báo này đề xuất phương pháp mới trong việc tối ưu hóa thông số của khối gia cố Jet Grouting dựa trên mô hình hồi quy đa biến (MARS) và thuật toán di truyền nhiều mục tiêu MOGA. Trong đó, thuật toán MARS đề xuất các công thức tương quan chính xác thể hiện mối quan hệ giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chuyển vị Metro (ux) cũng như mối tương quan giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chi phí xây dựng (CP). Tiếp theo đó, thuật toán di truyền đa mục tiêu (MOGA) được áp dụng để đưa ra mối quan hệ giữa chi phí xây dựng (CP) và chuyển vị Metro (ux). Dựa trên mối quan hệ này, bài báo sẽ đề xuất kích thước tối ưu của khối gia cố (L1, L2, B, E) để đảm bảo tối ưu hóa chi phí xây dựng (CP) ứng với chuyển vị Metro (ux) tốt nhất. Phần tiếp theo, bài báo chỉ trình bày tóm tắt cơ bản về mô hình hồi quy đa biến (MARS) và thuật toán di truyền đa mục tiêu (MOGA).

### 3.1 Mô hình hồi quy đa biến (MARS)

MARS lần đầu tiên được đề xuất bởi Friedman năm 1991 và cũng được xem là một thuật toán máy học được sử dụng phổ biến [10]. Thuật toán này đã được ứng dụng trong rất nhiều lĩnh vực và địa kỹ thuật là một trong số đó, có thể kể đến nghiên cứu của Duong và cộng sự 2024 [10], Pham và cộng sự 2025 [11], Shiau và cộng sự 2024 [12]. MARS là thuật toán cho phép giải quyết các bài toán mà kết quả có xu hướng phân bố một cách phi tuyến bằng cách tập hợp và chia nhỏ các thông số đầu vào để phù hợp với bài toán hồi quy tuyến tính. Khi đó, những dữ liệu nhỏ sẽ được hồi quy thành các phương trình tuyến tính, hay còn gọi là “Hàm con” (Basis function – BF) được thể hiện ở Công thức (1-2) và giao nhau tại các điểm nút, hay còn gọi là “Điểm phân chia” (Knot) được minh họa như Hình 2.

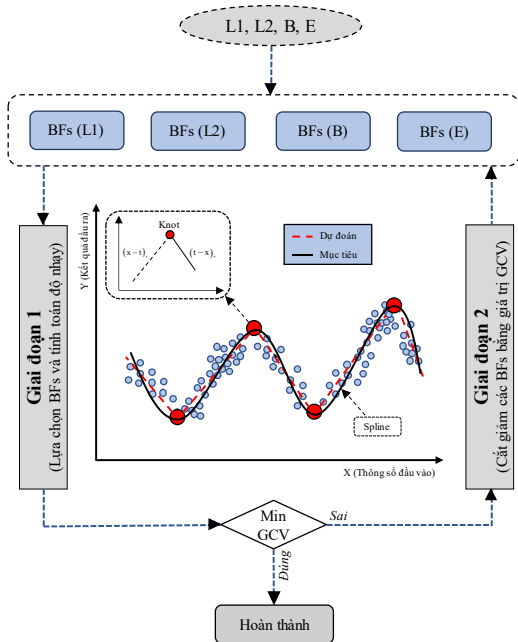


Hình 2. Nguyên lý hoạt động của thuật toán MARS.

$$(x - t)_+ \max(0, x - t) \begin{cases} x - t, & \text{if } x > t \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$(t - x)_+ \max(0, t - x) \begin{cases} t - x, & \text{if } t > x \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$f(X) = \beta_0 + \sum_{m=1}^M \beta_m h_m(X) \quad (3)$$



Hình 3. Quá trình triển khai thuật toán MARS.

Nhìn chung thì quy trình triển khai MARS bao gồm hai giai đoạn được trình bày như Hình 3. MARS cần xác định mô hình dự đoán được biểu thị trong Công thức (3). Giai đoạn hai của thuật toán nhằm giải quyết vấn đề quá khớp mô hình “Overfitting” có thể xuất hiện ở giai đoạn đầu tiên do các phương trình cơ bản (BFs) có số lượng quá lớn nên cần một thao tác để cắt giảm. Thao tác cắt giảm các phương trình cơ bản (BFs) không phù hợp dựa trên chỉ số xác thực chéo tổng quát (GCV) được trình bày trong Công thức (4). [10]

$$GCV = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_x} [y_i - f(x_i)]^2}{1 - \frac{M+d \times (M-1) / 2}{N_x}} \quad (4)$$

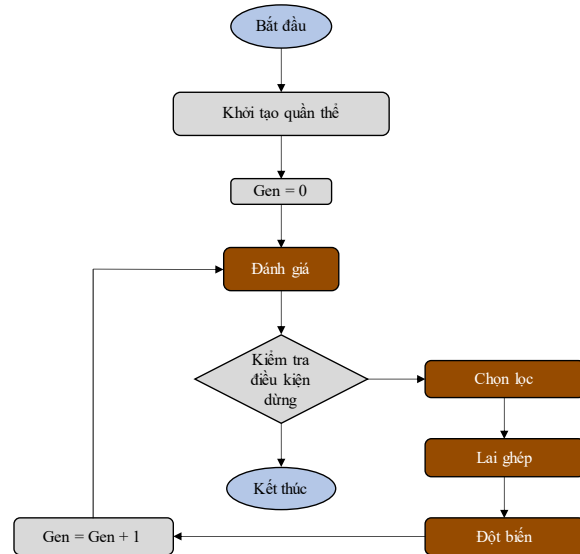
3.2 Thuật toán di truyền đa mục tiêu (MOGA)

Thuật toán di truyền đa mục tiêu (MOGA) là một trong những phương pháp tối ưu hóa, phù hợp giải quyết các vấn đề liên quan đến tối ưu hóa đa mục tiêu. MOGA có thể khám phá được đa dạng giải pháp để giải quyết vấn đề [9]. Cụ thể hơn, MOGA sẽ xác định một tập hợp các giải pháp với nhiều nghiệm và biến số được tối ưu hóa đồng thời. Các nghiệm của MOGA được biểu thị bằng mặt Pareto (Pareto Front). Các nghiệm trên mặt Pareto được xem là các nghiệm không bị chi phối (non-dominated solutions), tức là không có nghiệm nào khác tốt hơn nó ở tất cả mục tiêu.

Thuật toán di truyền (GA) được giới thiệu lần đầu tiên bởi John Holland năm 1975 và giờ đây thuật toán này được ứng dụng rộng rãi để giải quyết các vấn đề liên quan đến tối ưu hóa trong nhiều lĩnh vực khác nhau [8]. Thuật toán di truyền dựa trên nguyên lý chọn lọc tự

nhien và mô phỏng lại hiện tượng di truyền trong sinh học với quy trình cơ bản được thể hiện trong Hình 4.

Trong bài báo này, ứng dụng MOGA trong việc tối thiểu hóa chuyển vị ngang của Metro và chi phí xây dựng khối gia cố Jet Grouting. Nghiên cứu này sử dụng công cụ hỗ trợ Optimization Toolbox trong phần mềm Matlab R2019B để triển khai thuật toán MOGA.



Hình 4. Sơ đồ thực hiện tối ưu hóa bằng thuật toán di truyền (GA).

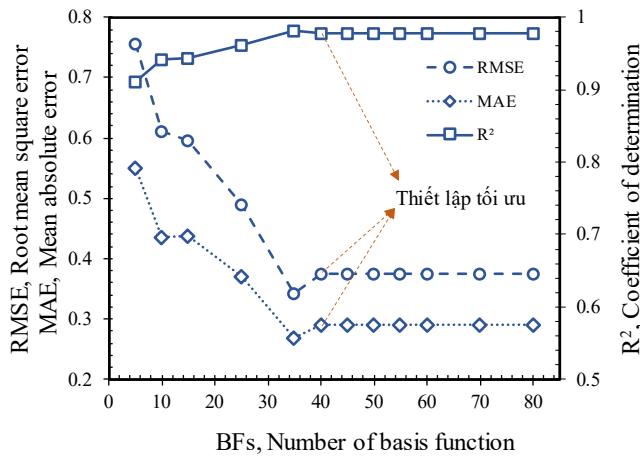
4. Kết quả phân tích

4.1 Các hàm tương quan

Như đã nói trước đó, bài báo này ứng dụng thuật toán MARS xác định hàm tương quan giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chuyển vị Metro (ux) cũng như mối tương quan giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chi phí xây dựng (CP). Trong đó, để xác định được mối quan hệ giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chuyển vị Metro (ux), các dữ liệu được thể hiện ở Phụ lục 1 được sử dụng. Bên cạnh đó, mối quan hệ giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chi phí xây dựng (CP) được xác định dựa trên các kinh nghiệm thực tế. Chi tiết việc thiết lập các mối quan hệ này được trình bày như phần bên dưới.

Để xác định được tốt nhất mối quan hệ tương quan giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chuyển vị Metro (ux) từ kết quả thể hiện ở Phụ lục 1, bài báo tiến hành tìm hàm tối ưu nhất từ thuật toán MARS bằng các thay đổi số lượng hàm con. Việc đánh giá độ chính xác sẽ dựa trên các thông số thể hiện tương quan giữa kết quả dự đoán và kết quả đầu vào; bao gồm R2, RMSE, MAE. Cụ thể hơn, kết quả thông số R2 sẽ cho thấy sự chênh lệch giữa kết quả của hàm hồi quy và dữ liệu đầu vào, kết quả R2 càng gần 1 thì mô hình càng tốt. Thông số RMSE (Root Mean Square Error) và MAE (Mean Absolute Error) đều thể hiện ý nghĩa về sai số và kết quả của cả hai thông số này càng nhỏ thì cho thấy mô hình càng tốt.

Kết quả lựa chọn số lựa hàm MARS tối ưu được trình bày ở Hình 5. Kết quả Hình 5 thể hiện sự thay đổi của các thông số R2, MAE, RMSE ứng với sự thay đổi số lượng hàm con (BFs) trong MARS. Có thể nhận thấy mức độ chính xác của kết quả dự đoán bằng thuật toán MARS có thể được cải thiện bằng cách tăng số lượng BFs. Giá trị thông số R2, MAE và RSME trải qua quá trình biến động khi thuật toán được thiết lập từ 5 BFs đến 40 BFs, sau đó thì duy trì kết quả tương đối ổn định. Trừ khi hiệu suất mô hình được tăng lên đáng kể thì việc tăng số lượng BFs là hoàn toàn không cần thiết, bởi vì thiết lập thuật toán với số lượng BFs lớn hơn không những tốn nhiều thời gian phân tích mà còn có khả năng gây quá khớp “Overfitting” mô hình. Do đó, có thể kết luận rằng thuật toán đưa ra kết quả phân hồi tốt nhất khi được thiết lập với 40 BFs cụ thể là  $R^2 = 0,9779$ ,  $RMSE = 0,3760$  và  $MAE = 0,2906$ . Kết quả hàm tương quan được trình bày công thức (5).



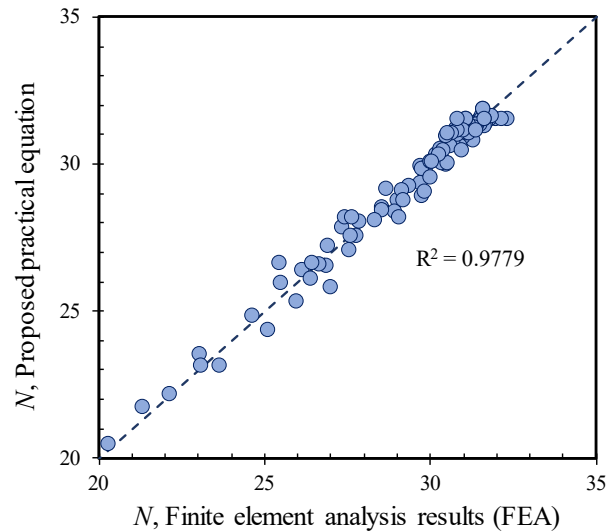
Hình 5. Quá trình triển khai thuật toán MARS.

$$\begin{aligned}
 u_x = & 31,5321 - 0,0294067 \times BF2 - 0,00155794 \times BF4 \\
 & - 0,000149135 \times BF5 - 0,0000621069 \times BF9 \\
 & + 0,000058804 \times BF11 - 0,130307 \times BF20 \\
 & + 0,042563 \times BF21 + 0,0139562 \times BF22 \\
 & + 0,0433232 \times BF27 - 0,0302762 \times BF29 \\
 & - 0,0708149 \times BF31 + 0,0306477 \times BF33 \\
 & + 0,000169808 \times BF36
 \end{aligned} \tag{5}$$

Bảng 2. Phương trình cơ bản (BFs).

Tên	Phương trình	Tên	Phương trình
BF1	Max(0, L1 - 5)	BF21	Max(0, L2 - 16) × BF20
BF2	Max(0, B - 2) × BF1	BF22	Max(0, 16 - L2) × BF20
BF4	Max(0, E - 225)	BF27	Max(0, B - 4) × BF1
BF5	Max(0, L2 - 12) × BF4	BF28	Max(0, 4 - B) × BF1
BF6	Max(0, B - 4) × BF4	BF29	Max(0, L2 - 16) × BF27
BF9	Max(0, 10 - L1) × BF6	BF31	Max(0, L2 - 16) × BF1
BF11	Max(0, 450 - E) × BF2	BF33	Max(0, L2 - 16) × BF28
BF18	Max(0, L1 - 10)	BF36	Max(0, 15 - L1) × BF4
BF20	Max(0, B - 2) × BF18		

Để kiểm tra lại độ chính xác của hàm MARS tối ưu đề xuất, Hình 6 thể hiện kết quả so sánh giá trị chuyển vị  $u_x$  từ hàm dự đoán với kết quả của Phụ lục 1. Kết quả cho thấy, cho thấy phương trình đề xuất bởi MARS có độ chính xác cao, với kết quả dự đoán hoàn toàn phù hợp so với dữ liệu đầu vào của bài toán, thể hiện qua giá trị  $R^2 = 0.9779$  khi thuật toán được thiết lập với 40 BFs. Lưu ý rằng, số lượng hàm con thực tế đã giảm đi so với số lượng hàm con ban đầu là 40 do quá trình cắt giảm ở giai đoạn 2 của thuật toán MARS.



Hình 6. Kết quả dự đoán từ MARS so với dữ liệu đầu vào.

Đối với phương trình tương quan mối quan hệ giữa các thông số của khối gia cố (L1, L2, B, E) và chi phí xây dựng (CP) được xem xét dựa trên 2 yếu tố chính là chi phí vật tư và chi phí thi công. Đầu tiên, chi phí vật tư chủ yếu phụ thuộc vào hai vật liệu là xi măng và nước trộn thành vữa. Do đó, chi phí vật tư được tính toán dựa trên các thông số của khối gia cường như chiều cao (L2), bề rộng quy ước (B), hệ số Modulus (E) cùng với hai hệ số kể đến chi phí xi măng và nước, hai hệ số này sẽ được nhóm nghiên cứu giả định. Mặt khác, chi phí thi công được tính toán dựa trên hai bước chính bao gồm thi công khoan tạo lỗ và thi công khoan đồng thời phụt vữa xi măng cọc. Do đó, chi phí thi công phụ thuộc vào các yếu tố như độ sâu (L1), chiều cao (L2), bề rộng quy ước (B) và hai hệ số kể đến chi phí thi công cho hai bước kể trên, và được thể hiện qua công thức (6).

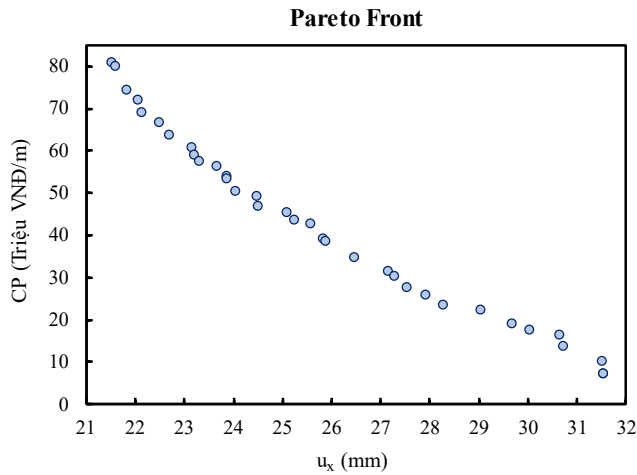
$$\begin{aligned}
 CP = & 45 \times L1 \times B + 155 \times L2 \times B + 501 \times \frac{E}{E_{max}} \times L2 \times B \\
 & + 12,1 \times 0,8 \times \frac{E}{E_{max}} \times L2 \times B
 \end{aligned} \tag{6}$$

4.2 Kết quả tối ưu

Dựa trên các dữ liệu đầu vào, các điều kiện của mô hình MOGA được thiết lập ở Bảng 3. Kết quả ở Hình 7 đã được tối ưu hóa đồng thời cho phương pháp gia cố bằng khối gia cường (Jet Grouting) cho hố đào sâu lân cận tuyến Metro.

**Bảng 3.** Điều kiện tối ưu.

Thông số	Mục tiêu	Giới hạn dưới	Giới hạn trên	Đơn vị
L1	Trong giới hạn cho phép	5	20	m
L2	Trong giới hạn cho phép	12	20	m
B	Trong giới hạn cho phép	2	8	m
E	Trong giới hạn cho phép	225	900	MPa
$u_x$	Tối thiểu hóa	-	-	mm
CP	Tối thiểu hóa	-	-	Triệu VNĐ/m



**Hình 7.** Kết quả tối ưu từ MOGA.

Thông số đầu vào và đầu ra tối ưu của phương án gia cố được trình bày trong Bảng 4 và kết quả đề xuất này là một trong các điểm từ mặt Pareto. Tùy vào từng điều kiện yêu cầu thực tế cho dự án, có thể chọn một kết quả khác phù hợp hơn trên mặt Pareto. Tuy nhiên, nếu chọn một kết quả khác để đạt được yêu cầu cho một thông số đầu ra bất kỳ thì phải chấp nhận giảm đi sự tối ưu đối với thông số còn lại.

**Bảng 4.** Kết quả tối ưu được đề xuất

L1 (m)	L2 (m)	B (m)	E (MPa)	$u_x$ (mm)	CP (Triệu VNĐ/m)
19,7	17,9	6,6	319,5	25,096	45,576

**5. Kết luận**

Bài báo đề xuất một phương pháp mới trong bài toán tối ưu hóa kích thước vùng gia cố Jet Grouting bên cạnh hố đào. Phương pháp này dựa trên hai thuật toán chính là mô hình hồi quy đa biến (MARS) và thuật toán di truyền đa mục tiêu (MOGA). Kết quả cho thấy, phương pháp đề xuất thực hiện tốt bài toán tối ưu được đặt ra. Kết quả cho thấy, với trường hợp ngẫu nhiên là tuyến Metro đặt ở độ sâu 17,03 m, cách 12 m so với công trình hố đào sâu 23,085m, kích thước tối ưu của khối gia cố

Jet Grouting là (L1 = 19.7m, L2 = 17,9m, B = 6,6m, E = 319,5 MPa) với chi phí là 45,576 Triệu VNĐ/m cho chuyển vị Metro nhỏ nhất.

Cũng lưu ý rằng, nghiên cứu này không đề cập đến giới hạn cho kết quả mục tiêu, trong thực tế có thể đặt giới hạn cho giá trị chuyển vị của tuyến Metro và chi phí thực hiện để phù hợp với tiêu chuẩn tham khảo của các quốc gia hoặc đặc trưng riêng của dự án.

**Lời cảm ơn**

Nghiên cứu này được tài trợ bởi trường Đại học Bách Khoa – ĐHQG-HCM trong khuôn khổ đề tài đề tài mã số SVKSTN-2024-KTXD-34. Chúng tôi xin cảm ơn Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HCM đã hỗ trợ cho nghiên cứu này.

**Đóng góp của tác giả**

- Lê Hoàng Nghi: Thực hiện phân tích, Đề xuất phương pháp, Viết bản thảo
- Lê Viết Đạt: Thực hiện phân tích, Đề xuất phương pháp, Viết bản thảo
- Bùi Hữu Nghĩa: Thực hiện phân tích, Đề xuất phương pháp, Viết bản thảo
- Nguyễn Đăng Khoa: Góp ý, Chỉnh sửa bản thảo
- Bùi Minh Hiền: Góp ý, Chỉnh sửa bản thảo
- Lại Văn Quý: Ý tưởng, Đề xuất phương pháp, Góp ý, Chỉnh sửa bản thảo

**Tài liệu tham khảo**

- [1]. Chen, X.S., [2018]. Research on combined construction technology for cross-subway tunnels in underground spaces. *Engineering*, 4:103–111.
- [2]. Vinoth, M., MS, A., [2021]. Behaviour of existing tunnel due to adjacent deep excavation—a review. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 16(9):1132–1151.
- [3]. Meng, F.Y., Chen, R.P., Xu, Y., Wu, K., Wu, H.N., Liu, Y., [2022]. Contributions to responses of existing tunnel subjected to nearby excavation: a review. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 119:104195.
- [4]. Lai, V.Q., Le, M.N., Huynh, Q.T., Do, T.H., [2020]. Performance analysis of a combination between D-wall and secant pile wall in upgrading the depth of basement by Plaxis 2D: a case study in Ho Chi Minh City. In: Reddy, J., Wang, C., Luong, V., Le, A. (eds), *ICSCEA 2019, Lecture Notes in Civil Engineering*, 80:745–755. Springer, Singapore.
- [5]. Lai, V.Q., Le, T.T., Truong, T.T.H., Le, T.A.T., [2023]. Finite element analysis of buttress wall to reduce lateral deformation of deep excavation adjacent to tunnels in HCMC. In: *International Conference on Geotechnics for Sustainable Infrastructure Development*, 811–826. Springer, Singapore.
- [6]. Thao, H.T., Vinh, L.B., Le Huong, T., Thai, B.Q., Trung, N.M., Hai, H.L., [2024]. Effectiveness of buttress walls on reducing the wall displacement for deep excavations adjacent to Metro Tunnels. In: Reddy, J.N., Wang, C.M., Luong, V.H., Le, A.T. (eds), *Proceedings of the Third International Conference on Sustainable Civil Engineering and Architecture (ICSCEA 2023), Lecture Notes in Civil Engineering*, 442:1109–1121. Springer, Singapore.
- [7]. Le, T.N., Le, T.T., Lai, V.Q., [2025]. A numerical investigation on reducing the effects of deep excavation on adjacent metro lines using jet grouting. *Transportation Infrastructure Geotechnology*, 12(1):1–29.
- [8]. Laffi, B., et al., [2023]. A novel method for optimizing parameters influencing the bearing capacity of geosynthetic reinforced sand using RSM, ANN, and multi-objective genetic algorithm. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 45(2):174–196.

- [9]. Zolpakar, N.A., Lodhi, S.S., Pathak, S., Sharma, M.A., [2020]. Application of multi-objective genetic algorithm (MOGA) optimization in machining processes. In: Gupta, K., Gupta, M.K. (eds), Optimization of Manufacturing Processes, Springer, Cham, pp. 185–199.
- [10]. Duong, N.T., Shiau, J., Keawsawasvong, S., Lai, V.Q., [2024]. Three-dimensional undrained stability analysis of circular tunnel heading in anisotropic and heterogeneous clay: FELA, ANN, MARS, and XGBoost. *Modeling Earth Systems and Environment*, 10(4):5503–5527.
- [11]. Pham, G.H., Duong, N.T., [2025]. Coupled finite element analysis and multivariate adaptive regression splines for predicting the bearing capacity of conical footings on slopes. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2949(1):012025. IOP Publishing.
- [12]. Shiau, J., Keawsawasvong, S., Promwichai, T., Kamchoom, V., Banyong, R., [2024]. Rectangular tunnel heading stability in three dimensions and its predictive machine learning models. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 16(11):4683–4696.

**Phụ lục 1.** Dữ liệu thu thập từ kết quả phân tích phần tử hữu hạn.

STT	L1	L2	B	E	u <sub>x</sub>	STT	L1	L2	B	E	u <sub>x</sub>
	m	m	m	MPa	mm		m	m	m	MPa	mm
1	5	12	2	225	31,75	55	15	12	2	225	31,07
2	5	16	2	225	31,8	56	15	16	2	225	31,07
3	5	20	2	225	31,96	57	15	20	2	225	30,96
4	5	12	4	225	32,33	58	15	12	4	225	30,31
5	5	16	4	225	31,71	59	15	16	4	225	29,85
6	5	20	4	225	31,8	60	15	20	4	225	29,02
7	5	12	8	225	31,56	61	15	12	8	225	30,52
8	5	16	8	225	31,5	62	15	16	8	225	28,93
9	5	20	8	225	31,66	63	15	20	8	225	26,98
10	5	12	2	450	31,63	64	15	12	2	450	30,8
11	5	16	2	450	31,65	65	15	16	2	450	30,64
12	5	20	2	450	31,63	66	15	20	2	450	30,27
13	5	12	4	450	32,12	67	15	12	4	450	29,75
14	5	16	4	450	31,22	68	15	16	4	450	28,66
15	5	20	4	450	31,16	69	15	20	4	450	27,33
16	5	12	8	450	31,05	70	15	12	8	450	29,71
17	5	16	8	450	30,84	71	15	16	8	450	27,54
18	5	20	8	450	30,95	72	15	20	8	450	25,09
19	5	12	2	900	31,53	73	15	12	2	900	30,38
20	5	16	2	900	31,34	74	15	16	2	900	30
21	5	20	2	900	31,26	75	15	20	2	900	29,35
22	5	12	4	900	31,85	76	15	12	4	900	29,12
23	5	16	4	900	30,76	77	15	16	4	900	27,43
24	5	20	4	900	30,51	78	15	20	4	900	25,43
25	5	12	8	900	30,61	79	15	12	8	900	29,03
26	5	16	8	900	30,28	80	15	16	8	900	26,37
27	5	20	8	900	30,47	81	15	20	8	900	23,61
28	10	12	2	225	31,54	82	20	20	2	225	30,47
29	10	16	2	225	31,62	83	20	20	2	450	30,24
30	10	20	2	225	31,43	84	20	20	2	900	29,82
31	10	12	4	225	31,49	85	20	20	4	225	27,76
32	10	16	4	225	31,41	86	20	20	4	450	26,84
33	10	20	4	225	29,67	87	20	20	4	900	25,95
34	10	12	8	225	31,58	88	20	20	8	225	23,01
35	10	16	8	225	31,58	89	20	20	8	450	21,31
36	10	20	8	225	27,82	90	20	20	8	900	20,26

STT	L1	L2	B	E	u <sub>x</sub>	STT	L1	L2	B	E	u <sub>x</sub>
	m	m	m	MPa	mm		m	m	m	MPa	mm
37	10	12	2	450	31,36	91	20	16	2	225	30,8
38	10	16	2	450	31,34	92	20	16	2	450	30,49
39	10	20	2	450	30,98	93	20	16	2	900	30,03
40	10	12	4	450	31,07	94	20	16	4	225	28,54
41	10	16	4	450	30,81	95	20	16	4	450	27,59
42	10	20	4	450	29,69	96	20	16	4	900	26,62
43	10	12	8	450	31,15	97	20	16	8	225	24,63
44	10	16	8	450	31,07	98	20	16	8	450	23,07
45	10	20	8	450	26,9	99	20	16	8	900	22,11
46	10	12	2	900	31,14	100	20	12	2	225	31,64
47	10	16	2	900	30,9	101	20	12	2	450	31,38
48	10	20	2	900	30,33	102	20	12	2	900	30,93
49	10	12	4	900	30,69	103	20	12	4	225	29,98
50	10	16	4	900	30,15	104	20	12	4	450	29,17
51	10	20	4	900	28,52	105	20	12	4	900	28,31
52	10	12	8	900	30,8	106	20	12	8	225	27,62
53	10	16	8	900	30,61	107	20	12	8	450	26,42
54	10	20	8	900	26,11	108	20	12	8	900	25,48