

Mô hình thấm dưới đập trọng lực có xét tính bất định của hệ số thấm và ảnh hưởng của gradient thấm tại hạ lưu

Nguyễn Võ Trọng^{1,2*} và Võ Thị Tuyết Giang^{1,2}

¹ Khoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Bách khoa (HCMUT), 268 Lý Thường Kiệt, Quận 10, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

² Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh (VNU-HCM), Phường Linh Trung, Thành phố Thủ Đức, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

TỪ KHOÁ

Dòng thấm
Đập trọng lực
Phương pháp phần tử hữu hạn
Tính bất định
Xói ngầm

TÓM TẮT

Nghiên cứu này tập trung phân tích dòng thấm dưới thân đập trọng lực xây dựng trên nền đất. Khác với các mô hình truyền thống thường giả định hệ số thấm là hằng số trong toàn bộ vùng tính toán, nghiên cứu này tích hợp sự thay đổi của đặc tính đất vào việc mô phỏng. Cụ thể, các giá trị hệ số thấm được tạo ra ngẫu nhiên dựa trên các hàm mật độ xác suất với giá trị trung bình (mean) và hệ số biến thiên (COV). Việc triển khai được thực hiện bằng ngôn ngữ lập trình Python. Trọng tâm của phân tích là gradient thấm tại hạ lưu, yếu tố chính gây ra hiện tượng xói ngầm trong nền phía hạ lưu. Các kết quả được đánh giá bằng mô phỏng Monte Carlo kết hợp với lý thuyết thống kê. Các kết luận cho thấy một số giá trị gradient thấm thu được từ mô phỏng lớn hơn đáng kể so với kết quả tính theo phương pháp tất định (lên đến 39,87%). Nghiên cứu cho thấy vai trò cần thiết của việc xét đến tính bất định trong các mô hình thấm và đề xuất đưa yếu tố này vào các tiêu chuẩn thiết kế trong tương lai.

KEYWORDS

Seepage
Gravity dam
Finite element method
Uncertainty
Internal erosion

ABSTRACT

This research focuses on examining the seepage beneath gravity dams built on soil foundations. Unlike typical seepage models, which consider the permeability as a constant within a certain area, this study incorporates the natural variability of properties into the simulation. Specifically, random variables are generated in random fields based on their probability density functions, which include a mean and a coefficient of variation (COV). The implementation is carried out using the Python programming language. The key outcome of seepage analysis for gravity dams is exit gradients which are the main factor causing the internal erosion of foundation in the tailwater side. The outcomes are assessed using Monte Carlo simulations combined with statistical theory. The conclusions should be taken into account when considering internal erosion due to flow gradients; it should be noted that some variable outcomes exceed the deterministic outcome (39,87% larger for exit gradients). This study underscores the effectiveness of stochastic analyses in providing valuable insights into the impact of soil variability, calls for further research in this area, and supports the inclusion of probabilistic techniques in standard design practices.

1. Giới thiệu

Đồng bằng sông Cửu Long sử dụng nhiều đập trọng lực trên nền đất cho hệ thống quản lý tài nguyên nước [1]. Loại đập này được sử dụng để điều tiết dòng chảy của sông ngòi để hệ thống phân phối nước có thể khai thác nước từ sông [2, 3]. Bên cạnh việc xem xét ổn định của đập, cơ chế thấm cũng là một nhiệm vụ chính của thiết kế. Các nghiên cứu về thấm dựa trên thực nghiệm, phân tích và toán số đã được tiến hành và những nghiên cứu đó đã được sử dụng trong những thập kỷ gần đây.

Tuy nhiên, như đã chỉ ra bởi Fenton và Griffiths [4], các phương pháp tiếp cận tất định này mặc dù đã đóng góp nhiều cho lĩnh vực những việc sử dụng các tham số cố định như hệ số thấm có thể là không phù hợp và việc sử dụng các trường ngẫu nhiên đã được đề xuất. Việc

sử dụng giả định ngẫu nhiên trong phân tích cơ học đất nói chung và thấm qua công trình đất nói riêng là một xu hướng phổ biến gần đây. Một số nghiên cứu điển hình đã sử dụng các phương pháp xác suất như Fenton và Griffiths [4], Calamak và Yanmaz [5, 6], Le et al. [7]. Các nghiên cứu này đã tập trung vào tính toán dòng ngầm và đề xuất xem xét việc sử dụng tính bất định của các tham số đất, chẳng hạn như hệ số thấm, trong mô hình hoá các dòng thấm.

Đi cùng xu hướng, nghiên cứu này kết hợp các lý thuyết hiện có để triển khai bài toán thấm dựa trên sự ngẫu nhiên của tính chất đất. Một mô hình mô phỏng dòng thấm đã được triển khai dựa trên nền tảng lý thuyết phần tử hữu hạn và lý thuyết xác suất, với mục tiêu phân tích ảnh hưởng của tính bất định đến giá trị gradient thấm, một trong những thông số then chốt gây ra hiện tượng xói ngầm trong nền đất phía hạ lưu.

*Liên hệ tác giả: nguyenvotrong@hcmut.edu.vn

Nhận ngày 22/04/2025, sửa xong ngày 17/05/2025, chấp nhận đăng ngày 19/05/2025

Link DOI: <https://doi.org/10.54772/jomc.03.2025.937>

2. Các phương trình chủ đạo

Phương trình chủ đạo mô tả dòng thấm ổn định theo hai phương (tham khảo [8, 9]) được viết như sau:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

trong đó H là cột nước (đơn vị là m), K_x và K_z là hệ số thấm (đơn vị là m/s) theo phương x (nằm ngang) và phương z (thẳng đứng).

Phương pháp phần tử hữu hạn (PPPTH) được triển khai cho Phương trình (1) (tham khảo [9]), với giả thiết phần tử hai chiều gồm M nút, khi đó phân bố cột nước được tính toán như sau:

$$H(x, z) = \sum_{i=1}^M N_i(x, z) H_i = [N] \{H\} \quad (2)$$

trong đó, $N_i(x, z)$ là hàm nội suy liên quan đến cột nước tại nút H_i , $[N]$ là ma trận hàng của các hàm nội suy, và $\{H\}$ là ma trận cột (vector) của cột nước tại nút. Áp dụng PPPTH Galerkin, phương trình số dư của Phương trình (1) là:

$$\iint_A N_i(x, z) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(t K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(t K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] dA = 0 \quad (i = 1, M) \quad (3)$$

trong đó bề dày t được giả sử là hằng số, và tích phân được thực hiện trên toàn miền phần tử (với bài toán 2-D, bề dày t thường chọn là một đơn vị dài và ở đây là 1 m). Các khai triển toán học cùng việc sử dụng Định lý Green-Gauss trong mặt phẳng cho ra:

$$\begin{aligned} & t \iint_A \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) N_i + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) N_i \right] dA \\ &= -t \oint_S (q_x n_x + q_z n_z) N_i dS - t \iint_A \left[K_x \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + K_z \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] dA \end{aligned} \quad (4)$$

trong đó n_x và n_z là thành phần theo phương x và z của vector pháp tuyến hướng ra dọc theo chu vi.

Thay thế vào Phương trình (3) ta có:

$$\begin{aligned} & \iint_A \left[K_x \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + K_z \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] t dA \\ &= -t \oint_S (q_x n_x + q_z n_z) N_i dS \quad (i = 1, M) \end{aligned} \quad (5)$$

Đây cũng là hệ gồm M phương trình, thiết lập bài toán theo PPPTH 2-D sử dụng Phương pháp Galerkin. Lúc này, chúng ta chuyển sang ký hiệu ma trận bằng cách sử dụng Phương trình (2) để chuyển Phương trình (5) thành:

$$\iint_A \left[K_x \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + K_z \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right] \right] \{H^{(e)}\} t dA = - \oint_S q_s n_s [N]^T t dS \quad (6)$$

và đó cũng là dạng:

$$[K_{FE}^{(e)}] \{H^{(e)}\} = \{F_q^{(e)}\} \quad (7)$$

trong đó $[K_{FE}^{(e)}]$ là ma trận hệ số thấm phần tử (ký hiệu e được sử dụng để phân biệt với ma trận tổng thể); $\{F_q^{(e)}\}$ là vector lưu lượng nút phần tử. Giả thiết vùng tính toán là đẳng hướng ($K_x = K_z = K$), ta có:

$$[K_{FE}^{(e)}] = K \iint_A \left[\left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial z} \right] \right] t dA \quad (8)$$

Thiết lập cho phần tử có M nút sẽ cho ma trận đối xứng kích thước $M \times M$. Vector lưu lượng nút phần tử là:

$$\{F_q^{(e)}\} = - \oint_S q_s n_s [N]^T t dS = - \oint_S q_s n_s \{N\} t dS \quad (9)$$

Liên quan đến điều kiện biên, bài toán này có hai dạng: dạng H-type (tất cả các nút nằm trên biên này đã biết trước giá trị cột nước và

giá trị cần tìm là lưu lượng tại nút) và Q-type (biên có giá trị lưu lượng nút đã biết khi tính theo Phương trình (9)).

Trong hệ tọa độ chuẩn hóa (r, s), hàm nội suy cho phần tử bốn nút là:

$$\begin{aligned} N_1(r, s) &= \frac{1}{4}(1-r)(1-s); \\ N_2(r, s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1-s); \\ N_3(r, s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s); \\ N_4(r, s) &= \frac{1}{4}(1-r)(1+s) \end{aligned} \quad (10)$$

Các kỹ thuật của PPPTH được sử dụng để thiết lập ma trận độ cứng phần tử $[K_{FE}^{(e)}]$ có kích thước 4×4 và sau đây là một ví dụ tính toán một thành phần trong ma trận $[K_{FE}^{(e)}]$:

$$K_{11}^{(e)} = K t a b \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left[\frac{(s-1)^2}{16} \frac{1}{a^2} + \frac{(r-1)^2}{16} \frac{1}{b^2} \right] dr ds \quad (11)$$

trong đó, K là hệ số thấm; t là bề dày phần tử; $2a$ và $2b$ là chiều rộng và chiều cao của phần tử theo hệ tọa độ tự nhiên (r, s). Các thành phần khác được tính toán tương tự. Tuy nhiên, tích phân Phương trình (11) được thực hiện thông qua tích phân số Gaussian tại các điểm có tọa độ $r_i, s_j = \pm 0,57735$ với trọng số $W_i, W_j = 1,0$ và $i, j = 1, 2$.

Do đó, ta có:

$$K_{11}^{(e)} = K t \frac{b}{a} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \frac{1}{16} W_i W_j (s_j - 1)^2 + K t \frac{a}{b} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{16} W_i W_j (r_i - 1)^2 \quad (12)$$

Lưới phát sinh trong vùng tính toán thường không phải dạng chữ nhật mà là tứ giác bất kỳ. Lúc này, các công thức đẳng tham số được sử dụng để hiệu chỉnh. Kết hợp các ma trận phần tử dẫn đến phương trình tổng thể như sau:

$$[K_{FE}] \{H\} = \{F_q\} \quad (13)$$

trong đó $[K_{FE}]$ là ma trận hệ số thấm tổng thể với kích thước $M_T \times M_T$ và M_T là tổng số nút trong toàn bộ hệ thống; $\{H\}$ là vector cột nước tổng thể có kích thước là $M_T \times 1$; và $\{F_q\}$ là vector lưu lượng nút tổng thể có kích thước là $M_T \times 1$.

Việc phát sinh các giá trị ngẫu nhiên trong trường ngẫu nhiên được thực hiện dựa vào hàm mật độ xác suất (probability density functions - PDF) gồm hai giá trị trung bình (mean) và hệ số biến thiên (coefficient of variation - COV). Hệ số thấm của đất (K) thường tuân theo phân bố loga chuẩn (lognormal) [5, 6], nghĩa là $\ln K$ tuân theo phân bố chuẩn với trung bình $\mu_{\ln K}$ và phương sai $\sigma_{\ln K}^2$.

Khi đó, các giá trị K được cho trong vùng tính toán như sau:

$$\sigma_{\ln K}^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_K^2}{\mu_K^2} \right) \quad (14)$$

$$\mu_{\ln K} = \ln \mu_K - \frac{1}{2} \sigma_{\ln K}^2 \quad (15)$$

$$K = \exp(\mu_{\ln K} + \sigma_{\ln K} r) \quad (16)$$

trong đó số ngẫu nhiên r có thể được phát sinh (Box and Muller [10]):

$$r = (-2 \ln u_1)^{1/2} \sin(2\pi u_2) \quad (17)$$

$$r = (-2 \ln u_1)^{1/2} \cos(2\pi u_2) \quad (18)$$

trong đó u_1 và u_2 là hai biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo hàm mật độ chữ nhật trong khoảng (0,1).

Phần tử sử dụng trong chương trình tính là phần tử tứ giác bốn điểm Gaussian. Do đó, sau khi phát sinh lưới thì chúng ta có bộ tập hợp các điểm Gaussian và ứng với mỗi điểm Gaussian này ta sẽ phát sinh một hệ số thấm ngẫu nhiên sử dụng các Phương trình (14) đến (18). Sau đó,

hệ số thấm ngẫu nhiên này được gán vào các phương trình tính ma trận độ cứng phần tử tại các điểm tương ứng (Phương trình (12)).

Các tác giả đã thiết lập một chương trình tính sử dụng ngôn ngữ Python dựa trên các lý thuyết đã mô tả ở trên.

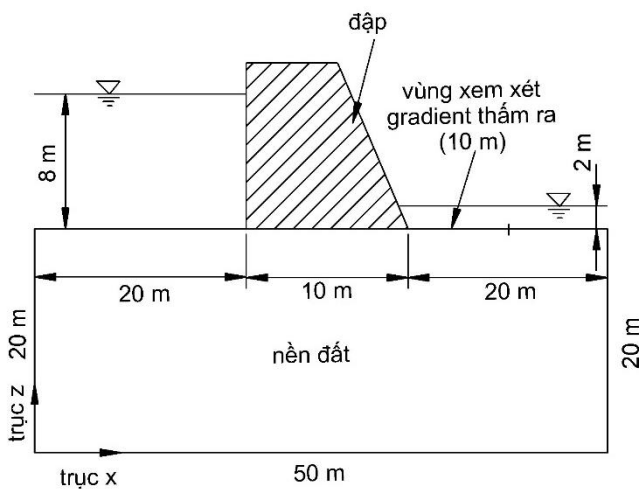
3. Kết quả và thảo luận

Trong nghiên cứu này, một mô hình đơn giản của đập bê tông trọng lực đặt trên nền đất đồng nhất được sử dụng để phục vụ cho việc mô phỏng dòng thấm (Hình 1). Lưới tính toán được tạo bằng các phần tử tứ giác sử dụng phần mềm GMSH, một công cụ mã nguồn mở phổ biến trong tạo hình học và chia lưới cho các bài toán phần tử hữu hạn [11]. Các đặc trưng địa kỹ thuật của nền đất, bao gồm hệ số thấm trung bình (K) và hệ số biến thiên (COV), được trình bày trong Bảng 1.

Như đã đề cập trong phần trước, đại lượng đầu ra chính được quan tâm trong mô hình thấm này là gradients thấm tại biên hạ lưu. Khu vực phân tích gradient thấm được chọn là vùng nằm phía hạ lưu, nơi có nguy cơ cao xảy ra hiện tượng xói ngầm do tốc độ thấm lớn, theo kinh nghiệm thực tiễn trong thiết kế nền đập. Cụ thể, vùng này rộng 10 m tính từ chân đập bên phía hạ lưu. Giá trị trung bình của gradient thấm trong vùng này được sử dụng như một chỉ tiêu đặc trưng để đánh giá rủi ro xói ngầm và so sánh giữa các phương pháp mô phỏng khác nhau.

Bảng 1. Thông số đặc trưng của đất nền.

K (m/s)	COV	Mô tả
10^{-6}	2	Đất hạt mịn



Hình 1. Mô hình hình học và miền tính toán cho đập bê tông trọng lực.

3.1. Đánh giá độ tin cậy của mô hình thông qua so sánh kết quả với phần mềm SEEP/W

Để kiểm chứng độ chính xác của chương trình mô phỏng được xây dựng, một bài toán thấm tắt định được thiết lập và so sánh với kết

quả từ phần mềm SEEP/W, một công cụ thương mại phổ biến trong lĩnh vực mô phỏng dòng thấm [8]. Do SEEP/W không hỗ trợ mô hình hóa tính bất định, nên chỉ có thể so sánh trong điều kiện các tham số đất được coi là hằng số.

Bảng 2 trình bày sự so sánh ba đại lượng: lưu lượng thấm, áp lực đẩy nổi trung bình do dòng thấm gây ra dưới thân đập, và gradient thấm tại biên hạ lưu, khu vực được đánh giá là đặc biệt cần chú ý với hiện tượng xói ngầm. Kết quả cho thấy sự chênh lệch nhỏ hơn 4 %, cho thấy mô hình phần tử hữu hạn 2-D do nhóm nghiên cứu phát triển đạt được độ chính xác trong việc mô phỏng dòng thấm dưới đập trọng lực.

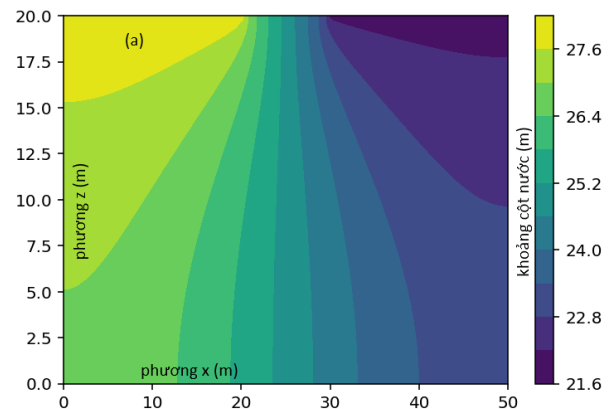
Bảng 2. So sánh kết quả mô phỏng giữa chương trình tính và phần mềm SEEP/W.

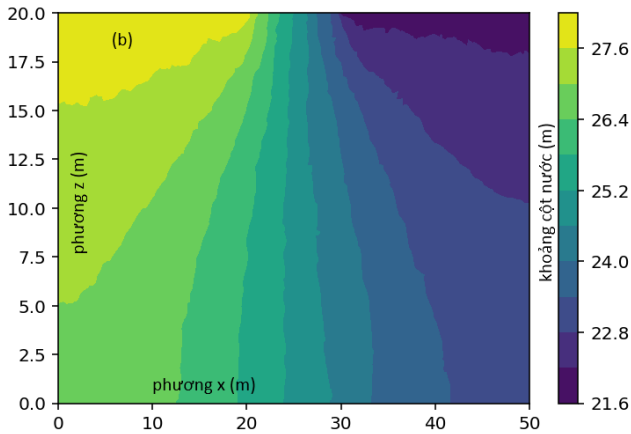
Kết quả	Chương trình tính	SEEP/W	Khác biệt (%)
Lưu lượng ($\times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$)	4,336	4,333	0,060
Gradient thấm phía hạ lưu trung bình	0,311	0,323	3,879
Áp lực đẩy nổi trung bình (kPa)	49,035	49,034	0,001

3.2. So sánh kết quả giữa mô phỏng tắt định và ngẫu nhiên

Để đánh giá vai trò của tính ngẫu nhiên trong hệ số thấm đất nền, hai kịch bản mô phỏng được thực hiện: mô hình tắt định sử dụng giá trị trung bình (không đổi) của hệ số thấm và COV bằng 0; mô hình ngẫu nhiên có hệ số thấm biến đổi theo trường ngẫu nhiên loga chuẩn với các đặc trưng thống kê đã định nghĩa trong Bảng 1.

Hình 2 minh họa trường phân bố cột nước dưới thân đập cho cả hai trường hợp. Trong trường hợp mô hình tắt định, đường đẳng thế phân bố tương đối đều và mượt, phản ánh môi trường đồng nhất. Ngược lại, trong mô hình ngẫu nhiên, phân bố cột nước thể hiện dao động cục bộ rõ rệt, phản ánh sự không đồng nhất của nền đất. Sự khác biệt này chứng tỏ rằng các đặc trưng ngẫu nhiên có ảnh hưởng đáng kể đến điều kiện thủy lực trong nền công trình, từ đó ảnh hưởng đến ổn định tổng thể của đập.





Hình 2. Kết quả trường cột nước: (a) Mô phỏng tất định; (b) Mô phỏng ngẫu nhiên.

3.3. Ảnh hưởng của số lượng mẫu

Trong mô phỏng Monte Carlo, số lượng mẫu là yếu tố then chốt quyết định độ chính xác và ổn định thống kê của kết quả đầu ra [12]. Tuy nhiên, việc tăng số lượng mẫu đi kèm với chi phí tính toán lớn hơn, do đó cần có đánh giá hợp lý về ngưỡng tối ưu. Phần này trình bày một phân tích xem xét tác động của số lượng mẫu đến kết quả.

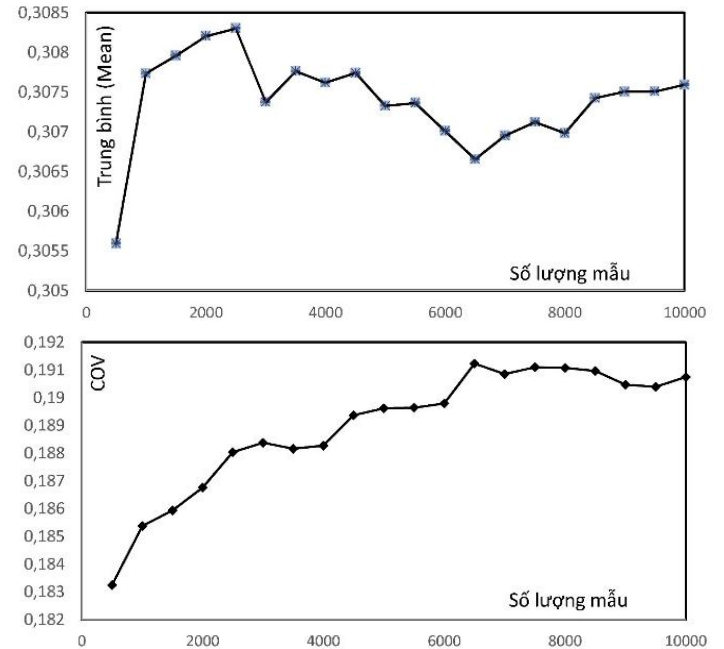
Hình 3 mô tả sự biến thiên của giá trị trung bình và hệ số biến thiên (COV) của gradient thấm tại hạ lưu. Khi số mẫu nhỏ hơn 5.000, các đại lượng thống kê có dao động tương đối lớn, tuy nhiên từ ngưỡng 9.000 mẫu trở đi, kết quả bắt đầu hội tụ về giá trị ổn định. Điều này chứng minh rằng: để mô phỏng đạt độ tin cậy cao, cần sử dụng số mẫu trên 9.000, mặc dù trong thực hành kỹ thuật, con số này có thể được điều chỉnh tùy theo độ phức tạp của bài toán và năng lực tính toán hiện có.

3.4. Phân tích thống kê dữ liệu đầu ra

Để đánh giá phân bố xác suất phù hợp với kết quả mô phỏng gradient thấm, các phân tích thống kê được thực hiện, bao gồm: tính giá trị trung bình và hệ số biến thiên (COV), kiểm định tính phù hợp (goodness of fit test) thông qua giá trị chi-squared tính toán và sử dụng chúng để so sánh với giá trị chi-squared tới hạn tại mức có nghĩa (level of significance) 5 %. Hai phân bố lý thuyết được kiểm tra là phân bố chuẩn (normal) và phân bố loga chuẩn (lognormal).

Bảng 3 cho thấy rằng, trong hầu hết các trường hợp, phân bố loga chuẩn có giá trị chi-squared thấp hơn đáng kể so với phân bố chuẩn. Đồng thời, đa phần các giá trị chi-squared của loga chuẩn nhỏ hơn giá trị tới hạn (chỉ có một trường hợp lớn hơn), trong khi đó phân bố chuẩn thường không đạt điều kiện này. Như vậy, có thể kết luận rằng phân bố loga chuẩn phản ánh đúng hơn đặc tính phân tán của gradient thấm, phù hợp với lý thuyết về hành vi của hệ số thấm trong nền đất hạt mịn [5, 6].

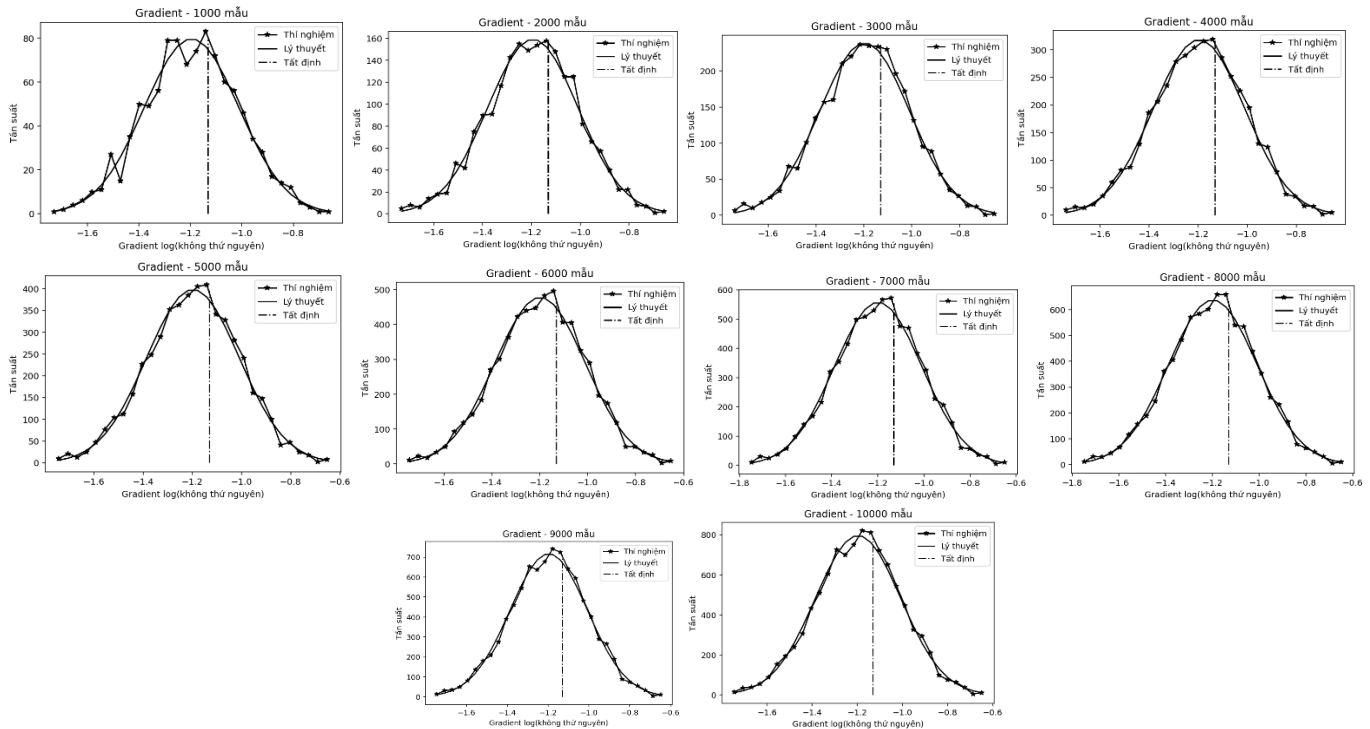
Đặc biệt, phân tích cho thấy 39,87 % giá trị gradient thấm thu được từ mô phỏng ngẫu nhiên vượt quá giá trị từ mô hình tất định (0,3226). Kết quả này chỉ ra rằng việc sử dụng giá trị trung bình trong thiết kế có thể dẫn đến đánh giá thiếu an toàn nếu không xét đến biến thiên thực tế của thông số đất nền.



Hình 3. Ảnh hưởng của số lượng mẫu lên kết quả (giá trị trung bình và COV của gradient thấm tại hạ lưu).

Bảng 3. Các thông số thống kê và kiểm định phân bố xác suất của gradient thấm.

Số mẫu	1000	2000	3000	4000	5000
Trung bình (lognormal)	0,3077	0,3082	0,3073	0,3076	0,3073
COV (lognormal)	0,1853	0,1867	0,1883	0,1882	0,1896
Chi-squared (normal)	262,4	462	688	864	1163,2
Chi-squared (lognormal)	202,8	412,8	659,2	820,8	1058
Chi-squared tới hạn	232,9	446,5	657,0	865,8	1073,6
Số mẫu	6000	7000	8000	9000	10000
Trung bình (lognormal)	0,3070	0,3069	0,3069	0,3075	0,3075
COV (lognormal)	0,1897	0,1908	0,1910	0,1904	0,1907
Chi-squared (normal)	1403,6	1621,2	1826,0	2052,4	2294
Chi-squared (lognormal)	1207,6	1403,2	1600,0	1854,8	1998,4
Chi-squared tới hạn	1280,6	1487,1	1693,1	1898,7	2104,1



Hình 4. Phân bố tần suất và phân bố theo lý thuyết tại các kích cỡ mẫu khác nhau.

4. Kết luận

Nghiên cứu này đã trình bày một phương pháp mô phỏng dòng thấm dưới áp trọng lực trên nền đất, trong đó yếu tố bất định của hệ số thấm được tích hợp thông qua mô hình trường ngẫu nhiên. Khác với các phương pháp truyền thống chỉ sử dụng giá trị tất định, mô hình được xây dựng có khả năng mô tả sự biến thiên không gian của tính chất đất, qua đó phản ánh tốt hơn thực tế tại hiện trường.

Chương trình mô phỏng được xây dựng dựa trên PPPTH hai chiều và được mã hóa bằng ngôn ngữ Python, cho phép phân tích gradient thấm tại hạ lưu, một yếu tố quan trọng liên quan đến hiện tượng xói ngầm và mất ổn định nền đất.

Các kết quả chính có thể tóm lược như sau:

- Mô hình tính toán cho kết quả phù hợp với phần mềm SEEP/W trong bài toán tất định, với chênh lệch nhỏ dưới 4 %, cho thấy độ tin cậy của phương pháp.
- Khi xét đến yếu tố ngẫu nhiên, trường phân bố cột nước có sự biến động rõ rệt so với mô hình tất định. Điều này phản ánh vai trò của tính bất định trong việc thay đổi trạng thái áp lực thấm trong nền đất.
- Kết quả Monte Carlo với số lượng mẫu đủ lớn (từ 9.000 mẫu trở lên) cho thấy các thông số thống kê đạt trạng thái ổn định, đảm bảo ý nghĩa phân tích thống kê.
- Phân tích thống kê gradient thấm cho thấy dữ liệu đầu ra phù hợp hơn với phân bố loga chuẩn, phù hợp với giả định ban đầu về hệ số thấm. Đây là một cơ sở quan trọng để lựa chọn mô hình phân bố khi xây dựng mô phỏng thực tế.

- Đáng chú ý, khoảng 39,87 % kết quả mô phỏng có giá trị gradient thấm vượt quá giá trị tất định, cho thấy rủi ro đánh giá thấp hiện tượng xói ngầm nếu chỉ sử dụng các giá trị trung bình trong thiết kế.

Từ các phân tích trên, có thể kết luận rằng việc đưa yếu tố ngẫu nhiên vào mô hình dòng thấm không chỉ phản ánh tốt hơn điều kiện thực tế, mà còn giúp nâng cao độ tin cậy trong đánh giá an toàn công trình. Mô hình này có thể ứng dụng cho các nghiên cứu tiếp theo liên quan đến thiết kế và kiểm định độ ổn định nền đất, đặc biệt trong bối cảnh địa chất phức tạp.

Tuy nhiên, nghiên cứu này có những hạn chế là trường ngẫu nhiên phát sinh chưa sử dụng tính tương quan (correlation) của các thông số đất và nhóm nghiên cứu đang trong quá trình triển khai yếu tố này. Bên cạnh đó, bài báo còn hạn chế trong việc đánh giá độ nhạy của kết quả so với một số thông số như COV.

Lời cảm ơn

Chúng tôi xin cảm ơn Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HCM đã hỗ trợ cho nghiên cứu này.

Tài liệu tham khảo

- [1]. W. J. Ang, Park, E., Pokhrel, Y., Tran, D. D., and Loc, H. H., "Dams in the Mekong: a comprehensive database, spatiotemporal distribution, and hydropower potentials," *Earth Syst. Sci. Data*, vol. 16, pp. 1209–1228, 2024.
- [2]. L. Tančev, *Dams and appurtenant hydraulic structures*, Second edition ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2014. [Online]. Available: <http://www.crcnetbase.com/isbn/9780203577059>.

- [3]. P. Novak, A. I. B. Moffat, C. Nalluri, and R. Narayanan, *Hydraulic Structures*, Fourth Edition. Taylor & Francis, 2007.
- [4]. G. A. Fenton and D. V. Griffiths, "Statistics of Free Surface Flow through Stochastic Earth Dam," *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 122, no. 6, pp. 427-436, 1996, doi: doi:10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:6(427).
- [5]. M. Calamak and A. M. Yanmaz, "Uncertainty Quantification of Transient Unsaturated Seepage through Embankment Dams," *International Journal of Geomechanics*, vol. 17, no. 6, p. 04016125, 2017, doi: doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000823.
- [6]. M. Calamak and A. M. Yanmaz, "Assessment of Core-Filter Configuration Performance of Rock-Fill Dams under Uncertainties," *International Journal of Geomechanics*, vol. 18, no. 4, p. 06018006, 2018, doi: doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001114.
- [7]. T. M. H. Le, D. Gallipoli, M. Sanchez, and S. J. Wheeler, "Stochastic analysis of unsaturated seepage through randomly heterogeneous earth embankments," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 36, no. 8, pp. 1056-1076, 2012, doi: <https://doi.org/10.1002/nag.1047>.
- [8]. G.-S. I. Ltd., *Seepage modelling with SEEP/W*. Calgary, Canada: Geo-Slope International Ltd., 2012.
- [9]. D. V. Hutton, *Fundamentals of finite element analysis*, 1 ed. Boston: McGraw-Hill, 2004.
- [10]. G. E. P. Box and M. E. Muller, "A Note on the Generation of Random Normal Deviates," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 29, no. 2, pp. 610-611, 2, 1958.
- [11]. C. Geuzaine and J.-F. Remacle. "GMSH." <https://gmsh.info/> (accessed).
- [12]. R. A. Johnson, *Miller & Freund's Probability and Statistics for Engineers*. Pearson Education, 2018.