

Đánh giá sự làm việc của bộ phận thoát nước trong các công trình đất bằng phương pháp toán số

Nguyễn Võ Trọng^{1,2*}, Võ Thị Tuyết Giang^{1,2}

¹ Khoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Bách khoa (HCMUT), 268 Lý Thường Kiệt, Quận 10, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

² Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (VNU-HCM), Phường Linh Trung, Thành phố Thủ Đức, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

TỪ KHÓA

Bộ phận thoát nước
Dòng thấm
Đập đất
Mặt bão hòa
Phương pháp phần tử hữu hạn
Tường chắn

TÓM TẮT

Trong các công trình đất, bộ phận thoát nước đóng vai trò quan trọng vì giúp hạ thấp mức nước ngầm trong môi trường thấm, từ đó giảm thiểu các rủi ro do mức nước ngầm cao gây ra. Nghiên cứu này tập trung đánh giá hiệu quả làm việc của bộ phận thoát nước trong các công trình đất điển hình. Phương pháp phần tử hữu hạn Galerkin được sử dụng để giải phương trình cân bằng dòng thấm trong môi trường đất. Trong trường hợp các vùng không bão hòa xuất hiện trong khu vực tính toán, mô hình van Genuchten được áp dụng để tính toán hệ số thấm của đất trong các vùng này. Khi xác định mặt bão hòa, là ranh giới giữa vùng không bão hòa và vùng bão hòa, một thuật toán giải lặp với các tiêu chí hội tụ được sử dụng. Python được dùng để thiết lập một chương trình tính tích hợp tất cả các lý thuyết đã đề cập ở trên. Sau đó, chương trình này được ứng dụng để phân tích hiệu quả của bộ phận thoát nước trong đập đất và phía sau tường chắn. Kết quả cho thấy phương pháp đề xuất có thể ứng dụng hiệu quả trong việc đánh giá hiệu năng của bộ phận thoát nước trong công trình đất.

KEYWORDS

Drain
Seepage
Earth dam
Free surface
Finite element method
Retaining wall

ABSTRACT

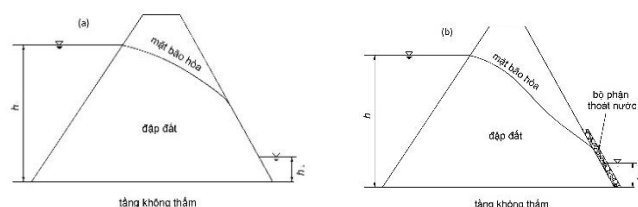
In earthworks, drains play an important role as they help lower the groundwater level within the seepage media, thereby minimizing risks associated with high water tables. This study focuses on evaluating the performance of drainage systems in typical earthworks. The Galerkin finite element method is employed to solve the governing equation of seepage flows within porous media. In cases where unsaturated zones appear within the domain, the van Genuchten model is applied to compute the hydraulic conductivity of soils in these zones. When determining the free surface, which is the boundary between the unsaturated and saturated zones, a loop algorithm with convergence criteria is employed. Python is used to develop a computing program that integrates all of the above-mentioned theories. This program is then applied to analyze the effectiveness of drains in earth dams and behind retaining walls. The results indicate that this proposed method can be effectively used to assess the performance of drainage systems in earthworks.

1. Giới thiệu

Trong các công trình đất, việc kiểm soát dòng thấm là một yêu cầu thiết yếu trong thiết kế và thi công. Thực tế cho thấy, việc không kiểm soát tốt dòng thấm là tác nhân chính gây ra các hư hỏng công trình đất như đập đất, đê [1, 2].

Hình 1 và Hình 2 minh họa hoạt động của bộ phận thoát nước trong đập đất và tường chắn. Các hình (a) thể hiện các công trình chưa được thiết kế bộ phận thoát nước và các hình (b) thể hiện các công trình được bổ sung bộ phận thoát nước. Theo đó, mái hạ lưu đập đất là biên không thuận lợi cho việc thấm nên đường bão hòa thoát ra cao hơn khi công trình có bộ phận thoát nước. Tương tự, tường chắn đất không có bộ phận thoát nước nên khi trong đất phát sinh mực nước ngầm (có thể ảnh hưởng của sông hồ gần đó) và xét tình huống bất lợi nhất, mức nước tác dụng lên tường cao bằng mức nước ngầm này. Khi có bộ phận thoát nước thì mức nước ngầm đã hạ đáng kể.

Việc thiết kế các bộ phận thoát nước hiện nay đã có các quy trình xây dựng sẵn có và vật liệu chọn cho vật thoát nước tùy thuộc vào nhiều yếu tố [1, 3]. Tuy nhiên, hiệu quả làm việc thực tế của bộ phận thoát nước vẫn cần được đánh giá định lượng, đặc biệt thông qua các mô hình toán số. Bài báo này tập trung vào việc mô phỏng toán học để đánh giá hiệu năng của bộ phận thoát nước trong việc hạ mức nước ngầm và kiểm soát dòng thấm, từ đó hỗ trợ quá trình thiết kế tối ưu hơn.

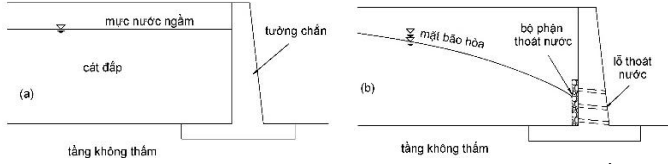


Hình 1. Sự hoạt động của bộ phận thoát nước trong đập đất: (a) không có vật thoát nước; (b) có vật thoát nước.

*Liên hệ tác giả: nguyenvotrong@hcmut.edu.vn

Nhận ngày 22/04/2025, sửa xong ngày 17/05/2025, chấp nhận đăng ngày 19/05/2025

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.03.2025.936>



Hình 2. Sự hoạt động của bộ phận thoát nước trong tường chắn: (a) không có vật thoát nước; (b) có vật thoát nước.

2. Ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn Galerkin để giải phương trình chủ đạo của bài toán thấm hai chiều (2-D)

Phương trình chủ đạo mô tả dòng thấm hai chiều được viết như sau [4, 5]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

trong đó H là cột nước (đơn vị là m); K_x và K_z là hệ số thấm theo phương nằm ngang x và phương thẳng đứng z (đơn vị của hệ số thấm là m/s); bề dày theo phương vuông góc mặt phẳng của bài toán là 1 m.

Ý tưởng cơ bản của phương pháp phần tử hữu hạn (PPPTH) Galerkin được trích từ tài liệu [5]. Để minh họa, xét phương trình vi phân:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + f(x) = 0 \quad (x_a \leq x \leq x_b) \quad (2)$$

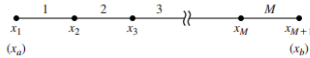
với điều kiện biên (Hình 3):

$$y(x_a) = y_a \text{ và } y(x_b) = y_b \quad (3)$$

Lời giải xấp xỉ được giả thiết như sau:

$$y^*(x) = \sum_{i=1}^{M+1} y_i n_i(x) \quad (4)$$

trong đó y_i là giá trị lời giải tại $x = x_i$ và $n_i(x)$ là hàm thử tương ứng.



Hình 3. Vùng tính toán $x_a \leq x \leq x_b$ được rời rạc thành M phần tử.

Thay lời giải giả định (4) vào phương trình chủ đạo (2), ta thu được số dư:

$$R(x; y_i) = \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2 y^*}{dx^2} + f(x) \right] = \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2}{dx^2} [y_i n_i(x)] + f(x) \right] \quad (5)$$

Phương pháp Galerkin áp dụng điều kiện số dư có trọng và mỗi hàm thử là hàm trọng số:

$$\int_{x_a}^{x_b} n_j(x) R(x; y_i) dx = \int_{x_a}^{x_b} n_j(x) \sum_{i=1}^{M+1} \left[\frac{d^2}{dx^2} [y_i n_i(x)] + f(x) \right] dx \quad (j = 1, M+1) \quad (6)$$

Khi đó, phương trình này được thể hiện:

$$\int_{x_j}^{x_{j+1}} n_j(x) \left[\frac{d^2}{dx^2} [y_j n_j(x) + y_{j+1} n_{j+1}(x)] + f(x) \right] dx = 0 \quad (j = 1, M+1) \quad (7)$$

Tích phân Phương trình (7) đạt được $M+1$ phương trình đại số với $M+1$ giá trị lời giải tại nút chưa biết y_j , và các phương trình này có thể được viết dưới dạng ma trận:

$$[K_{FE}]\{y\} = \{F\} \quad (8)$$

trong đó $[K_{FE}]$ là ma trận độ cứng hệ thống, $\{y\}$ là vector chuyển vị nút và $\{F\}$ là vector lực nút. Các thuật ngữ độ cứng (stiffness), chuyển vị (displacement) và lực (force) trong cơ học kết cấu được ánh xạ tương ứng sang hệ số thấm (hydraulic conductivity), cột nước (hydraulic

head) và lưu lượng (flux) trong bài toán thủy lực. Phương trình (6) là dạng chuẩn của PPPTH Galerkin, bao gồm cả quá trình thiết lập phương trình phần tử và xây dựng hệ phương trình tổng thể.

3. Thiết lập phương trình phần tử

Để xây dựng phương pháp phần tử hữu hạn cho bài toán thấm hai chiều, giả định mỗi phần tử có M nút, và sự phân bố cột nước trong phần tử được mô tả bởi:

$$H(x, z) = \sum_{i=1}^M N_i(x, z) H_i = [N]\{H\} \quad (9)$$

trong đó $N_i(x, z)$ là hàm nội suy tương ứng với cột nước tại nút H_i , $[N]$ là ma trận hàng các hàm nội suy, và $\{H\}$ là ma trận cột (vector) của cột nước tại nút.

Áp dụng PPPTH Galerkin, các phương trình số dư của Phương trình (1) là:

$$\iint_A N_i(x, z) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(t K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(t K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] dA = 0 \quad (i = 1, M) \quad (10)$$

trong đó độ dày t giả định là không đổi và tích phân trong toàn diện tích phần tử (với phân tích 2-D, độ dày t thường lấy là một đơn vị dài và là 1 m trong bài báo này). Các biến đổi toán học cũng như việc sử dụng Định lý Green-Gauss trong mặt phẳng dẫn tới:

$$t \iint_A \left[K_x \frac{\partial H}{\partial x} N_i + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) N_i \right] dA = -t \oint_S (q_x n_x + q_z n_z) N_i dS - t \iint_A \left[K_x \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + K_z \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] dA \quad (11)$$

trong đó n_x và n_z là thành phần theo phương x và z của vector đơn vị hướng ra vuông góc với chu vi.

Quay về phương trình số dư Galerkin trình bày trong Phương trình (10) và thay thế các quan hệ được phát triển thông qua Định lý Green-Gauss, Phương trình (10) trở thành:

$$\iint_A \left[K_x \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + K_z \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] t dA = -t \oint_S (q_x n_x + q_z n_z) N_i dS \quad (i = 1, M) \quad (12)$$

và cũng là hệ thống M phương trình phần tử hữu hạn hai chiều thông qua phương pháp Galerkin.

Tại thời điểm này, chúng ta chuyển sang sử dụng các ký hiệu ma trận và sử dụng Phương trình (9) để chuyển Phương trình (12) thành:

$$\iint_A \left[K_x \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + K_z \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right] \right] \{H^{(e)}\} t dA = - \oint_S q_s n_s [N]^T t dS \quad (13)$$

và có thể thể hiện dưới dạng:

$$[K_{FE}^{(e)}]\{H^{(e)}\} = \{F_q^{(e)}\} \quad (14)$$

trong đó $[K_{FE}^{(e)}]$ là ma trận hệ số thấm phần tử (chỉ số e được sử dụng để phân biệt với ma trận tổng thể); $\{F_q^{(e)}\}$ là vector lưu lượng tại nút của phần tử.

Môi trường được giả thiết đẳng hướng nên $K_x = K_z = K$:

$$[K_{FE}^{(e)}] = K \iint_A \left[\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right] \right] t dA \quad (15)$$

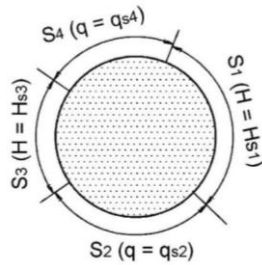
với phần tử có M nút thì ma trận trên là ma trận đối xứng $M \times M$.

Vector lưu lượng nút phần tử là:

$$\{F_q^{(e)}\} = - \oint_S q_s n_s [N]^T t dS = - \oint_S q_s n_s \{N\} t dS \quad (16)$$

4. Điều kiện biên

Bài toán dòng thấm thường có hai loại điều kiện biên chính, được minh họa trong Hình 4. Trong vùng S_1 , cột nước H được gán là H_{s1} . Trong mô hình hóa, tất cả các nút nằm trong phần này đều có cột nước đã biết và các giá trị cần tìm là lưu lượng tại nút (đơn vị là $\frac{m^3}{s.m} = \frac{m^2}{s}$ trong bài toán phẳng). Dạng biên này gọi là H-type. Phần S_2 có giá trị lưu lượng đã biết của q là q_{s2} (vì các giá trị này được phân bố trên một đơn vị chiều dài của S_2 nên đơn vị là $\frac{m^3}{s.m.m} = \frac{m}{s}$). Dạng biên này gọi là Q-type. Do đó, tất cả các nút nằm trong phần này đều có lưu lượng được tính toán bằng Phương trình (16). Các thiết lập tương tự cho phần S_3 và S_4 . Trong nghiên cứu này, do các biên dạng Q-type có lưu lượng phân bố $q_s = 0$ nên ban đầu các giá trị lưu lượng nút mặc định là không (zero). Tuy nhiên, do việc xác định mặt bão hòa, một số biên cần được xem xét và mô tả một cách đặc biệt trong phần tiếp theo.

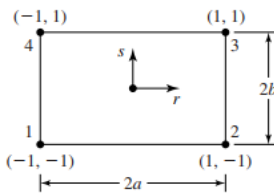


Hình 4. Các dạng điều kiện biên.

5. Thiết lập ma trận phần tử

Sử dụng hệ tọa độ chuẩn hóa (r, s) như mô tả trong Hình 5, các hàm nội suy cho phần tử hình chữ nhật bốn nút được xác định như sau:

$$\begin{aligned} N_1(r, s) &= \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \\ N_2(r, s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\ N_3(r, s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \\ N_4(r, s) &= \frac{1}{4}(1-r)(1+s) \end{aligned} \quad (17)$$



Hình 5. Phần tử chữ nhật với chiều rộng 2a và chiều cao 2b.

Áp dụng PPPTHH, ta xây dựng được ma trận độ cứng phần tử như sau:

$$[K_{FE}^{(e)}] = \begin{bmatrix} K_{11}^{(e)} & K_{12}^{(e)} & K_{13}^{(e)} & K_{14}^{(e)} \\ K_{21}^{(e)} & K_{22}^{(e)} & K_{23}^{(e)} & K_{24}^{(e)} \\ K_{31}^{(e)} & K_{32}^{(e)} & K_{33}^{(e)} & K_{34}^{(e)} \\ K_{41}^{(e)} & K_{42}^{(e)} & K_{43}^{(e)} & K_{44}^{(e)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Sau đây là một ví dụ về cách tính một thành phần trong ma trận $[K_{FE}^{(e)}]$:

$$K_{11}^{(e)} = Ktab \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left[\frac{(s-1)^2}{16} \frac{1}{a^2} + \frac{(r-1)^2}{16} \frac{1}{b^2} \right] dr ds \quad (19)$$

trong đó, K là hệ số thấm; t là chiều dày phần tử; 2a và 2b lần lượt là chiều rộng và chiều cao của phần tử trong hệ tọa độ tự nhiên (r, s) (Hình 5). Các thành phần khác được tính tương tự. Tuy nhiên, tích phân trong Phương trình (19) được sử dụng tích phân số Gaussian tại các điểm có tọa độ $r_i, s_j = \pm 0,57735$ với các trọng số $W_i, W_j = 1,0$ và $i, j = 1, 2$ [5]. Theo đó, ta có:

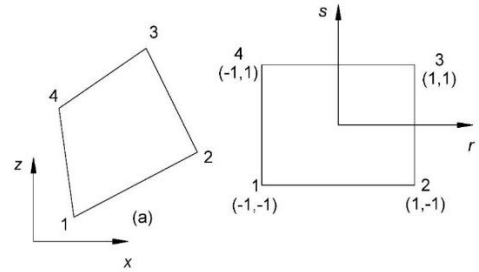
$$\begin{aligned} K_{11}^{(e)} &= Kt \frac{b}{a} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{16} W_i W_j (s_j - 1)^2 + \\ &Kt \frac{a}{b} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{16} W_i W_j (r_i - 1)^2 \end{aligned} \quad (20)$$

Các lưới được tạo tự động thường không có hình chữ nhật mà là hình tứ giác (Hình 6). Do đó, lý thuyết hiện có gợi ý sử dụng công thức đẳng tham như sau:

$$\begin{aligned} K_{11}^{(e)} &= Kt \frac{b}{a} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{16} W_i W_j (s_j - 1)^2 |J(r_i, s_j)| \\ &+ Kt \frac{a}{b} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{16} W_i W_j (r_i - 1)^2 |J(r_i, s_j)| \end{aligned} \quad (21)$$

trong đó $|J(r_i, s_j)|$ là định thức của ma trận Jacobi tại các tọa độ r_i và s_j :

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (22)$$



Hình 6. (a) Phần tử đẳng tham hai chiều bốn nút; (b) Phần tử góc trong hệ tọa độ tự nhiên.

Sau đây là một ví dụ về cách tính một thành phần của ma trận Jacobi:

$$J_{11} = \frac{\partial x}{\partial r} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial r} x_i = \frac{1}{4} [(s-1)x_1 + (1-s)x_2 + (1+s)x_3 - (1+s)x_4] \quad (23)$$

Kết hợp tất cả các ma trận phần tử dẫn đến phương trình tổng thể như sau:

$$[K_{FE}]\{H\} = \{F_q\} \quad (24)$$

trong đó $[K_{FE}]$ là ma trận hệ số thấm tổng thể có kích thước $M_T \times M_T$ với M_T là tổng số các nút của hệ thống; $\{H\}$ là vector cột nước tổng thể, kích thước $M_T \times 1$; và $\{F_q\}$ là vector lưu lượng nút tổng thể, kích thước $M_T \times 1$.

6. Hệ số thấm không bão hòa và mặt bão hòa

Như đã trình bày, hệ số thấm K xuất hiện trong các phương trình tính toán ma trận hệ số thấm, tức là Phương trình (21). Dòng thấm qua thân đập (Hình 7) tạo ra vùng không bão hòa phía trên vùng bão hòa (mặt bão hòa là ranh giới giữa hai vùng này). Vùng không bão hòa này vẫn có dòng thấm nhưng các hệ số thấm trong các vùng này được điều chỉnh (nhỏ hơn hệ số thấm ban đầu khi bão hòa).

Nghiên cứu này sử dụng mô hình của van Genuchten [6] để tính toán hệ số thấm không bão hòa. Dựa trên lý thuyết này, hệ số thấm không bão hòa phụ thuộc vào đầu áp lực tại các điểm quan tâm (ký hiệu là h) và có thể được trình bày như sau:

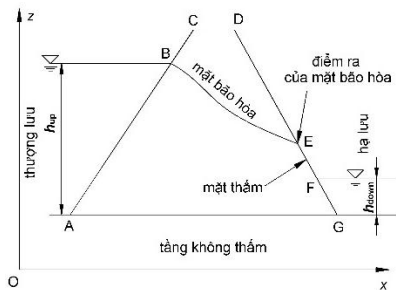
$$K(h) = K_s K_r(h) \quad (25)$$

trong đó K_s là hệ số thấm bão hòa và $K_r(h)$ là hệ số chuẩn hóa, h là cột áp (bằng cột nước trừ cao độ tại nút đó). Giá trị của $K_r(h)$ có thể được tính toán theo hai thông số α và n . Giá trị $K_r(h)$ bằng một nếu cột áp h lớn hơn hay bằng không (trong vùng bão hòa) và ngược lại (tức là trong vùng không bão hòa, cột áp h nhỏ hơn không, $K_r(h)$ nhỏ hơn một).

Phương trình tính K_r có thể tính theo [4, 6]:

$$K_r = \frac{[1 - (\alpha P^{n-1})(1 + (\alpha P^n))^{-m}]^2}{[(1 + \alpha P^n)^m]^{m/2}} \quad (26)$$

trong đó P là lực hút dính (kPa) (lực hút dính được định nghĩa là sự khác biệt giữa áp suất khí và áp suất nước lỗ rỗng); α là một thông số (kPa^{-1}); n là một thông số; m là một thông số được tính là $m = 1 - 1/n$ (α và n là các thông số thực nghiệm được xác định từ các thí nghiệm).



Hình 7. Thấm qua đập đất đồng chất.

Hình 7 trình bày một ví dụ về đập đất đồng chất được xây dựng trên nền không thấm nước. Mức nước phía thượng lưu có giá trị h_{up} so với mặt đất và mức nước phía hạ lưu có giá trị h_{down} . Mặt bão hòa hình thành trong thân đập có điểm thoát nước E nằm cao hơn mức nước hạ lưu. Các điều kiện này dẫn đến việc thiết lập các điều kiện biên như sau (xem Hình 7):

- Các biên AB và GF là biên loại H-type với cột nước được xác định tương ứng theo mức nước thượng lưu và hạ lưu.
- Biên BCD nằm trên vùng bão hòa. Về mặt lý thuyết, có thể tồn tại dòng thấm không bão hòa đi ra khỏi các biên này. Tuy nhiên, vì các lưu lượng này không đáng kể so với dòng bão hòa và để đơn giản hóa mô hình, các biên này có thể được xử lý như là biên không có dòng thấm (loại Q-type và các giá trị của F_q bằng 0). Phần mềm SEEP/W, công cụ phổ biến trong phân tích thấm, cũng áp dụng cách xử lý này trong các bài toán tương tự.
- Biên DF phức tạp hơn vì có điểm thoát nước E của mặt bão hòa xuất hiện trong biên này. Phần EF gọi là mặt thấm và dự kiến có các dòng thấm đi ra. Khi xử lý loại biên này, người dùng có thể ước đoán trước các đoạn có thể chứa điểm thoát nước E và áp dụng quy trình xử lý riêng, sẽ được trình bày chi tiết trong phần sau. Trong phần mềm SEEP/W, các đoạn biên này được đánh dấu là “mặt thấm tiềm năng” (potential seepage face) và phần mềm sẽ tự động xác định điểm

ra E và mặt bão hòa bằng quy trình lặp.

- Dựa trên kết quả của bước tính tiếp theo, nếu tồn tại các nút có cột áp bằng 0 nhưng lưu lượng tại đó lại lớn hơn 0 (tức là có dòng thấm chảy vào thân đập), thì điều này là không chấp nhận được. Trong trường hợp này, các nút đó sẽ được chuyển sang điều kiện biên kiểu Q-type ($F_q = 0$).

- Quy trình tính sẽ tiếp tục được lặp lại cho đến khi tất cả các nút thuộc mặt thấm có cột áp bằng 0 và lưu lượng nhỏ hơn hoặc bằng 0.

Quy trình xác định điểm thoát nước hoặc mặt thấm trong “mặt thấm tiềm năng” (DF trong bài toán ở Hình 7) được trình bày như sau [4, 7]:

- Ban đầu, điều kiện biên Q-type được thiết lập ($F_q = 0$ tại tất cả các nút trong biên DF). Bài toán được giải bằng Phương trình (24) với các điều kiện biên đã cho. Do đó, mặt bão hòa và điểm thoát ra hoặc mặt thấm được xác định. Mặt bão hòa được xác định thông qua trường áp suất lỗ rỗng và sử dụng kỹ thuật nội suy để lấy các điểm có áp suất lỗ rỗng bằng 0.

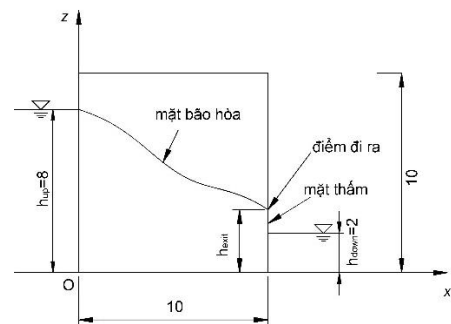
- Nếu trong mặt thấm xuất hiện các nút có cột áp lớn hơn 0 (tức là giá trị cột nước H lớn hơn cao độ điểm đó) thì điều này không được chấp nhận vì biên loại Q-type ($F_q = 0$) không cho phép cột áp tăng. Các nút này sẽ được chuyển sang điều kiện biên loại H-type với cột áp bằng 0 (tức là cột nước H bằng cao độ z của các nút).

- Sau bước cập nhật, nếu vẫn còn các nút có cột áp bằng 0 nhưng lưu lượng tại đó lại dương (tức là có dòng thấm đi vào thân đập) thì các nút này lại được chuyển trở về điều kiện biên loại Q-type ($F_q = 0$).

- Quy trình này được lặp lại cho đến khi tất cả mọi nút trong mặt thấm đều thỏa đồng thời hai điều kiện: có cột áp bằng 0 và lưu lượng nhỏ hơn hoặc bằng 0.

7. So sánh với phần mềm hiện có

Nghiên cứu này sử dụng một bài toán được trình bày trong Hình 8. Hình dạng đơn giản của đập hình vuông được xem xét: chiều dài một cạnh là 10 m. Chiều cao (so với mặt đất) của mức nước thượng lưu và hạ lưu lần lượt là $h_{up} = 8$ m và $h_{down} = 2$ m. Nền không thấm nước và đất được sử dụng trong mô hình có các thông số liên quan được hiển thị trong Bảng 1. K_s là hệ số thấm bão hòa, các thông số α và n được sử dụng cho mô hình van Genuchten [6] để tính toán hệ số thấm không bão hòa liên quan.



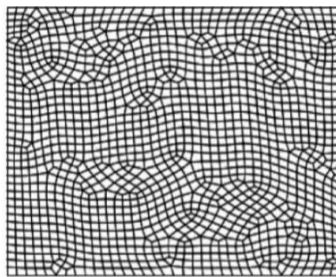
Hình 8. Hình dạng bài toán (đơn vị dài trong hình là m).

Bảng 1. Thông số đất.

K_s (m/s)	α (kPa ⁻¹)	n
10^{-4}	0,10	2,5

Với công tác rời rạc hóa, chúng tôi sử dụng công cụ Gmsh [8]. Công cụ này có thể tạo phần tử tam giác và tứ giác. Hình 9 thể hiện lưới trong bài toán này: lưới sử dụng phần tử tứ giác có bốn điểm Gaussian, vùng tính toán có 1464 nút và 1393 phần tử.

Bài nghiên cứu sử dụng phần mềm SEEP/W [4] để so sánh. Kích thước cũng như thông số mô hình van Genuchten được nhập vào SEEP/W. Kết quả tính toán được trình bày trong Bảng 2 Độ sai lệch giữa chương trình tính và SEEP/W nhỏ hơn 3 %, cho thấy độ chính xác cao và khả năng áp dụng của mô hình.



Hình 9. Rời rạc hóa với phần tử tứ giác.

Bảng 2. So sánh kết quả của mô hình bài báo và SEEP/W (h_2 , h_5 và h_8 là chiều cao của mặt bão hòa so với mặt đất tại $x = 2$ m, 5 m và 8 m).

Giá trị	SEEP/W	Chương trình tính	Sự khác biệt (%)
h_2 (m)	7,376	7,391	0,19
h_5 (m)	6,183	6,187	0,06
h_8 (m)	4,572	4,570	0,04
h_{10} (m) (điểm thoát ra)	3,344	3,436	2,67
Q ($\times 10^4$ m ³ /s/m)	3,2252	3,2246	0,02

8. Ứng dụng đánh giá sự làm việc của bộ phận thoát nước

8.1. Đập đất đồng chất

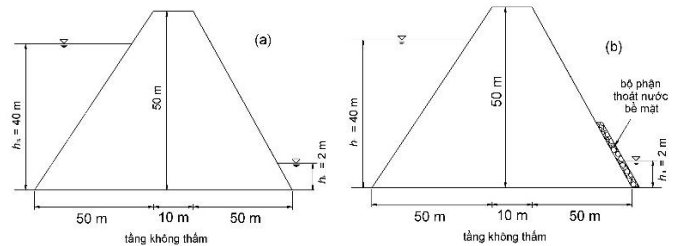
Ứng dụng đầu tiên của mô hình được thực hiện trên bài toán thấm qua đập đất đồng chất nhằm đánh giá hiệu quả của bộ phận thoát nước. Hình 10 minh họa mô hình hình học của một đập đất được xây dựng trên nền không thấm với các thông số kích thước cụ thể. Các thông số đặc trưng của vật liệu đắp đập được trình bày trong Bảng 3.

- Hình 10(a) thể hiện trường hợp không có bộ phận thoát nước, tương ứng với tình huống thiết kế chưa tối ưu, không tạo điều kiện thuận lợi cho nước thấm thoát ra ở hạ lưu.

- Hình 10(b) mô tả trường hợp có lắp đặt bộ phận thoát nước, giúp tăng cường khả năng dẫn nước ra khỏi thân đập. Lưu ý rằng trong thực tế, đập đất có thể được thiết kế với nhiều dạng bộ phận thoát nước khác nhau, như lớp lọc ngược, rãnh tiêu, hay ống dẫn nước, ...

Bảng 3. Thông số đất trong các ứng dụng mô phỏng.

K_s (m/s)	α (kPa ⁻¹)	n	Ghi chú
10^{-6}	0,005	2,5	Sét pha dùng trong đập đất
10^{-4}	0,05	1,5	Cát dùng trong tường chắn đất



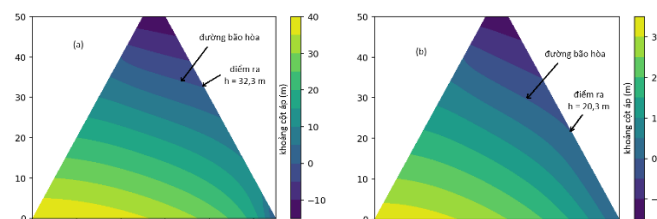
Hình 10. Đập đất đồng chất: (a) không có bộ phận thoát nước; (b) có bộ phận thoát nước.

Trong mô phỏng trường hợp không có bộ phận thoát nước, biên phía hạ lưu được giả định không thấm hoàn toàn, tức là không cho phép dòng nước thoát ra ngoài. Đây là tình huống bất lợi thường gặp nếu thiết kế thiếu lớp tiêu nước. Ngược lại, khi có bộ phận thoát nước, biên hạ lưu được mô hình hóa như một mặt thấm, cho phép dòng thấm thoát ra khỏi thân đập theo điều kiện vật lý thực tế.

Kết quả mô phỏng được trình bày trong Hình 11 cho thấy ảnh hưởng rõ rệt của việc có hay không có bộ phận thoát nước.

- Trường hợp không có bộ phận thoát nước như Hình 11(a), điểm thoát ra của mặt bão hòa nằm ở độ cao 32,3 m so với mặt đất.
- Trường hợp có bộ phận thoát nước như Hình 11(b), độ cao của điểm thoát nước giảm xuống còn 20,3 m.

Điều này cho thấy hiệu quả đáng kể của bộ phận thoát nước trong việc hạ thấp đường bão hòa, từ đó giảm áp lực nước bên trong thân đập và tăng độ ổn định công trình. Tuy nhiên, nếu chiều cao đường bão hòa sau khi lắp đặt bộ phận thoát nước vẫn chưa đạt yêu cầu thiết kế, kỹ sư có thể kết hợp thêm các giải pháp bổ trợ như thiết kế lõi không thấm (lõi đất sét) bên trong thân đập, hoặc tăng kích thước và khả năng dẫn nước của lớp thoát nước.



Hình 11. Đập đất đồng chất: (a) không có bộ phận thoát nước; (b) có bộ phận thoát nước.

8.2. Tường chắn đất

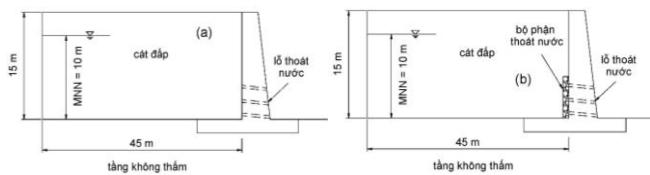
Ứng dụng thứ hai được thực hiện để đánh giá hiệu quả của bộ phận thoát nước sau tường chắn đất. Trong thực tế, tường chắn thường được sử dụng để giữ ổn định cho khối đất đắp phía sau, và khi xuất

hiện mực nước ngầm cao, áp lực thủy tĩnh tác động lên tường có thể gây mất ổn định nghiêm trọng nếu không được kiểm soát hợp lý.

Hình 12 minh họa hai kịch bản khác nhau trong thiết kế tường chắn:

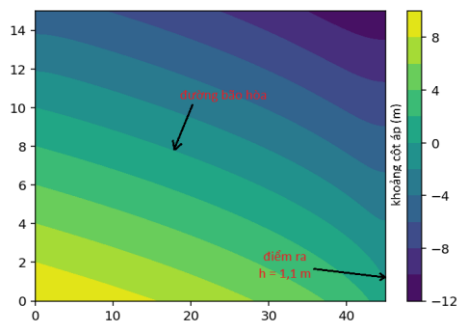
- Hình 12(a) mô phỏng trường hợp không có bộ phận thoát nước. Trong tình huống này, dòng thấm từ môi trường xung quanh (chẳng hạn do ảnh hưởng từ sông, hồ hoặc mực nước ngầm dâng cao) không có đường thoát thuận lợi. Hệ quả là mực nước ngầm phía sau tường dâng lên đáng kể, tạo áp lực lớn lên kết cấu tường.
- Hình 12(b) thể hiện trường hợp tường chắn được trang bị bộ phận thoát nước hợp lý, chẳng hạn như lỗ thoát nước, rãnh tiêu hoặc lớp cát thoát nước đi kèm vật liệu lọc. Các cấu trúc này cho phép dòng thấm thoát ra ngoài hiệu quả, từ đó làm giảm mực nước ngầm và giảm áp lực lên thân tường.

Mô phỏng được thực hiện bằng chương trình tính (Hình 13) đã phát triển cho thấy kết quả khả quan. Khi có bộ phận thoát nước hoạt động hiệu quả, mặt bão hòa phía sau tường chắn được hạ thấp đáng kể. Cụ thể, điểm thoát nước được xác định ở cao độ cách mặt đất khoảng 1,1 m, trong khi mực nước ngầm ban đầu được giả định là 10 m, tức là đã hạ thấp gần 9 m sau khi có biện pháp thoát nước.



Hình 12. Tường chắn đất: (a) không có bộ phận thoát nước; (b) có bộ phận thoát nước.

Kết quả này chứng minh rằng bộ phận thoát nước có ảnh hưởng trực tiếp đến việc kiểm soát áp lực nước phía sau tường chắn, và cần được xem xét kỹ lưỡng trong thiết kế để đảm bảo ổn định lâu dài của công trình.



Hình 13. Tường chắn đất có bộ phận thoát nước.

9. Kết luận

Nghiên cứu này đã phát triển một mô hình toán số dựa trên PPTTH Galerkin nhằm phân tích sự làm việc của bộ phận thoát nước trong các công trình đất, đặc biệt là đập đất và tường chắn. Mô hình đề xuất xét đến dòng thấm trong điều kiện có vùng không bão hòa, trong

đó hệ số thấm được hiệu chỉnh theo áp suất nước lỗ rỗng thông qua mô hình van Genuchten.

Một thuật toán lặp đã được xây dựng để xác định mặt bão hòa, với khả năng tự động cập nhật điều kiện biên dựa trên trạng thái áp lực và lưu lượng tại các nút. Thuật toán này đặc biệt hiệu quả trong việc xử lý mặt thấm tiềm năng, nơi vị trí thoát nước chưa được xác định trước, thông qua quá trình cập nhật luân phiên giữa điều kiện biên loại H-type và Q-type. Chương trình tính được phát triển bằng ngôn ngữ Python đã tích hợp đầy đủ các thành phần lý thuyết và được kiểm chứng bằng cách so sánh với phần mềm thương mại SEEP/W. Kết quả so sánh cho thấy độ chênh lệch nhỏ hơn 3 %, khẳng định tính chính xác và độ tin cậy của mô hình.

Mô hình đã được áp dụng để phân tích hai bài toán điển hình: đập đất đồng chất và tường chắn đất, có và không có bộ phận thoát nước. Kết quả mô phỏng cho thấy việc lắp đặt bộ phận thoát nước giúp hạ thấp rõ rệt mặt bão hòa, giảm áp lực thấm và cải thiện điều kiện ổn định tổng thể của công trình. Cụ thể, trong bài toán đập đất, cao độ điểm thoát nước giảm từ 32,3 m xuống 20,3 m; trong bài toán tường chắn, mực nước ngầm sau tường giảm từ 10 m xuống còn 1,1 m.

Từ các kết quả đạt được, có thể kết luận rằng mô hình đề xuất là một công cụ hữu ích và khả thi để đánh giá hiệu quả của bộ phận thoát nước trong thiết kế và kiểm tra an toàn cho các công trình đất. Mô hình có thể được tiếp tục mở rộng để áp dụng trong các bài toán thấm không ổn định hoặc có hình học phức tạp hơn, cũng như kết hợp với các tiêu chuẩn thiết kế để đưa ra các khuyến nghị kỹ thuật phù hợp.

Lời cảm ơn

Chúng tôi xin cảm ơn Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HCM đã hỗ trợ cho nghiên cứu này.

Tài liệu tham khảo

- [1]. ICOLD, *Embankment Dams: Filters and Drains*. Paris, France: ICOLD Bulletin 95, 1994.
- [2]. M. Foster, R. Fell, and M. Spannagle, "The statistics of embankment dam failures and accidents," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 37, no. 5, pp. 1000-1024, 2000, doi: 10.1139/t00-030.
- [3]. Y. Honjo and D. Veneziano, "Improved Filter Criterion for Cohesionless Soils," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 115, no. 1, pp. 75-94, 1989/01/01 1989, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1989)115:1(75).
- [4]. G.-S. I. Ltd., *Seepage modelling with SEEP/W*. Calgary, Canada: Geo-Slope International Ltd., 2012.
- [5]. D. V. Hutton, *Fundamentals of finite element analysis*, 1 ed. Boston: McGraw-Hill, 2004.
- [6]. M. T. van Genuchten, "A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils," *Soil Science Society of America Journal*, vol. 44, no. 5, pp. 892-898, 1980, doi: <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>.
- [7]. S. P. Neuman, "Saturated-Unsaturated Seepage by Finite Elements," *Journal of the Hydraulics Division*, vol. 99, no. 12, pp. 2233-2250, 1973, doi: 10.1061/JYCEAJ.0003829.
- [8]. C. Geuzaine and J.-F. Remacle, "GMSH," <https://gmsh.info/> (accessed).